



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΕΤΑΦΟΡΩΝ ΚΑΙ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΥΠΟΔΟΜΗΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΜΕΘΟΔΟΙ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΥΠΟ
Α. ΣΤΑΘΟΠΟΥΛΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ 2015

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Σελ.

1.- Α' ΜΕΡΟΣ (Μέθοδοι σχεδιασμού και ανάλυσης συστημάτων μεταφορών).....	A'1
2.- Β' ΜΕΡΟΣ (Παραδείγματα και ασκήσεις προς λύση)	B'1
1. Παραδείγματα (Γένεση μετακινήσεων, Επιλογή μέσου, Πίνακες προέλευσης – προορισμού, Καταμερισμός κυκλοφορίας, Η έννοια της ελαστικότητας, Καμπύλη προσφοράς, Επιλογή διαδρομής)	B'1-B'26
2. Ασκήσεις Εξαμήνου	B'27
3. Σχολιασμός Ασκήσεων Εξαμήνου	B'32
3.- Γ' ΜΕΡΟΣ (Ερωτήσεις θεωρίας)	Γ'1
4.- Δ' ΜΕΡΟΣ (Εφαρμογές μεθόδων υπολογισμού).....	Δ'1
1. Εφαρμογή (Προσιτότητα)	Δ'1
2. Εφαρμογή (Κατανομή μετακινήσεων).....	Δ'2
3. Εφαρμογή (Επιλογή μέσου)	Δ'3
4. Εφαρμογή (Βελτιστοποίηση) – Καθορισμός ενδιαμέσου μήκους στάσεων.....	Δ'4
5. Εφαρμογή (Επιλογή λύσεων #1).....	Δ'5
6. Εφαρμογή (Επιλογή λύσεων #2).....	Δ'6
7. Εφαρμογή μεθόδου παρούσας αξίας σε χωματουργικά έργα οδοποιίας	Δ'7
8. Εφαρμογή μεθόδου του δείκτη εσωτερικής ανταποδοτικότητας στην επιλογή εναλλακτικής λύσης	Δ'8
9. Εφαρμογή μεθόδου Detroit (Μελλοντική κατανομή μετακινήσεων)	Δ'9
10. Εύρεση δένδρου διαδρομής ελάχιστου κόστους	Δ'10
5.- Ε' ΜΕΡΟΣ (Εφαρμογές καμπυλών παλινδρόμησης)	E'1-E'15

Α' Μ Ε Ρ Ο Σ

Μέθοδοι σχεδιασμού και ανάλυσης συστημάτων μεταφορών

1.- Παραδείγματα του σταδίου της μαθηματικής προσομοίωσης της γένεσης των μετακινήσεων.

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ

1. Ανάλυση κατά κατηγορίες

ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑ Ι.Χ. ΜΕΓΕΘΟΣ ΝΟΙΚΟΚΥΡΙΟΥ	0	1	+2
	Ημερήσιες μετακινήσεις*		
1	1,05	2,69	4,01
2	1,47	5,22	6,86
3	7,08	7,08	9,38
4	3,17	7,67	12,11
5+	5,08	9,24	13,27

* Οι σημειούμενες τιμές ημερήσιων μετακινήσεων δίδονται υπό τύπο παραδείγματος μόνο

2. Γραμμική Παλινδρόμηση

2.1 Ανάλυση ζώνης

$$T_i = 37,6 + 1,75H_i + 2,39C_i + 1,88W_i \quad \dots\dots(23.1)$$

όπου

T_i = παραγόμενος αριθμός μετακινήσεων με σκοπό την εργασία στη ζώνη i

H_i = αριθμός νοικοκυριών στη ζώνη i

C_i = αριθμός Ι.Χ. οχημάτων στη ζώνη i

W_i = αριθμός εργαζομένων στη ζώνη i

2.2 Ανάλυση νοικοκυριού:

$$t_i = 0,734 + 2,622c_i + 1,793w_i \quad \dots\dots(23.2)$$

όπου

t_i = αριθμός παραγόμενων μετακινήσεων από το νοικοκυριό i με σκοπό την εργασία

c_i = αριθμός ιδιωτ. αυτοκινήτων νοικοκυριού i

w_i = αριθμός εργαζομένων στο νοικοκυριό i

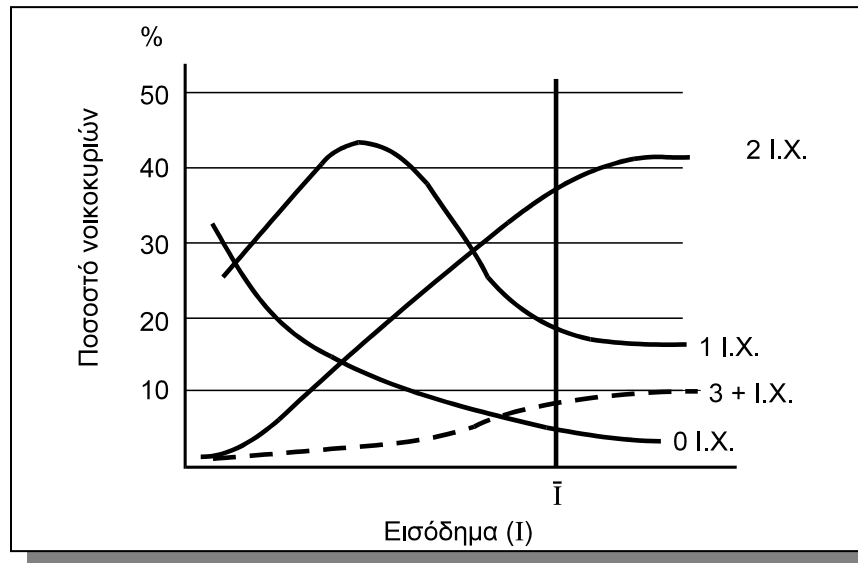
Στον παρακάτω πίνακα δίδεται ένα αριθμητικό παράδειγμα με βάση το πρότυπο (23.2)

Αριθμός Ι.Χ.	Αριθμός εργαζομένων	Παραγόμενες μετακινήσεις
c_i	w_i	t_i
1	1	5,149
1	2	6,942

2.- Τυπικά διαγράμματα και πίνακες υπολογισμού των μεταβλητών που επηρεάζουν τη γένεση μετακινήσεων (παραγωγές/ έλξεις).

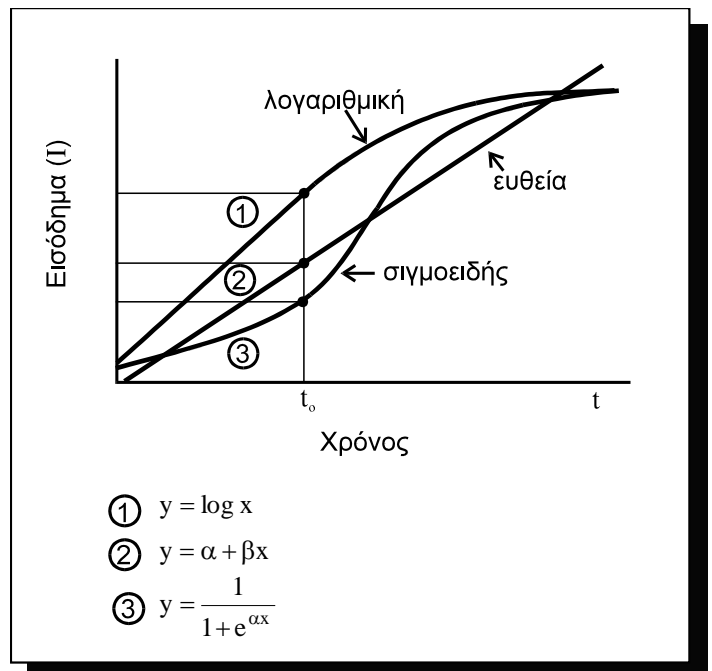
α. Παραγωγές

Σχήμα 1. Καμπύλες εξέλιξης δείκτη ιδιοκτησίας Ι.Χ.

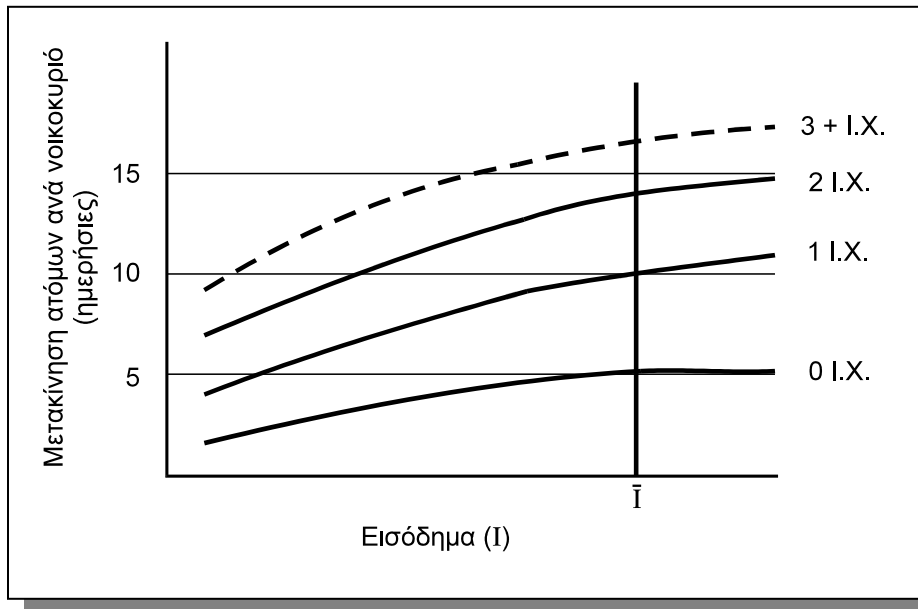


Η εξέλιξη του δείκτη ιδιοκτησίας εξαρτάται από την εξέλιξη των εισοδημάτων (I), βλ. σχήμα 2. Αστοχία στον προσδιορισμό του I για μία χρονική στιγμή t_0 έχει ως συνέπεια την εσφαλμένη εκτίμηση της κατανομής του δείκτη ιδιοκτησίας για την ίδια χρονική στιγμή (σχ. 1).

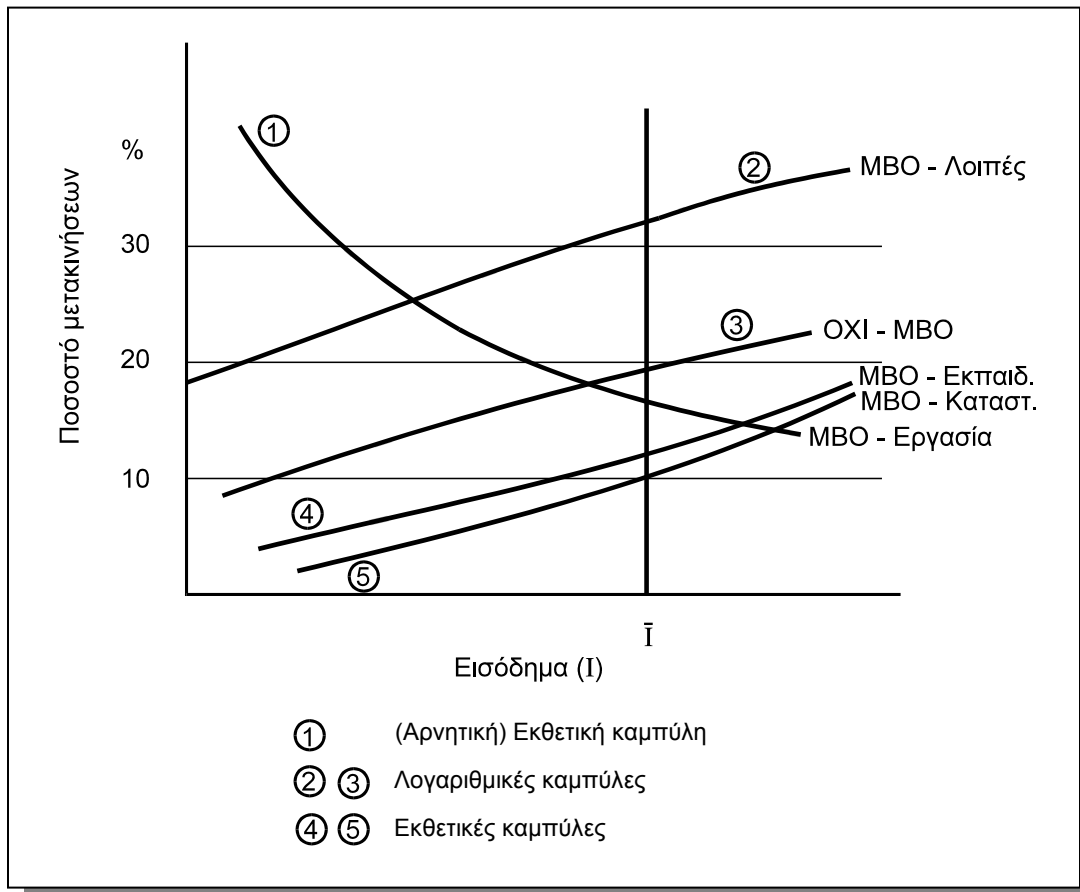
Σχήμα 2. Καμπύλες εξέλιξης εισοδήματος



Σχήμα 3. Τυπική σχέση εισοδήματος και ημερησίων μετακινήσεων



Σχήμα 4. Τυπική σχέση εισοδήματος και κατανομής σκοπού μετακίνησης (αστικές περιοχές)

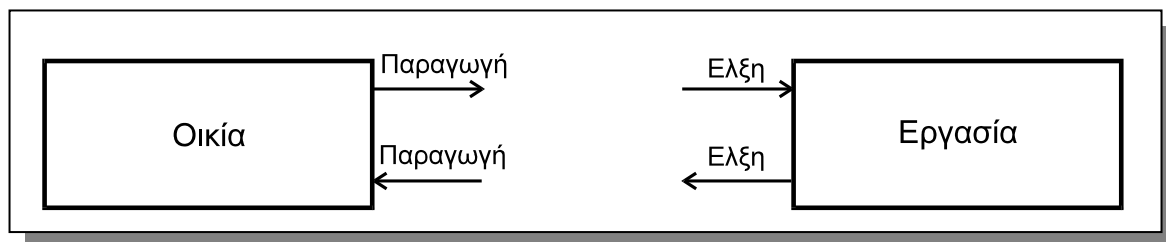


β. Έλξεις

Πίνακας 1. Τυπικοί συντελεστές έλξης μετακινήσεων

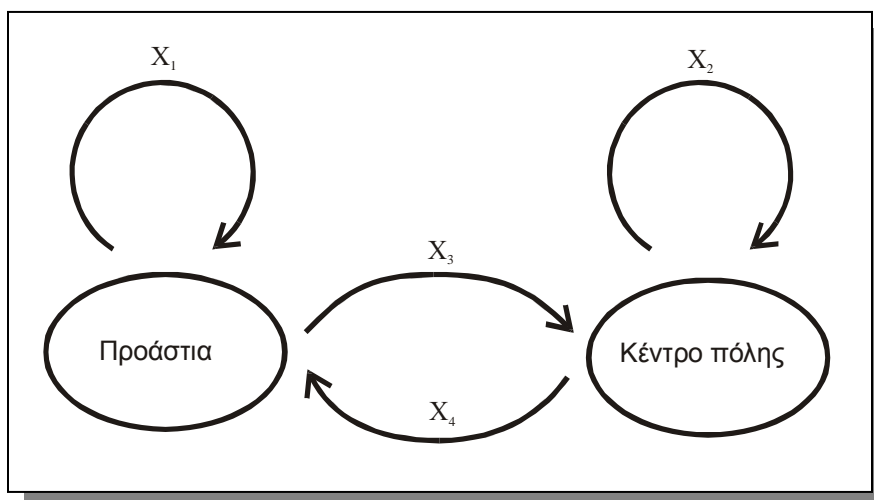
Κατηγορία χρήσης γης	Ημερήσιες έλξεις μετακινήσεων (ανά 100 m ²)
Εμπορική (Λιανικό εμπόριο)	8,1
Εμπορική (Υπηρεσίες)	5,2
Εμπορική (Χονδρικό εμπόριο)	1,2
Βιομηχανική	1,0
Δημόσιες Υπηρεσίες	1,5

Σχήμα 5. Ζώνη αναφοράς παραγωγής/ έλξης



γ. Παράδειγμα

Σχήμα 6. Μετακινήσεις με σκοπό την εργασία



Ενδεικτικό παράδειγμα μετακινήσεων ΜΒΟ–Ε από τις ΗΠΑ (εργαζόμενοι που ζουν και εργάζονται σε κάθε περιοχή).

(Στοιχεία 1990)						
	Αριθμός (10 ³)	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Σ (%)
Βοστώνη	1400	68	11,5	16,5	4	100
Ουάσιγκτον	1400	56	15	25,5	3,5	100
Νέα Υόρκη	6300	46	40	11	3	100
Λος Άντζελες	4600	46	22,5	18,5	13	100

3.- Στο διάγραμμα που ακολουθεί δίδεται ένα παράδειγμα επιλογής

Μαζικού Μεταφορικού Μέσου (MMM) σε σχέση με το εισόδημα του μετακινούμενου και το λόγο προσιτότητας που προσφέρει το MMM προς το Ι.Χ.

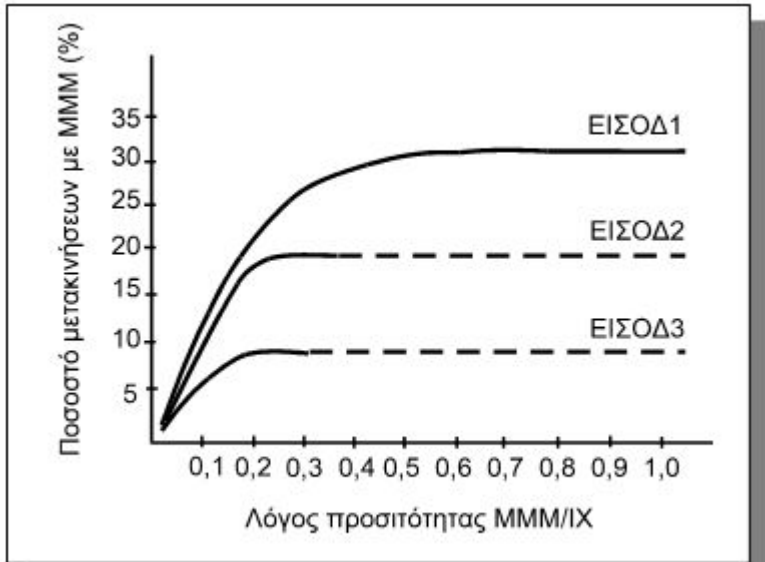
όπου: Εισοδ1 < Εισοδ2 < Εισοδ3 και

Προσιτότητα: $\sum_j A_j (F_{ij})$

A_j : έλξεις στη ζώνη j

F_{ij} : συντελεστής τριβής

ανάμεσα στις ζώνες i, j



4.- Δημιουργία του πίνακα προέλευσης – προορισμού.

Στο παράδειγμα αυτό αναπτύσσεται η δημιουργία του πίνακα προέλευσης – προορισμού (ΠΠ) από τον πίνακα παραγωγής – έλξης (ΠΕ) μετακινήσεων μιας περιοχής μελέτης.

$$\text{Ο πίνακας ΠΕ} = \begin{bmatrix} 100 & 400 & 250 \\ 700 & 550 & 320 \\ 1000 & 300 & 700 \end{bmatrix}$$

αναφέρεται σε μία περιοχή μελέτης που απαρτίζεται από 3 ζώνες μικτών χρήσεων, αφού κάθε ζώνη εμφανίζει τόσο παραγόμενες μετακινήσεις (στοιχείο i-j του πίνακα) όσο και ελκόμενες (στοιχείο j-i). Αν στην ίδια περιοχή μελέτης μία ζώνη (π.χ. η ζώνη 3) ήταν αμοιγούς χρήσης (π.χ. ζώνη κατοικίας) ο πίνακας θα διαμορφώνετο ως εξής:

$$\text{ΠΕ}' = \begin{bmatrix} 100 & 400 & 0 \\ 700 & 550 & 0 \\ 1000 & 300 & 0 \end{bmatrix}$$

Η δημιουργία του πίνακα προέλευσης – προορισμού σχετίζεται τόσο με το σκοπό μετακίνησης όσο και με την περίοδο της ημέρας που αναπαριστά. Σχηματίζεται με τη βοήθεια του ανάστροφου πίνακα ΠΕ^T (που προκύπτει από τον ΠΕ αν οι γραμμές γίνουν στήλες και οι στήλες γραμμές). Τόσο ο ΠΕ όσο και ο ΠΕ^T πολλαπλασιάζονται επί έναν συντελεστή που αντιπροσωπεύει το ποσοστό συμμετοχής των παραγόμενων και ελκόμενων μετακινήσεων στο σύνολο. Το άθροισμα των συντελεστών ισούται με τη μονάδα. Για παράδειγμα ο παρακάτω πίνακας ΠΠ εκφράζει μετακινήσεις με βάση την οικία (ΜΒΟ) και σκοπό την εργασία που γίνονται κατά την πρωινή περίοδο:

$$\text{ΠΠ} = 0,70 \times \text{ΠΕ} + 0,30 \times \text{ΠΕ}^T$$

$$\text{ΠΠ} = 0,70 \times \begin{bmatrix} 100 & 400 & 250 \\ 700 & 550 & 320 \\ 1000 & 300 & 700 \end{bmatrix} + 0,30 \times \begin{bmatrix} 100 & 700 & 1000 \\ 400 & 550 & 300 \\ 250 & 320 & 700 \end{bmatrix}$$

$$\Pi\Pi = \begin{bmatrix} 70 & 280 & 175 \\ 490 & 385 & 224 \\ 700 & 210 & 490 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 & 210 & 300 \\ 120 & 165 & 90 \\ 75 & 96 & 210 \end{bmatrix}$$

$$\Pi\Pi = \begin{bmatrix} 100 & 490 & 475 \\ 610 & 550 & 314 \\ 775 & 306 & 700 \end{bmatrix}$$

Ο πίνακας $\Pi\Pi$ είναι ένας *προσανατολισμένος* πίνακας μετακινήσεων.

5.- Παράδειγμα *καταμερισμού κυκλοφορίας* στο δίκτυο με έλεγχο (διόρθωση) της χωρητικότητας.

Συνήθης κωδικοποίηση δικτύου:

Ανάντη κόμβος (A-node)	Κατάντη κόμβος (B-node)	Μήκος (m)	Ικανότητα MEA/h	Ταχύτητα ελεύθερης ροής (km/h)	Ταχύτητα στην ικανότητα (km/h)
101	102	450	950	60	25

Οι δύο ταχύτητες (ελεύθερης ροής/ στην ικανότητα) προσδιορίζουν τα τεχνικά χαρακτηριστικά του οδικού συνδέσμου (π.χ. διαφοροποιούν τον αυτοκινητόδρομο από την ταχεία λεωφόρο ή την σηματοδοτούμενη αρτηρία ή το συλλεκτήριο δρόμο).

Με γνωστά το μήκος και τις δύο ταχύτητες μπορεί να προσδιοριστεί η καμπύλη φόρτου/ ταχύτητας.

Ενίοτε δίνεται η μία από τις δύο καθώς και η σχέση που τις συνδέει. Για σηματοδοτούμενα (αστικά) δίκτυα το U.S.D.O.T⁽¹⁾ (Bureau of Public Roads, BPR) δίνει τη σχέση:

$$v_c = v_f \cdot 0,87$$

με v_f : ταχύτητα ελεύθερης ροής και v_c : ταχύτητα στην ικανότητα (κορεσμού).

Η διόρθωση για κάθε βήμα προσέγγισης γίνεται με επαναπροσδιορισμό των χρόνων λαμβάνοντας υπόψη τη κατάσταση κορεσμού που προέρχεται από τη πεπερασμένη ικανότητα των συνδέσμων με βάση τον τύπο:

$$T_\varepsilon = T_\alpha \left[1 + 0,15(v / c)^4 \right]$$

όπου T_ε : ο (νέος) χρόνος της επόμενης προσέγγισης και

T_α : ο αρχικός χρόνος

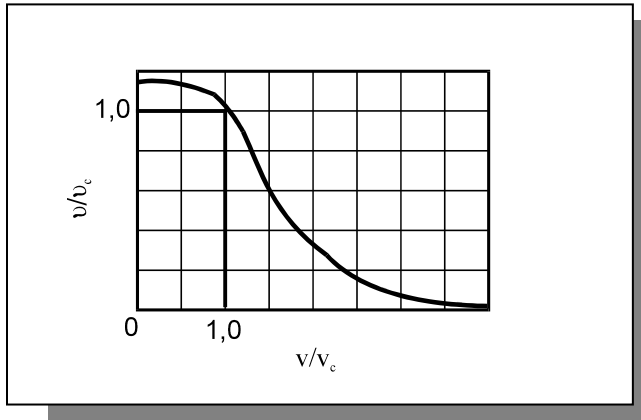
Για την πρώτη προσέγγιση, ο αρχικός χρόνος συμπίπτει συνήθως με το χρόνο ελεύθερης ροής (T_f).

Μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σχέση που συνδέει την ταχύτητα (v) και το φόρτο (v) μιας τυχούσας στάθμης κυκλοφορίας με την ταχύτητα (v_c) και το φόρτο (v_c) κορεσμού. Αν θεωρήσουμε ότι οι αρχικές συνθήκες ταυτίζονται με τις συνθήκες ελεύθερης ροής τότε ο αρχικός χρόνος διάνυσης $T_\alpha = T_f$ και

⁽¹⁾ U.S Department of Transportation

$$v/v_c = 1/(T/T_c) = T_c / \{T_f [1 + 0,15(v/c)^4]\} = T_c / \{0,87 \cdot T_c [1 + 0,15(v/c)^4]\} = 1,15/[1 + 0,15(v/c)^4]$$

Σχήμα 1. Σχέση λόγου ταχυτήτων προς λόγο φόρτων



Εφαρμογή: Έστω σύνδεσμος μήκους $L = 1200 \text{ m}$ και ικανότητας $c = 1600 \text{ ΜΕΑ/}h$. Αν η ταχύτητα ελεύθερης ροής είναι

$$v_f = 50 \text{ km/h, τότε } T_f = 1,20 \text{ min}$$

Έστω ότι μετά το πρώτο βήμα της διαδικασίας του καταμερισμού της κυκλοφορίας ο σύνδεσμος δέχεται φόρτο $v = 2000 \text{ ΜΕΑ/}h$. Τότε

$$v/c = 2000/1600 = 1,25 \text{ και}$$

$$T_e = 1,20 [1 + 0,15(1,25)^4] = 1,64 \text{ min}$$

που αντιστοιχεί σε ταχύτητα $v = 36,6 \text{ km/h}$

Προκειμένου η παραπάνω επαναληπτική διαδικασία να είναι ταχέως συγκλίνουσα, δηλ. να συγκλίνει με αποσβενόμενη ταλάντωση προς την ασυμπτωτική τιμή της, χρησιμοποιείται ο τύπος

$$T = 0,75T_{\alpha} + 0,25T_{\varepsilon}$$

Επομένως, ο νέος χρόνος υπολογισμού για το πιο πάνω παράδειγμα θα είναι:

$$T = 0,75 \cdot 1,20 + 0,25 \cdot 1,64 = 1,31 \text{ min}$$

που αντιστοιχεί σε ταχύτητα $v = 45,8 \text{ km/h}$.

6.- Η έννοια της ελαστικότητας

Η ελαστικότητα της ζήτησης (ειδικότερα της μεταφορικής ζήτησης) ορίζεται ως:

$$e = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{NM}{NC} \cdot \frac{NC}{ON} = \frac{NM}{ON}$$

όπου Q: ο μεταφορικός φόρτος

P: η δαπάνη (κόστος) μετακίνησης

Σημειώνεται ότι η ελαστικότητα δεν ταυτίζεται με την κλίση. Εφ' όσον Q και P συνδέονται αντιστρόφως, η ελαστικότητα είναι πάντα αρνητικός αριθμός.

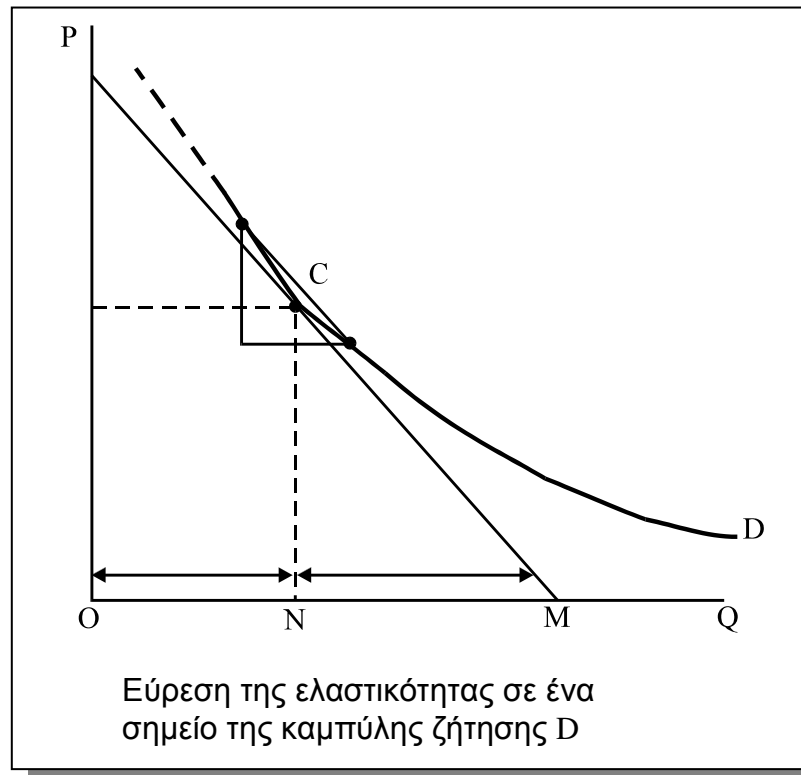
Το πρόσημο τίθεται για να εργαζόμαστε με θετικούς αριθμούς.

Ισχύουν:

Ελαστική ζήτηση : $e > 1$

Μοναδιαία ελαστική : $e = 1$

Ανελαστική ζήτηση : $e < 1$

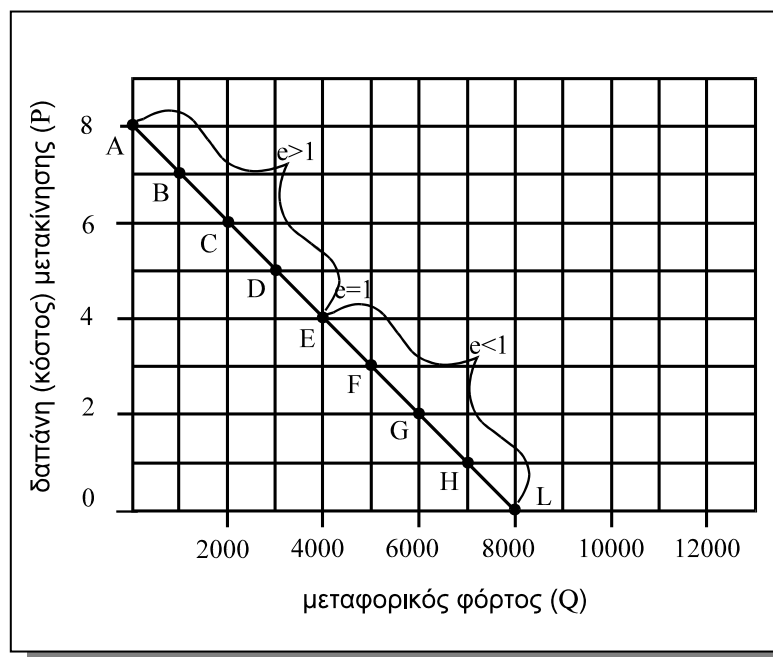


Παράδειγμα υπολογισμού της ελαστικότητας.

Ο παρακάτω πίνακας προκύπτει από το διάγραμμα φόρτου (Q) – Δαπάνης (P) που ακολουθεί:

Σημείο	P	Q	Σύνολο δαπάνης e Μετακίνησης	e
A	8	0	0	
B	7	1.000	7.000	7
C	6	2.000	12.000	3
D	5	3.000	15.000	5/3
E	4	4.000	16.000 (*)	1
F	3	5.000	15.000	3/5
G	2	6.000	12.000	1/3
H	1	7.000	7.000	1/7
L	0	8.000	0	

(*) μέγιστη τιμή



Μία ενδιαφέρουσα εφαρμογή της ελαστικότητας της ζήτησης αποτελεί η εκτίμηση της προκαλούμενης κυκλοφορίας (induced traffic) που δημιουργείται από τη βελτίωση ενός συγκοινωνιακού έργου.

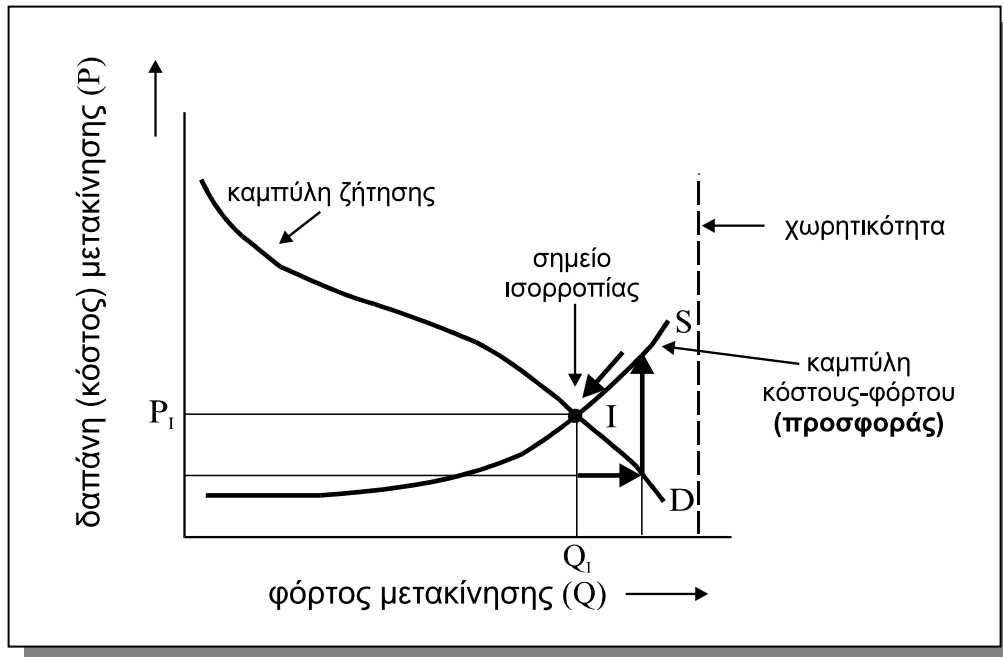
Για παράδειγμα μπορεί κανείς να θεωρήσει ως τυπικές ελαστικότητες για μεν τις βραχυπρόθεσμες επιπτώσεις συντελεστή $-0,8$ για δε τις μακροπρόθεσμες $-1,0$. Αυτό ερμηνεύεται ως εξής: εάν μειωθεί το γενικευμένο κόστος (κόστος και χρόνος διαδρομής) κατά 10% η κυκλοφορία αναμένεται να αυξηθεί κατά 8% τα επόμενα 5 χρόνια και κατά 2% επί πλέον μέσα σε μία εικοσαετία (USDOT Highway Economic Requirements System model, 1999).

7.- Παράγωγοι και ελαστικότητες μερικών συνήθων συναρτήσεων

Συνάρτηση	Μαθηματική έκφραση	Παράγωγος ($\partial Y / \partial X$)	Ελαστικότητα $X / Y (\partial Y / \partial X)$
Γραμμική	$\alpha + \beta X$	β	$\frac{\beta X}{Y} = \frac{1}{1 + (\alpha / \beta X)}$
Γεωμετρική	αX^{β}	$\alpha \beta X^{\beta-1}$	β
Εκθετική	$\alpha e^{\beta X}$	$\alpha \beta e^{\beta X}$	βX

8.- Καμπύλη προσφοράς

Η καμπύλη προσφοράς διαφέρει (ως έννοια) από εκείνη που ορίζεται στην οικονομική θεωρία γιατί δεν παριστά τη συμπεριφορά του "πωλητή" αλλά το αντιληπτό κόστος των χρηστών που συνδέεται με ένα συγκεκριμένο έργο (υποδομή).



Γενική μορφή καμπύλης προσφοράς (καμπύλης κόστους/φόρτου):

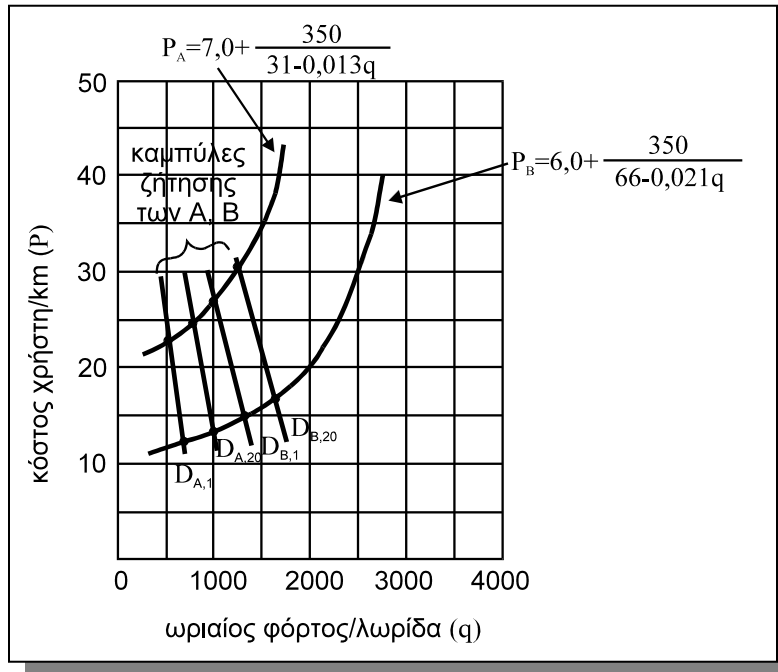
$$p = b + \frac{f}{v_0 - aq}$$

v_0 : ταχύτητα ελεύθερης ροής

q : φόρτος μετακίνησης

b, f, a : παράμετροι που εξαρτώνται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της υποδομής, τη χωρητικότητα, και τον τύπο των οχημάτων.

Το παρακάτω σχήμα δείχνει καμπύλες προσφοράς (κόστους – φόρτου) και ζήτησης για δύο εναλλακτικές λύσεις Α, Β για τα έτη $t=1$ και $t=20$.



9.- Επιλογή διαδρομής

Αν θεωρηθεί ότι η διαφορά των συναρτήσεων χρησιμότητας (DU) των χρηστών του οδικού δικτύου της Αθήνας και αντίστοιχα η πιθανότητα επιλογής (P) της Αττικής Οδού (αυτοκινητόδρομος με διόδια) δίδονται από τους παρακάτω τύπους

$$DU(t, x, c) := 0.147 + 0.015 \cdot t + 0.03 \cdot x - 0.35 \cdot c$$

$$P(t, x, c) := \frac{e^{DU(t, x, c)}}{1 + e^{DU(t, x, c)}}$$

όπου

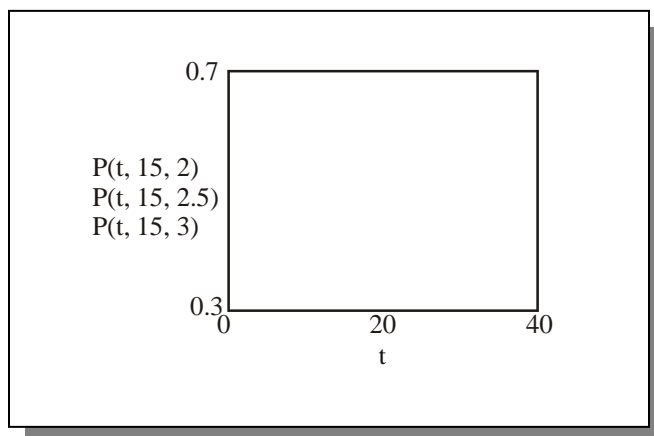
t: ο αντιληπτός (εκτιμώμενος πριν την μετακίνηση) χρόνος (χωρίς της απρόβλεπτες καθυστερήσεις λόγω φαινομένων συμφόρησης)

x: ο υπερβάλλον χρόνος διαδρομής (που οφείλεται στις καθυστερήσεις), και

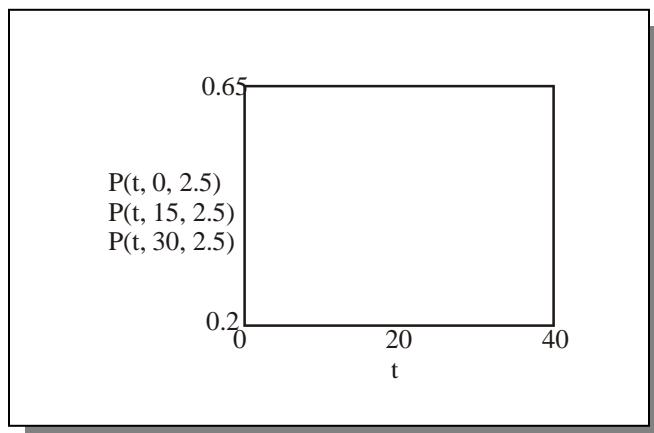
c: το άμεσο κόστος χρήσης (κόστος διοδίων)

να υπολογιστούν τα παρακάτω:

- α) Αν υποθεθεί ότι ο μέσος υπερβάλλον χρόνος είναι ίσος με 15 min, να δοθούν οι οικογένειες καμπυλών για κόστη κομίστρου 2, 2,5 και 3 ευρώ για διαφορές χρόνων διαδρομών που κυμαίνονται από 0 έως 40 min.



- β) Να δοθούν οι οικογένειες καμπυλών για εύρος διαφοράς χρόνου $0 < t < 40$ για σταθερό διόδιο 2,5 ευρώ και υπερβάλλοντες χρόνους $0 < x < 30$ με βήμα = 15 min.



γ) Αν επιδιώκεται (για λειτουργικούς λόγους) η επιλογή της διαδρομής που περικλείει την Αττική Οδό να μην υπερβαίνει το 50% θεωρώντας μία μέση διαφορά χρόνου μετακίνησης ίση με 20 min, σε τι συμπέρασμα καταλήγετε σχετικά με τις τιμές των υπολοίπων παραμέτρων;

Επίλυση

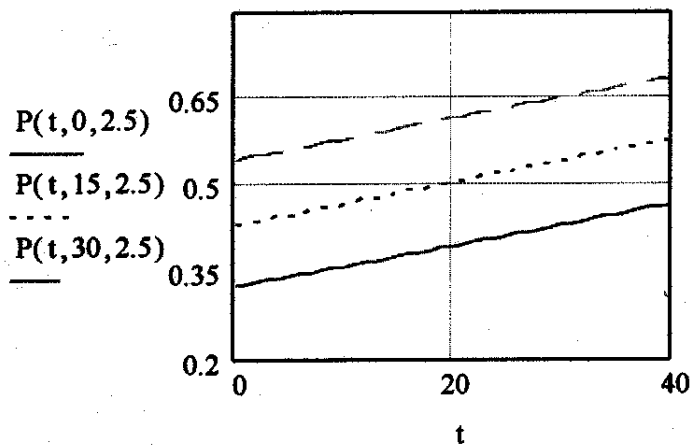
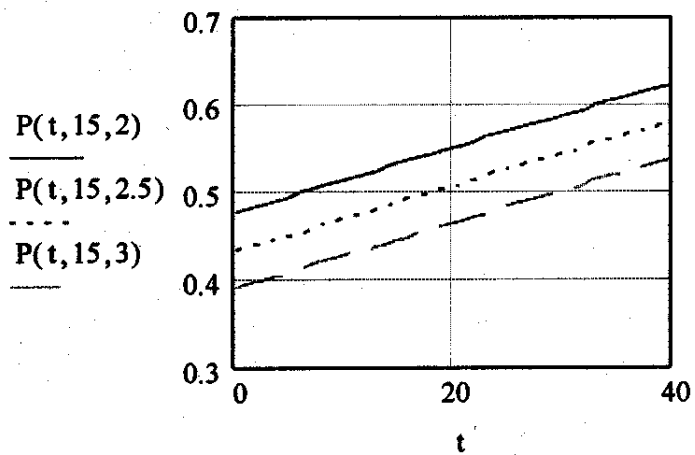
$$t := 0..40$$

$$x : 0..45$$

$$c := 0..3$$

$$DC(t, x, c) := 0.147 + 0.015 \cdot t + 0.03 \cdot x - 0.35 \cdot c$$

$$P(t, x, c) := \frac{e^{DU(t, c, x)}}{1 + e^{DU(t, x, c)}}$$



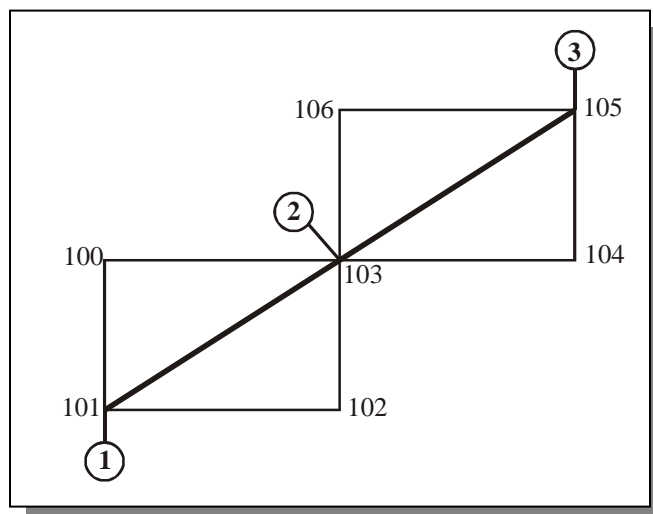
10.- Επιλογή διαδρομής

Στο παρακάτω σχήμα δίδεται κωδικοποιημένη μία περιοχή μελέτης που αποτελείται από τρεις ζώνες 1, 2 και 3. Το οδικό δίκτυο της περιοχής αποτελείται από ένα σύστημα τοπικών αρτηριών στις οποίες πρόσφατα προστέθηκε ένας αστικός αυτοκινητόδρομος (έντονη γραμμή). Τα στοιχεία του οδικού δικτύου δίδονται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 1

Κόμβος αρχής	Κόμβος τέλους	Κατεύθυνση (*)	Χρόνος (αντιληπτός), min
100	101	1	14
101	102	1	12
102	103	1	14
103	101	1	12
103	104	1	6
104	105	1	8
105	106	1	6
106	103	1	8
101	103	2	7
103	105	2	8

(*) 1 = μονή, 2 = διπλή



Έχει ευρεθεί ότι οι χρήστες του δικτύου επιλέγουν διαδρομή σύμφωνα με το πρότυπο

$$p_1 = \frac{e^{U_1}}{\sum_{i=1}^2 e^{U_i}}$$

όπου: p_1 η πιθανότητα επιλογής της διαδρομής 1

U_i η συνάρτηση (αρνητικής) χρησιμότητας για το διαδρομή $i (= 1, 2)$

$$U_i = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 c,$$

όπου: t : ο αντιληπτός χρόνος διαδρομής και

c : το αντιληπτό κόστος (αντίτιμο διοδίου)

(Ισχύει προφανώς: $p_2 = 1 - p_1$)

Οι συναρτήσεις για τις δύο εναλλακτικές διαδρομές (A = αυτοκινητόδρομο, T = τοπικό δίκτυο) ευρέθηκαν ότι είναι οι παρακάτω:

$$U_A = 0,35 - 0,02t_A - 0,85c_A,$$

$$U_T = -0,02t_T$$

Να ευρεθεί (προσεγγιστικά) το αντίτιμο του ενιαίου διοδίου (1€ - 2€) που εξασφαλίζει ένα μέγιστο κυκλοφοριακό φόρτο για τις τρεις λωρίδες ανά κατεύθυνση ίσο με 3500 ΜΕΑ/h και που αντιστοιχεί σε ένα ικανοποιητικό επίπεδο εξυπηρέτησης λειτουργίας του αυτοκινητοδρόμου, με βάση τον παρακάτω πίνακα ζήτησης μετακινήσεων ανάμεσα στις τρεις ζώνες για την πρωινή ώρα αιχμής (ΜΕΑ/h):

0	0	6000
0	0	3500
0	0	0

Σημ.: Οι υπολογισμοί θα γίνουν μόνο για την κατεύθυνση για την οποία δίδονται στοιχεία. ΜΕΑ: Μονάδες Επιβατικών Αυτοκινήτων.

11.-Συγκοινωνιακές Έρευνες

Οι Συγκοινωνιακές Έρευνες βασίζονται στη συλλογή στοιχείων αντιπροσωπευτικών του πληθυσμού.

Δειγματοληψία:

Κατά τη δειγματοληψία παρουσιάζονται δύο τύποι σφάλματος:

(I) Σφάλμα που οφείλεται στη τυχαιότητα (δείγμα από τον εξεταζόμενο πληθυσμό): δεν επηρεάζει τις μέσες τιμές των εκτιμήσεων των παραμέτρων, αλλά μόνο τη διασπορά (δηλ. το επίπεδο εμπιστοσύνης). Το σφάλμα αυτό **συσχετίζεται** με το μέγεθος του δείγματος

(II) Σφάλμα μεροληψίας (σφάλμα στον καθορισμό του πληθυσμού, σφάλμα μεθοδολογίας δειγματοληψίας). Αυτός ο τύπος σφάλματος, **επηρεάζει** τις εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων

Μέγεθος δείγματος:

-Εξαρτάται από τον συμβιβασμό (συγκερασμό) κόστους δειγματοληψίας και επιθυμητής ακρίβειας

-Επηρεάζει την εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων μέσω των στατιστικών τύπων που εφαρμόζονται.

-Το μέγεθος του πληθυσμού δεν επηρεάζει το μέγεθος του δείγματος εκτός εξαιρέσεων (πολύ μικρών πληθυσμών)

-Βασίζεται στο Κεντρικό Οριακό Θεώρημα (ΚΟΘ) που ορίζει ότι οι εκτιμήσεις των μέσων τιμών του δείγματος τείνουν να ακολουθήσουν την κανονική κατανομή καθώς το μέγεθος του δείγματος (n) αυξάνει (δηλ. λαμβάνει τιμές >30). Ισχύει και για μικρότερα δείγματα αν μπορεί να υποτεθεί ότι ο πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή.

Έστω πληθυσμός μεγέθους N του οποίου κάποιο χαρακτηριστικό έχει μέση τιμή μ και διασπορά σ^2 . Σύμφωνα με το ΚΟΘ η βέλτιστη εκτίμηση της

μέσης τιμής είναι η $\mu = \bar{x}$ και της διασποράς σ^2 η S^2 (η διασπορά του δείγματος). Σε αυτή τη περίπτωση, το τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής του δείγματος ισούται με

$$s(\bar{x}) = \sqrt{(N-n)S^2/nN}.$$

Για μεγάλους πληθυσμούς και μικρά δείγματα το $(N-n)/N \rightarrow 1$ και επομένως

$$s(\bar{x}) = S/\sqrt{n}$$

Για τον υπολογισμό του n επιλύεται η παρακάτω σχέση:

$$n = S^2 / s(\bar{x})^2$$

Η πιο πάνω διαδικασία παρουσιάζει δύο προβλήματα: την εκτίμηση της διασποράς S^2 του δείγματος και την επιλογή ενός αποδεκτού τυπικού σφάλματος για τη μέση τιμή.

Το πρώτο είναι προφανές και οδηγεί στο συμπέρασμα ότι αφού πρέπει να υπολογιστεί αφού παρθεί το δείγμα, θα πρέπει να υπολογιστεί από κάποια άλλη πηγή.

Το δεύτερο συναρτάται με το επιδιωκόμενο **επίπεδο εμπιστοσύνης** του μέσου το δείγματος ως εκτίμηση του πραγματικού μέσου του πληθυσμού. Συνήθως δεν καθορίζεται κάποιο συγκεκριμένο τυπικό σφάλμα αλλά ένα **διάστημα** περί τον μέσο για κάποιο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Καταρχήν πρέπει να καθοριστεί ένα επίπεδο εμπιστοσύνης για το διάστημα που αναφέρεται στην αποδοχή σφάλματος στον υπολογισμό του μέσου όρου, π.χ. ένα τυπικό επίπεδο 95% συνεπάγεται την αποδοχή σφάλματος στο 5% των περιπτώσεων.

Επίσης, απαιτείται ο καθορισμός των ορίων του επιπέδου εμπιστοσύνης περί τον μέσον, είτε σε απόλυτες ή σε σχετικές τιμές, π.χ. ως ποσοστό της

τιμής του μέσου. Γι' αυτόν τον λόγο, το μέγεθος του δείγματος εκφράζεται συνήθως ως συνάρτηση του αναμενόμενου συντελεστή απόκλισης ($\Sigma A = \sigma/\mu$).

Για παράδειγμα, ένα υποτεθεί ότι ο πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή και ληφθεί επίπεδο εμπιστοσύνης ίσο με 95%, αυτό θα συνεπάγεται ότι γίνονται αποδεκτές τιμές έως $1,96s(\bar{x})$ αφού η περιοχή $\mu \pm 1,96\sigma$ (κάτω από την καμπύλη της συνάρτησης πιθανότητας) περιέχει το 95% της πιθανότητας της κανονικής κατανομής. Αν παράλληλα καθοριστεί και ένα ποσοστό σφάλματος στην εκτίμηση του μέσου όρου, π.χ. ίσο με 10%, τότε το διάστημα καθορίζεται ως $\mu \pm 0,1\mu$ και ισχύει

$$s(\bar{x}) = 0,1\mu/1,96 = 0,051\mu$$

και με αντικατάσταση στην προηγούμενη σχέση εκτίμησης του δείγματος προκύπτει ότι

$$n = \left(\frac{S}{0,051\mu}\right)^2 = 384\Sigma A^2$$

Συγκοινωνιακές μελέτες

Η εκτίμηση του μεγέθους δείγματος στις συγκοινωνιακές έρευνες απαιτεί ακριβή γνώση των μεταβλητών που πρέπει να εκτιμηθούν, των αντίστοιχων συντελεστών απόκλισης, της απαιτούμενης ακρίβειας εκτίμησης και του επιπέδου εμπιστοσύνης.

Ο πρώτος παράγων είναι πολύ σημαντικός και συνήθως περιβάλλεται από ασάφεια στην ακριβή επιδίωξη της έρευνας. Αν π.χ. απαιτείται μόνο η εκτίμηση των συντελεστών παραγωγής μετακινήσεων, τότε δείγματα μεγέθους 1000 απογραφομένων εγγυάται **επίπεδα εμπιστοσύνης** της

τάξης του 90% για **διαστήματα (ποσοστά) σφάλματος** εκτίμησης ίσα με 5%.

Η παραπάνω εκτίμηση μεγέθους δείγματος δυσμενοποιείται στη περίπτωση των ερευνών Προέλευσης – Προορισμού ιδιαίτερα δε στη περίπτωση που επιδιώκεται 'αντιπροσωπευτικότητα' για κάθε στοιχείο του μητρώου των μετακινήσεων. Για παράδειγμα, αν το κάθε στοιχείο του μητρώου έχει περί τις 1000 μετακινήσεις, τότε αποδεικνύεται ότι ένα δείγμα της τάξης λίγο μεγαλύτερου του 4% (δηλ. περίπου 4,3%) εγγυάται σφάλματα μικρότερα του 25% με επίπεδο εμπιστοσύνης 90%. Εάν όμως το πλήθος των μετακινήσεων ανάμεσα στις ζώνες της περιοχής μελέτης είναι της τάξης των 20 -30, τότε για να επιτευχθεί το ίδιο επίπεδο ακρίβειας θα απαιτείτο μέχρι και δείγμα 100% (το σύνολο δηλαδή του πληθυσμού!).

Το πρόβλημα απλουστεύεται αν υπάρχουν στοιχεία για τον συντελεστή απόκλισης. Γι τον λόγο αυτόν, θα μπορούσε να αντληθεί σχετική εμπειρία από την πληθώρα προηγούμενων συγκοινωνιακών μελετών που διεξήγαν παρόμοιες έρευνες Προέλευσης – Προορισμού.

Αν οι τρεις καθοριστικοί παράγοντες (ΣA , ποσοστό σφάλματος και επίπεδο εμπιστοσύνης) είναι γνωστοί, τότε μπορεί να εκτιμηθεί το μέγεθος του δείγματος με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$n = \frac{\Sigma A^2 Z_{\alpha}^2}{E^2}$$

όπου ΣA όπως ορίστηκε προηγούμενα, Z_{α} η τιμή της τυπικής κανονικής κατανομής για επίπεδο εμπιστοσύνης α και E το ποσοστό σφάλματος (που προσδιορίζει το επιδιωκόμενο επίπεδο ακρίβειας εκτίμησης).

Παράδειγμα 1: Να εκτιμηθεί το μέγεθος του δείγματος που απαιτείται προκειμένου να εκτιμηθεί ο αριθμός των μετακινήσεων ανά νοικοκυριό, με $\Sigma A=1,0$, ποσοστό σφάλματος 5% και επίπεδο εμπιστοσύνης 95%:

$$n = \frac{(1,0)^2(1,645)^2}{(0,05)^2} = 1082$$

Παράδειγμα 2: Αν στο παραπάνω παράδειγμα αυξηθεί το ΣA κατά 10%, δηλ. γίνει 1,10, το μέγεθος δείγματος αυξάνεται κατά 21%:

$$n = \frac{(1,1)^2(1,645)^2}{(0,05)^2} = 1310$$

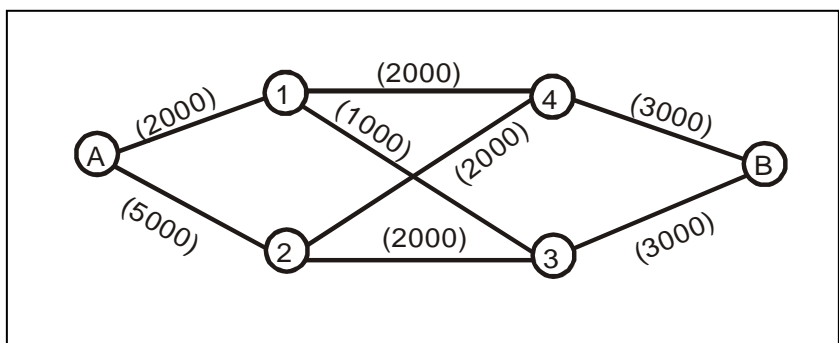
Β' Μ Ε Ρ Ο Σ**Παραδείγματα και ασκήσεις προς λύση**

1.- Δίδεται το παρακάτω δίκτυο στο οποίο σημειώνονται οι κόμβοι 1,2,3,4 τα σημεία προελεύσεως A και προορισμού B καθώς και οι ικανότητες των συνδέσμων:

α.- Ποια είναι η ικανότητα του δικτύου για τη γραμμή επιθυμίας μετακίνησης AB.

β.- Ποιοι σύνδεσμοι ελέγχουν την ικανότητα

της γραμμής επιθυμίας μετακίνησης AB και ποιοι της BA.



2.- Θεωρήστε ότι σε μια πόλη υπάρχει ένα ανεπτυγμένο σύστημα λεωφορειακών λωρίδων (λωρίδες ΜΟΝΟ για λεωφορεία) και ότι η εξυπηρέτηση γίνεται σήμερα με λεωφορεία τύπου B (85 θέσεων) με μέση απόσταση στάσεων d_B (m).

Υπάρχει η σκέψη να δρομολογηθούν και λεωφορεία των παρακάτω δύο τύπων:

A (150 θέσεων)

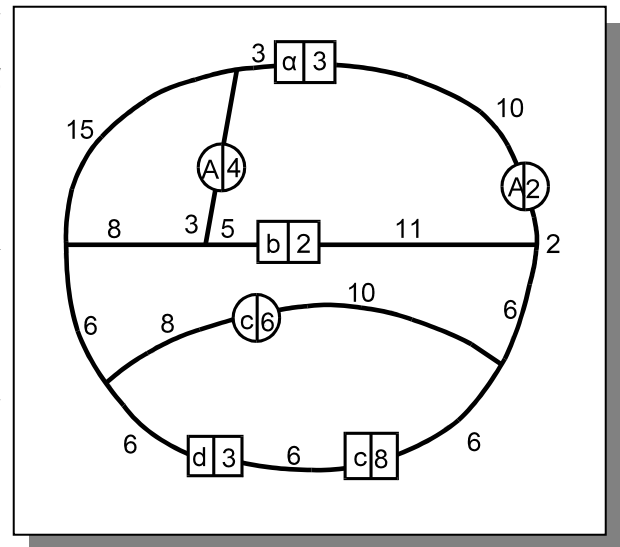
Γ (30 θέσεων)

α.- Προκειμένου να μεταφερθεί ο ίδιος αριθμός επιβατών ποιος από τους τύπους θα επιτύχει μείωση του μέσου χρόνου αναμονής στη στάση και γιατί; Η (μέση) απόσταση στάσεων θεωρείται ότι παραμένει d_B (m).

- β.- Ποιος από τους τρεις τύπους λεωφορείου προσφέρεται για την ανάπτυξη ενός συστήματος με μικρότερη απόσταση στάσεων, αν ληφθεί ως κριτήριο η μέση καθυστέρηση των λεωφορείων και επιβατών.
- γ.- Ποιος συμπεραίνετε ότι είναι ο πιο κατάλληλος τύπος λεωφορείου και γιατί (με βάση τα πιο πάνω).

3.- Να καταστρωθεί ο καλύτερος τρόπος επίλυσης του παρακάτω προβλήματος (χωρίς αριθμητική επίλυση):

Στο σχήμα που ακολουθεί (σχ. 3.1) παρίσταται ένα δίκτυο σιδηρόδρομου. Τα σημεία a,b,c και d παριστούν τα 4 αμαξοστάσια (depot) που διανυκτερεύουν οι συρμοί, τα δε σημεία A,B και C, τις αφετηρίες - σταθμούς στους οποίους πρέπει να βρίσκονται οι συρμοί κάθε πρωί για την εκτέλεση των δρομολογίων τους. Σε κάθε



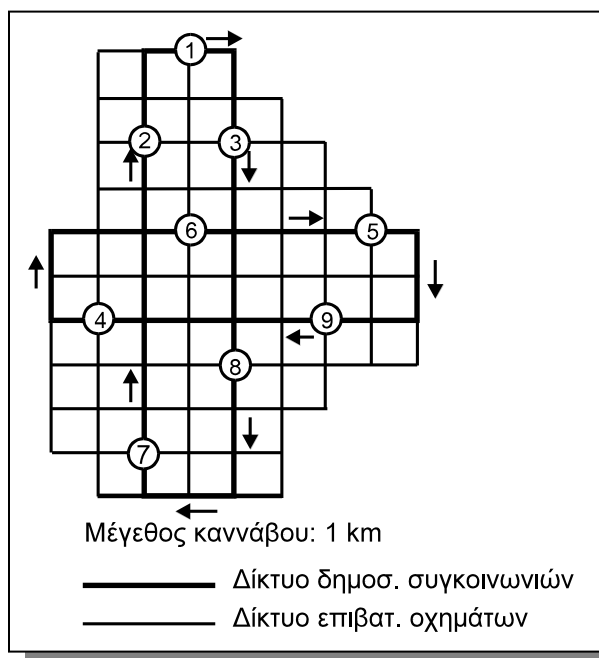
αμαξοστάσιο αναγράφεται ο αριθμός των συρμών που κάνει χρήση των εγκαταστάσεων, σε κάθε δε αφετηρία ο αριθμός των συρμών που απαιτείται κάθε πρωί για την έναρξη των δρομολογίων. Επίσης σημειώνονται οι χιλιομετρικές αποστάσεις ανάμεσα στα σημεία αυτά και στους κόμβους του δικτύου καθώς και μεταξύ των κόμβων.

Αν το κόστος κίνησης κάθε συρμού είναι c δρχ./km, πως θα επιδιώξει η εταιρεία την μεγαλύτερη οικονομία;

4.- Δίνεται το δίκτυο της πόλης ΑΛΦΑ (σχ. 4.1). Η πόλη αυτή έχει 9 ζώνες χρήσης γης που παρίστανται από τα κεντροειδή τους και που συμπίπτουν με τους κόμβους του δικτύου. Δίνεται επίσης ο πίνακας 4.1 της κατανομής των μετακινήσεων από τις ζώνες κατοικίας στις ζώνες εργασίας. Οι μετακινήσεις μπορούν να γίνουν με δύο μέσα:

1. δημόσιες συγκοινωνίες
2. επιβατικό όχημα

Σχήμα 4.1

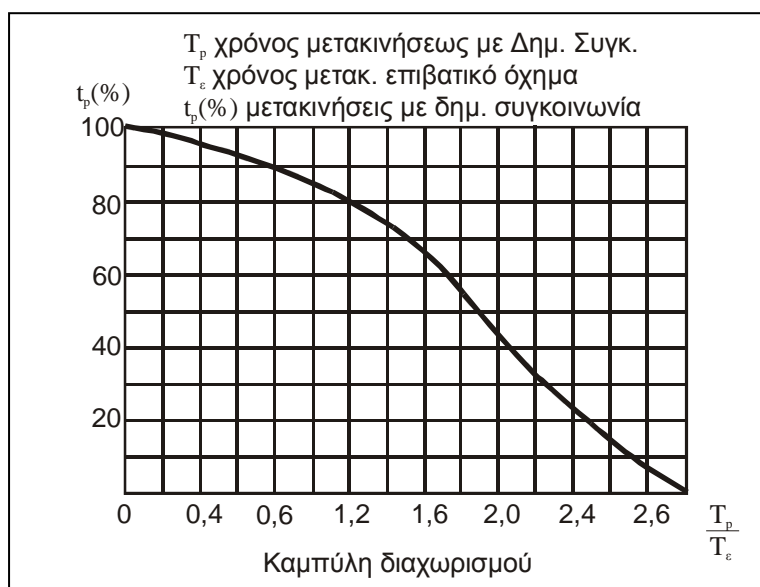


Τα δύο δίκτυα είναι ανεξάρτητα (τα επιβατικά οχήματα δεν μπορούν να κινηθούν επί του δικτύου των δημοσίων συγκοινωνιακών και αντίστροφα) μπορούν όμως να διασταυρώνονται. Η μέση ταχύτητα των μέσων στο δίκτυο των δημοσίων συγκοινωνιών είναι 30 km/h ενώ στο δίκτυο των επιβατικών οχημάτων είναι 20km/h.

Σχήμα 4.2

Το δίκτυο των δημοσίων συγκοινωνιών είναι μονοδρομημένο (και επιτρέπονται οι δυνατές στροφές).

Το δίκτυο των επιβατικών οχημάτων είναι διπλής κατεύθυνσης και επιτρέπονται όλες οι στροφές.



Ζητείται το πλήθος των μετακινήσεων από κάθε ζώνη κατοικίας στις ζώνες εργασίας κατά μέσο (πόσοι δηλ. θα μετακινηθούν με δημόσιες συγκοινωνίες και πόσοι με επιβατικό όχημα) με βάση τη καμπύλη διαχωρισμού του σχήματος 4.2.

Π Ι Ν Α Κ Α Σ 4.1

Κατανομή των μετακινήσεων

Ζώνη κατοικίας Ζώνη εργασίας	1	4	6	8
2	1746	220	1176	114
3	2620	956	753	265
5	1100	2075	380	765
7	1195	477	216	398
9	155	1352	2646	394

5.- Ένας μετακινούμενος για να ταξιδεύσει από την πόλη Α στη πόλη Β έχει τρεις δυνατότητες:

α.- Με το ιδιωτικό του αυτοκίνητο

β.- Με το σιδηρόδρομο

γ.- Με το αεροπλάνο

Για να διακρίνει ποια εναλλακτική λύση θα επιλέξει χρησιμοποιεί μια ανάλυση ωφέλειας - κόστους. Τα προς τούτο υπεισερχόμενα κριτήρια είναι:

- Χρόνος ταξιδιού
- Κόστος πρόσβασης (σημείο εκκίνησης–σταθμός/ αεροδρόμιο–σημείο τερματισμού ταξιδιού)
- Δυνατότητα εργασίας κατά την διάρκεια του ταξιδιού.

A) Το ταξίδι με το ιδιωτικό του αυτοκίνητο συντίθεται ως εξής:

- Χρόνος 5 λεπτών για να πάει στο σταθμό αυτοκινήτων και να πάρει το αυτοκίνητό του
- Διαδρομή 24 χλμ. μέσα σε πόλη με $v_{\text{πολ}} = 40$ χλμ./ώρα.
- Διαδρομή 440 χλμ. σε αυτοκινητόδρομο με $v_{\text{αυτ}} = 110$ χλμ./ώρα.
- Διαδρομή 12 χλμ. μέσα σε πόλη με $v_{\text{πολ}} = 40$ χλμ./ώρα
- Χρόνος 10 λεπτών για να πάει στο ακριβές σημείο προορισμού του.
- Σε όλη τη διαδρομή δεν υπάρχει δυνατότητα εργασίας.

B) Σιδηρόδρομος

- Διαδρομή με ΤΑΞΙ 12 χλμ. για να πάει στο σιδηροδρομικό σταθμό ($v_{\text{πολ}}=40$ χλμ/ώρα)
- Αναμονή 10 λεπτών στο σταθμό
- Χρόνος διαδρομής σιδηροδρόμου 3 ώρες και 45 λεπτά για να πάει στη πόλη Β.
- Διαδρομή με ΤΑΞΙ 12 χλμ. για να πάει στο ακριβές σημείο προορισμού του ($v_{\text{πολ}}=40$ χλμ./ώρα).
- Μπορεί να εργασθεί μόνο κατά τη διαδρομή με το σιδηρόδρομο.

Γ) Αεροπλάνο

- Διαδρομή με ΤΑΞΙ 25 χλμ. για να πάει στο αεροδρόμιο ($v_{\text{πολ}} = 50$ χλμ./ώρα)
- Αναμονή 30 λεπτών στο αεροδρόμιο
- Χρόνος διαδρομής αεροπλάνου 50 λεπτά
- Χρόνος 10 λεπτών για να φύγει από το αεροδρόμιο της πόλης Β
- Διαδρομή με ΤΑΞΙ 20 χλμ. για να πάει στο ακριβές σημείο προορισμού του ($v_{\text{πολ}} = 50$ χλμ./ώρα)
- Μπορεί να εργασθεί μόνο κατά τη διαδρομή με το αεροπλάνο

Τιμές

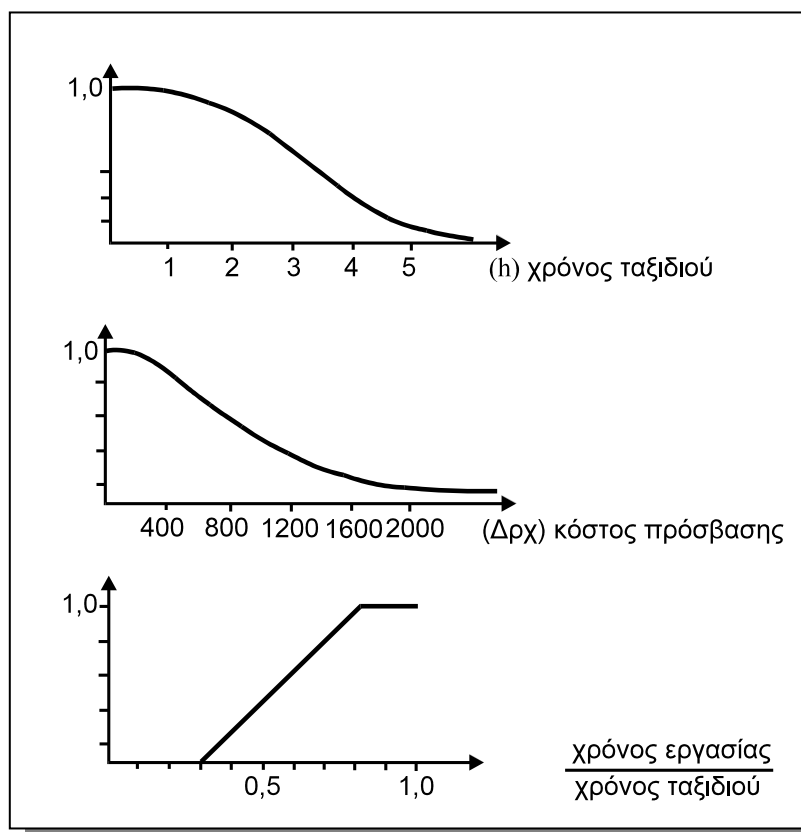
ΤΑΞΙ: Δ δρχ. σημαία + δ_1 δρχ./χλμ.

Ιδ. αυτοκ.: δ_2 δρχ./χλμ.

Σιδηρόδρομος: Διαδρομή ΑΒ: δ_3 δρχ.

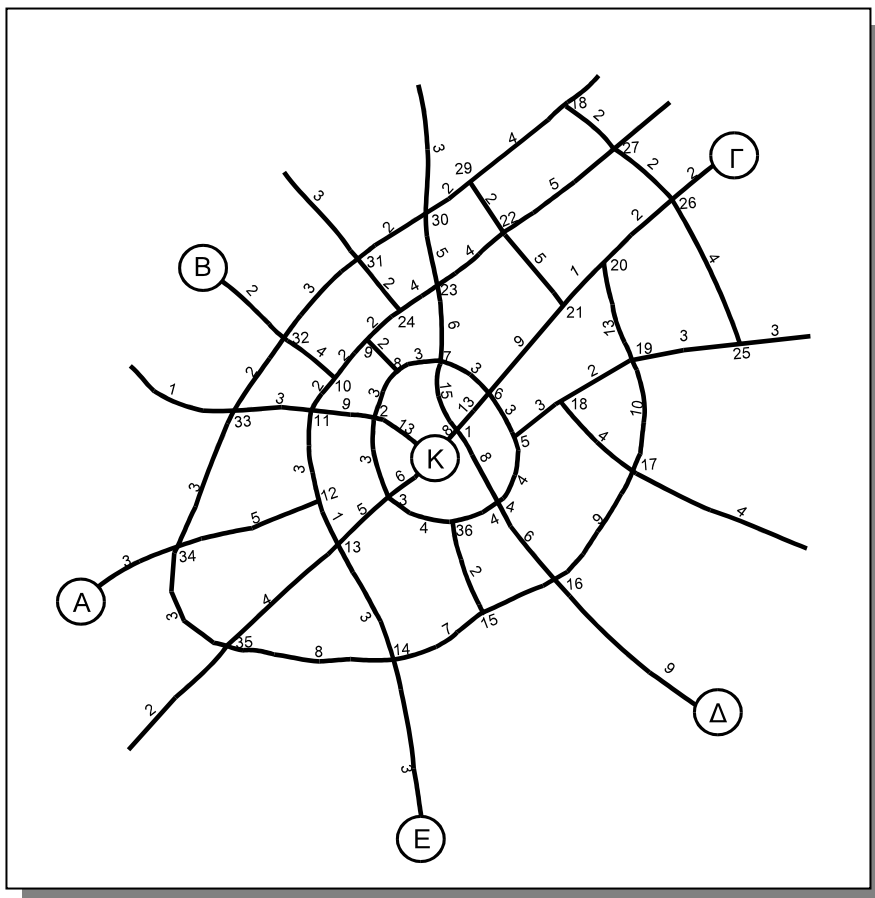
Αεροπλάνο : Διαδρομή ΑΒ: δ_4 δρχ.

Ζητείται: Να επιλεγεί η πιο συμφέρουσα λύση, όταν η βαρύτητα καθενός από τα προαναφερθέντα τρία κριτήρια επιλογής δίνεται στο διπλανό σχήμα.

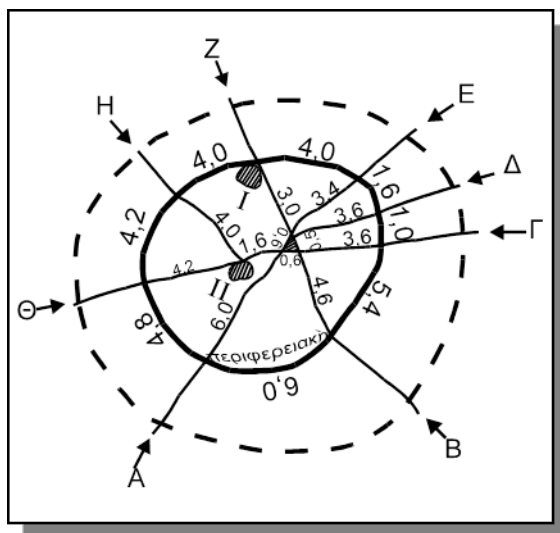


6.- Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το βασικό οδικό δίκτυο μιας πόλης. Σε κάθε σύνδεσμο του δικτύου σημειώνεται ο χρόνος διαδρομής σε λεπτά για τη περίοδο αιχμής.

Ζητείται να βρεθούν οι συντομότερες διαδρομές που ενώνουν το κέντρο της πόλης (Κ) με τις 5 συνοικίες Α, Β, Γ, Δ, Ε.



7.- Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει το οδικό δίκτυο του κέντρου μικρής βιομηχανικής πόλης. Οι λεπτές γραμμές παριστούν το υφιστάμενο (ακτινωτό) δίκτυο και η έντονη μια μελετώμενη περιφερειακή αρτηρία. Η εστιγμένη γραμμή δείχνει τα όρια της εμπορικής και βιομηχανικής ζώνης (ευρύτερο κέντρο) πέρα από την οποία εκτείνεται η περιοχή κατοικιών.



Τα σημεία Α, Β, ..., Θ παριστούν τις εισόδους στο ευρύτερο κέντρο δραστηριοτήτων της πόλης από την περιοχή των κατοικιών.

Ο σκοπός κατασκευής της περιφερειακής είναι η διευκόλυνση των μετακινήσεων προς τους δύο κύριους πόλους έλξης, τις βιομηχανικές περιοχές Ι και ΙΙ.

Με την υπόθεση ότι η μέση ταχύτητα κίνησης στο δίκτυο είναι:

- (α) 25 km/h στους υπάρχοντες ακτινικούς δρόμους
- (β) 15 km/h στους δρόμους που περιβάλλουν το κέντρο (διαγραμμισμένο μικρό τρίγωνο)
- (γ) 60 km/h στη προτεινόμενη περιφερειακή αρτηρία

και χρησιμοποιώντας ως κριτήριο τις διαφορές χρόνων και αποστάσεων ανάμεσα στις υπάρχουσες διαδρομές και στις διαδρομές που μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη προτεινόμενη (ταχεία) περιφερειακή οδό, να φορτιστεί το δίκτυο, καταμερίζοντας τις μετακινήσεις στους ακτινικούς δρόμους και στη περιφερειακή οδό με τη βοήθεια κατάλληλης μεθόδου. Οι επιθυμίες μετακινήσεων είναι:

A - I : 5.000	Γ - I : 7.500
A - II : 10.000	Γ - II : 12.500
B - I : 5.000	Δ - I : 7.500
B - II : 10.000	Δ - II : 12.500

E - I : 10.000	H - I : 12.500
E - II : 15.000	H - II : 17.500
Z - I : 10.000	Θ - I : 12.500
Z - II : 12.500	Θ - II : 17.500

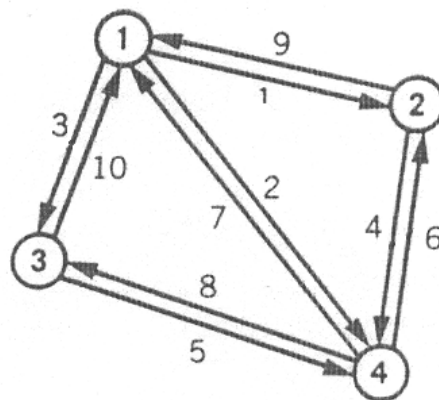
Σημείωση: Οι αριθμοί αναφέρονται στο συνολικό αριθμό επιθυμιών μετακίνησης με ιδιωτικό αυτοκίνητο (βλ. και σχήμα).

8.- Στο Διάγραμμα 1 δίδεται το δίκτυο μια περιοχής που αποτελείται από 4 ζώνες και 10 προσανατολισμένους συνδέσμους των οποίων ο χρόνος διάνυσης (T_0 , min) σε κατάσταση ελεύθερης ροής και φόρτος ικανότητας (C , σε δεκάδες οχημ/h) δίδονται από τον Πίνακα1.

Δίδονται επίσης οι φόρτοι Q_{14} (από τη ζώνη 1 στη ζώνη 4) και Q_{12} (σε δεκάδες οχημάτων ανά ώρα αιχμής):

$$Q_{14} = 150$$

$$Q_{12} = 250$$



Διάγραμμα 1: Δίκτυο περιοχής μελέτης

Πίνακας 1: Χαρακτηριστικά συνδέσμων

Σύνδεσμος	T ₀	C
1	5	55
2	15	50
3	6	60
4	8	50
5	7	55
6	8	60
7	15	55
8	7	50
9	5	50
10	6	55

Να φορτιστεί το δίκτυο χρησιμοποιώντας κατάλληλο αλγόριθμο και να διορθωθούν οι φόρτοι των συνδέσμων με τον παρακάτω επαναληπτικό τύπο:

$$T_a = T_0 (1 + 0,15 (Q_0/C)^4)$$

$$Q_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} = 0,50 Q_0 + 0,50 Q_a$$

9.- Μια αστική περιοχή έχει 4 ζώνες με τους παρακάτω πληθυσμούς:

<u>Ζώνη</u>	<u>Πληθυσμός</u>
1	5.000
2	7.500
3	17.500
4	10.000

Η περιοχή αυτή έχει τρεις ανοιχτούς χώρους αναψυχής (του ίδιου μεγέθους) και οι αποστάσεις τους (d_{ij}) από τις ζώνες δίνονται από το παρακάτω μητρώο:

		χώρος αναψυχής			
			A	B	Γ
ζώνη	1		3	3	5
	2		1	3	3
	3		4	2	1
	4		5	3	2

Εάν κατά μέσο όρο, κάθε άτομο επισκέπτεται δέκα φορές το χρόνο αυτούς τους χώρους αναψυχής, τότε χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλο μαθηματικό πρότυπο με $f(d_{ij}) = d_{ij}^{-2}$,

υπολογίστε το σύνολο των επισκέψεων που δέχεται κάθε ένας από αυτούς τους χώρους. Αναφέρατε και εξηγήστε τις διάφορες υποθέσεις που θα κάνετε.

10.- Ένας μικρός τοπικός δρόμος μήκους 10 km, πρόκειται να βελτιωθεί. Αναγνωρίστηκαν 3 εναλλακτικές λύσεις:

- A. Διαπλάτυνση και κατασκευή οδοστρώματος από αμμοχάλικο
- B. Κατασκευή ασφαλτικού οδοστρώματος
- Γ. Ως B με επί πλέον βελτιώσεις μικρών τεχνικών έργων

Για όλες τις λύσεις η χάραξη του δρόμου θεωρείται ικανοποιητική.

Δίνονται:

Δαπάνη για:	A	B	Γ
Ετήσια συντήρηση (10^3 Δρχ/km)	220+1,9V	120+1,3V	145+1,3V
Λειτουργικό κόστος μέσου τύπου (Δρχ/όχημ-km)	36	28	25
Κόστος κατασκευής (10^3 Δρχ/km)	110	150	210

όπου V = η μέση ημερήσια κυκλοφορία σε αυτοκίνητα μέσου τύπου.

Ζητούνται:

α.- Να σχολιασθούν οι διαφορές των στηλών Α,Β και Γ.

β.- Με τις υποθέσεις - παραδοχές

- Ανεξάρτητα λύσης, το έργο θα δοθεί σε χρήση στην αρχή του χρόνου 1.
- Η μέση ημερήσια κυκλοφορία στον χρόνο 1 θα είναι $V_1 = 1300$ (οχημ./ημέρα)
- Ο ετήσιος ρυθμός αύξησης της κυκλοφορίας προβλέπεται 8%
- Οικονομική ζωή του έργου: 7 χρόνια
- Το ευκαιριακό κόστος κεφαλαίου είναι 10%

- Οι δαπάνες κατασκευής θεωρούνται δαπανώμενες 1 χρόνο πριν από την απόδοση του έργου σε χρήση.

Ποια λύση θα προτιμηθεί:

11.- Η σημερινή κατανομή των μετακινήσεων μεταξύ των περιοχών Α,Β και Γ δίνεται στον παρακάτω πίνακα (σε εκατοντάδες).

	Α	Β	Γ
Α	5	3	22
Β	7	4	17
Γ	18	21	7

Αν οι παραγωγές και οι έλξεις μετακινήσεων αυξάνονται για τα επόμενα χρόνια:

8% για την περιοχή Α,
10% για την περιοχή Β,
12% για την περιοχή Γ

Ζητείται:

Ποια θα 'ναι η μελλοντική (μετά 10ετία) κατανομή των μετακινήσεων;

Σημείωση: Υπολογίστε με 2 μεθόδους. Μην επεκταθείτε σε 3ο βήμα προσέγγισης.

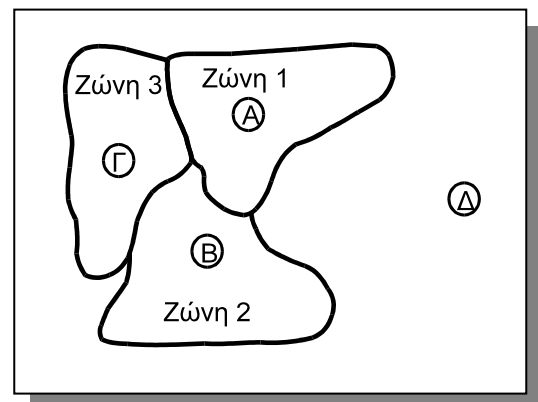
12.- Υπολογίστε το ιδιωτικό γενικευμένο κόστος ενός κατοίκου των Αθηνών για τη μετάβαση στην εργασία του.

Δίνονται:

- Μετάβαση με λεωφορείο
- Απόσταση κατοικίας - στάσης λεωφορείου 300 m
- Απόσταση στάσης λεωφορείου - τόπου εργασίας 150 m
- Αξία εισιτηρίου 100 δραχ.
- Ολικός χρόνος διαδρομής δια λεωφορείου 25 min
- Αξία χρόνου ταξιδιού 500 δραχ./ώρα

Συμπληρώστε τα ελλείποντα στοιχεία με εύλογες παραδοχές.

13.- Η πόλη που εικονίζεται στο διπλανό σχήμα έχει τρία εμπορικά κέντρα στα σημεία Α, Β και Γ με εμβαδά 18600, 83700 και 46500 m² αντίστοιχα. Η ετήσια δαπάνη για αγορές των κατοίκων που κατοικούν στις ζώνες 1, 2 και 3 είναι 1950, 1170 και 1300 εκατ. δραχμές αντίστοιχα.

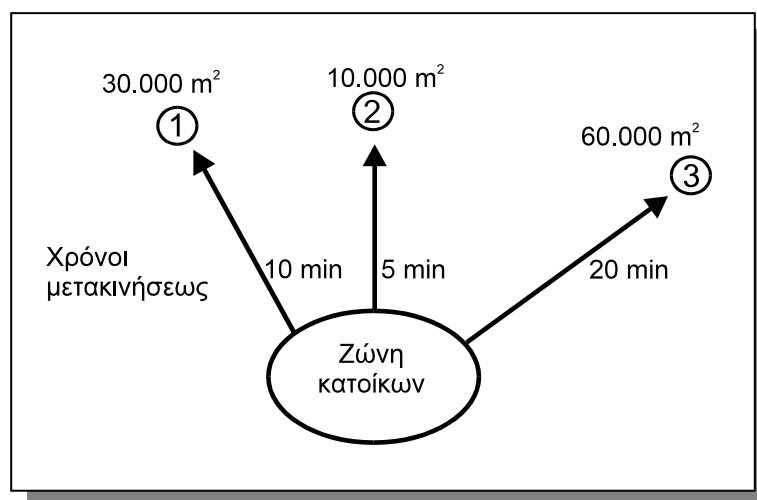


Μια εταιρία σκοπεύει να αναπτύξει ένα εμπορικό κέντρο 93000 m² στη θέση Δ. Εκτιμήσατε τις επιπτώσεις που θα επιφέρει το τέταρτο αυτό εμπορικό κέντρο και διατυπώστε ποιες θα ήταν οι απόψεις σας αν σας ζητούσε τη γνώμη σας α) η τοπική αυτοδιοίκηση που είναι και υπεύθυνη για την τελική έγκριση και β) η ίδια η εταιρία.

Οι εκτιμήσεις των χρόνων μετακίνησης, σε min, από κάθε ζώνη της πόλης σε κάθε εμπορικό κέντρο δίνονται στο παρακάτω πίνακα. Συνιστάται να εκτιμήσετε την αρνητική επίδραση του χρόνου μετακίνησης, χρησιμοποιώντας μια μορφή αντίστροφης τετραγωνικής συνάρτησης.

	A	B	Γ	Δ
1	6	9	9	8
2	7	4	6	6
3	9	6	5	9

14.- Μια Συγκοινωνιακή Μελέτη έδειξε ότι οι μετακινήσεις (P) των κατοίκων ενός μεγάλου αστικού κέντρου (i), με σκοπό την εργασία σε τρεις βιομηχανικές και εμπορικές ζώνες (1), (2) και (3) (βλ. σχήμα), εξαρτώνται από το εμβαδόν (A) των ζωνών αυτών και τον χρόνο μετακινήσεως (t). Ακόμα βρέθηκε ότι η κατανομή των μετακινήσεων, για



κάθε 1000 μετακινήσεις από το (i), δίνεται από τη σχέση:

$$T_{ij} = 10^3 \frac{PA_j}{t_{ij}^{1,85}}$$

όπου τα P και A_j εκφράζονται σε χιλιάδες και το t σε min

Ζητείται να βρεθούν οι επιπτώσεις στην κατανομή των μετακινήσεων, από την κατασκευή ενός νέου αυτοκινητόδρομου που θα μειώσει τον χρόνο μετακίνησης προς την περιοχή (3) κατά 10 min.

15.- Η ταχύτητα διαδρομής $v_{L,T}$ σ' ένα σιδηροδρομικό δίκτυο μπορεί να θεωρηθεί (προσεγγιστικά) ότι συνδέεται με τη μέγιστη ταχύτητα που αναπτύσσουν τα τρένα από τη παρακάτω σχέση:

$$v_{L,T} = \frac{k \cdot d \cdot v_{\max}}{d + t_s \cdot k v_{\max} + (k - 0,5) \left(\frac{1}{Y_\alpha} + \frac{1}{Y_f} \right) v_{\max}^2}$$

όπου: d = μέση απόσταση μεταξύ σταθμών

t_s = μέσος χρόνος παραμονής στο κάθε σταθμό

Y_α, Y_f = μέσες τιμές επιτάχυνσης και επιβράδυνσης

k = συντελεστής μείωσης της μέγιστης ταχύτητας λόγω ειδικών τμημάτων της γραμμής (π.χ. ανωφέρειες, σήραγγες, γέφυρες, καμπύλες κ.λ.π.).

Στο παρακάτω πίνακα δίνονται οι αποστάσεις μεταξύ των σταθμών του δικτύου του ΗΣΑΠ

Ζητούνται:

α) να κατασκευαστεί ένα διάγραμμα για τη σχέση ανάμεσα στη ταχύτητα κίνησης διαδρομής και στο χρόνο στάσης αν:

$$v_{\max} = 90 \text{ km/h}$$

$$Y_{\alpha} = 0,8 \text{ m/sec}^2$$

$$Y_f = 0,6 \text{ m/sec}^2$$

$$k = 0,9$$

β) Αν ο μέσος χρόνος στάσης είναι:

$$t_s = 40 \text{ sec}$$

να ευρεθεί μια τιμή μέγιστης ταχύτητας v_{\max} που πέρα από αυτήν η ταχύτητα διαδρομής επηρεάζεται σημαντικά (και να παρασταθεί διαγραμματικά).

γ) Να ευρεθεί ο χρόνος κίνησης από στάση σε στάση καθώς και ο προσθετικός χρόνος για τη κίνηση από Κηφισιά προς τον Πειραιά αν:

$$v_{\max} = 90 \text{ km/h και } t_s = 40 \text{ sec}$$

Δ Ι Κ Τ Υ Ο Η . Σ . Α . Π .

Μήκος τμήματος (km)		(km)	
		Αγ. Νικόλαος	0,90
Πειραιάς	-	Κάτω Πατήσια	0,55
Νέο Φάληρο	2,15	Αγ. Ελευθέριος	0,95
Μοσχάτο	1,85	Άνω Πατήσια	0,60
Καλλιθέα	1,55	Περισσός	1,30
Πετράλωνα (Ταύρος)	1,55	Πευκάκια	0,70
Θησείο	1,40	Νέα Ιωνία	0,70
Μοναστήριο	0,55	Ηράκλειο	1,35
Ομόνοια	0,85	Ο.Α.Κ.Α.	2,00
Βικτώρια	1,00	Αμαρούσιο	2,15
Αττική	1,20	Κηφισιά	2,40

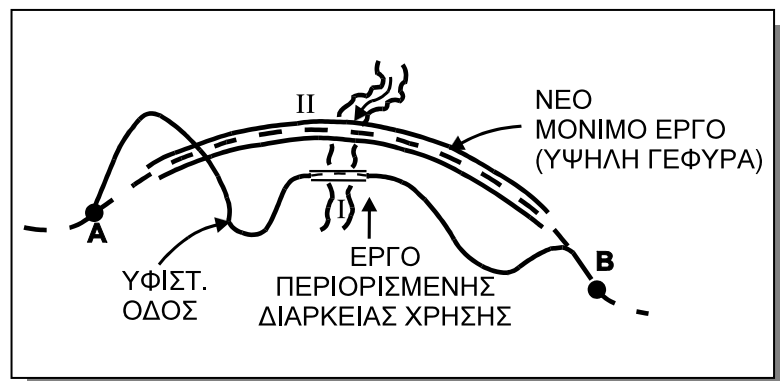
16.- Τμήμα μιας οδού θα αχρηστευτεί λόγω κατακλίσεως από τα νερά μιας τεχνητής λίμνης (λόγω κατασκευής φράγματος). Έτσι υπάρχει ανάγκη κατασκευής του μονίμου έργου Β, που βασικά συνίσταται σε μια μεγάλη κοιλαδογέφυρα και στις προσπελάσεις της, με κόστος κατασκευής C_B .

Ο προγραμματισμός του φράγματος και άρα του σχηματισμού της τεχνητής λίμνης, προβλέπει ότι 12 χρόνια από τον χρόνο $t=0$ (δηλ. το έτος σχεδιασμού), ο υφιστάμενος δρόμος θα έχει κατακλυσθεί και άρα το έργο Β θα πρέπει το αργότερο μέχρι τότε να έχει τεθεί σε λειτουργία. Εξ άλλου οι υφιστάμενες κυκλοφοριακές ανάγκες επιβάλλουν την αντικατάσταση της υφιστάμενης παλαιάς γέφυρας, το αργότερο σε 4 χρόνια από τον χρόνο $t=0$. Αν η αντικατάσταση αυτή γίνει με μια νέα γέφυρα, το έργο θα στοιχίσει C_A και θα μπορέσει να εξυπηρετεί ικανοποιητικά μέχρι και το χρόνο $t=12$.

Ζητείται: Να επιλεγεί η προτιμότερη λύση (δηλαδή: έργο Α και αργότερα η κατασκευή του έργου Β - ή έργο Β από τώρα και εξοικονόμηση της δαπάνης του έργου Α).

Δίνονται:

- α) $C_A = 40$, $C_B = 400$ (σε εκατομμύρια δρχ.)
 β) Κοινωνικό οικονομικό κόστος χρήσης του δρόμου επί της υφιστάμενης οδού (με ή χωρίς την γέφυρα $A = 45 \cdot K$ σε εκ.δρχ.)



όπου: $K = 1$ για τον χρόνο $t = 0$ και $K = (1+0,15)^t$ για οποιοδήποτε επόμενο χρόνο (λόγω αύξησης της κυκλοφορίας με ετήσιο ρυθμό = 15%)

γ) Ευκαιριακό κόστος κεφαλαίου $e = 8\%$

δ) Χρόνος κατασκευής έργου $A=2$ χρόνια και έργου $B=4$ χρόνια.

Σημείωση: Μπορείτε να συμπληρώσετε με αιτιολογημένες παραδοχές, τα τυχόν ελλείποντα στοιχεία.

17.- Δίνεται το οδικό δίκτυο που συνδέει τις ζώνες Α,Β,Γ και Δ καθώς και οι χρόνοι διαδρομής για κάθε σύνδεσμο του δικτύου. Ο υπολογισμός για τη φόρτιση του δικτύου που έγινε με τη μέθοδο του όλα - ή - τίποτα κατέληξε σε φόρτους που συμπίπτουν με τους φόρτους που μετρήθηκαν κατά την διάρκεια μιας τυπικής ώρα. Οι φόρτοι αυτοί είναι:

ΑΒ 560 μετακ/hr και για τις δύο κατευθύνσεις

ΒΓ 460 " " " "

ΓΚ 350 " " " "

ΒΚ 250 " " " "

ΑΚ 300 " " " "

ΚΔ 900 " " " "

Ζητείται: το μητρώο μετακινήσεων δηλ. οι μετακινήσεις από κάθε ζώνη σ' όλες τις άλλες.

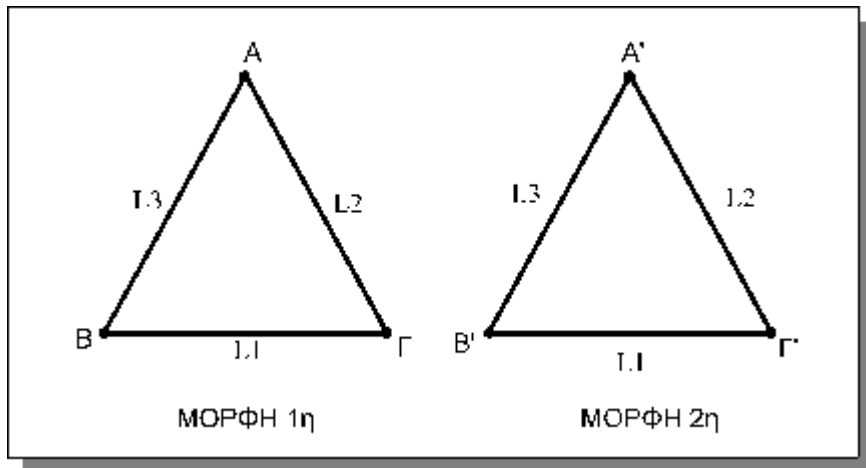
Π α ρ α δ ο χ ή: Οι παραγόμενες και οι προσελκυόμενες μετακινήσεις για κάθε ζώνη είναι μεταξύ τους ίσες (αλλά βέβαια διαφέρουν από ζώνη σε ζώνη).

Δίνεται ακόμη ότι ο σύνδεσμός ΑΒ φορτίζεται με τις μετακινήσεις ανάμεσα στις Α και Β σε ποσοστό 64%.

Σχολιάστε επίσης: α) Γιατί συμπίπτουν οι μετρήσεις με τα υπολογιστικά αποτελέσματα της μεθόδου *όλα - ή - τίποτα* και β) γιατί δεν σας χρειάζεται η φόρτιση των συνδέσμων ΑΔ και ΓΔ .

18.- Σχεδιάζεται η ανάπτυξη τριών αστικών περιοχών σε μεταξύ τους αποστάσεις L_1 , L_2 , L_3 . Επιδιώκεται μία τέτοια πρόβλεψη θέσεων παραγωγής και θέσεων προσέλκυσης μετακινήσεων ώστε να ελαχιστοποιείται το σύνολο του μεταφορικού έργου εκφρασμένου σε οχηματοχιλιόμετρα.

Ζητείται: α) με βάση το πιο πάνω κριτήριο, να βρείτε ποια από τις δύο μορφές ανάπτυξης, είναι καλύτερη και β) ποια από τις δύο μορφές δίνει τον μικρότερο μέγιστο φόρτο συνδέσμου.



Σημειώνεται ότι:

1.- Το σύνολο των παραγομένων μετακινήσεων ισούται με το σύνολο των προσελκυομένων μετακινήσεων και είναι σταθερό για τις δύο μορφές.

2.- Αντίσταση μετακίνησης να ληφθεί το αντίστροφο της απόστασης.

3.- Μέση πληρότητα οχημάτων να ληφθεί ίση με 1,5 άτομα/όχημα.

4.-Να θεωρηθεί ικανοποιητική η προσέγγιση ενός βήματος.

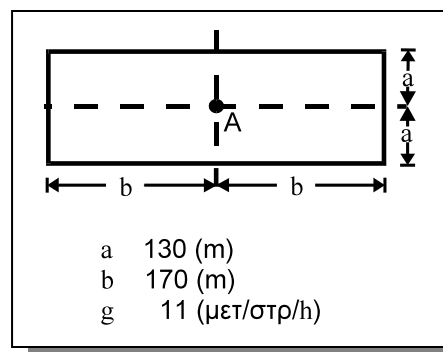
ΜΗΚΗ ΣΥΝΔΕΣΜΩΝ
(km)

L1	L2	L3
9,0	13,5	13,5

ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΩΝ (ΑΡΙΘΜΗΤΗΣ) ΚΑΙ ΠΡΟΣΕΛΚΥΟΜΕΝΩΝ (ΠΑΡΑΝΟΜΑΣΤΗΣ) ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ ΑΤΟΜΩΝ

A	B	Γ	A'	B'	Γ'
750/750	1500/1500	1500/1500	900/750	900/2250	1950/750

19.- Ειδικές συνθήκες οδηγούν στον καθορισμό της περιοχής επιρροής μιας στάσεως Α, σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $2a \times 2b$ (βλέπε σχήμα). Στην περιοχή αυτή παράγονται g μετακινήσεις ανά στρέμμα, ομοιόμορφα κατανομημένες ανά ώρα, που εξυπηρετούνται συγκοινωνιακά από τη στάση Α.



Ζητείται: Να υπολογιστεί για το σύνολο της περιοχής το ιδιωτικό γενικευμένο κόστος.

Συμπληρώστε όπου απαιτείται με δικές σας παραδοχές.

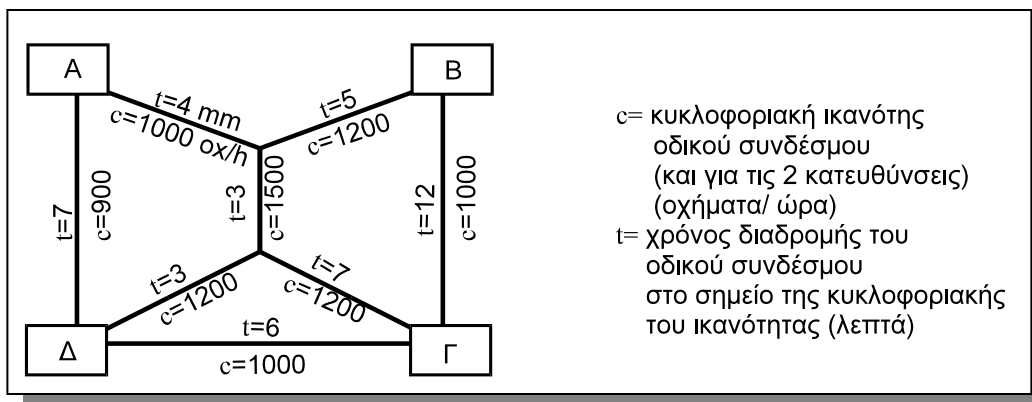
20.- Μια προσωρινή μεταλλική γέφυρα η οποία προτείνεται να κατασκευασθεί σε μια διασταύρωση με κυκλοφοριακή συμφόρηση έχει κόστος και καθαρά οφέλη όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ποιες είναι οι προτάσεις σας υποθέτοντας α) ότι το κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου είναι 10% και β) ότι μια οριστική παρακαμπτήριος η οποία θα εξαλείψει τη συμφόρηση από τη διασταύρωση, προγραμματίζεται να λειτουργήσει το 10ο έτος 1995.

Έτος	Κόστος Κατασκευής (χιλ. δρχ)	Καθαρά Οφέλη (χιλ. δρχ.)	Συντελεστές Αναγωγής
1984	200000	-	1,00
1985	400000	-	0,91
1986	50000	0,83	
1987	70000	0,75	
1988	120000	0,68	
1989	150000	0,62	
1990	150000	0,56	
1991	150000	0,51	
1992	150000	0,47	
1993	150000	0,42	
1994	150000	0,39	

21.- Το οδικό δίκτυο που συνδέει 4 πόλεις Α,Β,Γ,Δ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Δίνονται επίσης α) κυκλοφοριακές ικανότητες κάθε τμήματος δρόμου β) οι χρόνοι διαδρομής και κάθε τμήμα στο σημείο της κυκλοφοριακής ικανότητάς του, και γ) οι μετακινήσεις οχημάτων μεταξύ των 4 πόλεων.



Μετακινήσεις οχημάτων μεταξύ των πόλεων (οχήματα/ώρα).

A - B	300
A - Γ	250
A - Δ	200
B - Γ	300
B - Δ	200
Γ - Δ	400

Η κατανομή των μετακινήσεων στο δίκτυο των οδών θα γίνει με μέθοδο που να λαμβάνει υπ' όψη τους περιορισμούς κυκλοφοριακής ικανότητας στους συνδέσμους του δικτύου.

Ζητούνται: α) οι φορτίσεις κάθε συνδέσμου του δικτύου μετά από 3 διαδοχικές προσεγγίσεις.
β) οι χρόνοι μετακινήσεων στους συνδέσμους του δικτύου μετά από 3 διαδοχικές προσεγγίσεις.

22.- Προγραμματισμός εκτέλεσης έργου: Μια πόλη σχεδιάζει την κατασκευή ενός περιμετρικού δακτυλίου που θα κατασκευαστεί σε τέσσερα τμήματα. Τα κόστη και οι ωφέλειες κάθε τμήματος φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

(Σε χρηματικές μονάδες, π.χ. εκατομμύρια δραχμές)

Τμήμα:	Νότιο	Βόρειο	Ανατολικό	Δυτικό
Κόστος κατασκευής(συνολ)	800.	700.	600.	250.
Ετήσια καθαρή ωφέλεια	110.	100.	80.	50.

- Η οικονομική ζωή του κάθε τμήματος του έργου λαμβάνεται ίση με 30 χρόνια μετά την αποπεράτωση της κατασκευής.
- Η κατασκευή ενός ή περισσότερων τμημάτων θεωρείται ότι διαρκεί δύο (2) έως πέντε (5) χρόνια.
- Κάθε χρόνο διατίθεται ένα κονδύλι της τάξης 300 μονάδων
- Ζητείται να προταθεί η κατασκευή των τμημάτων του δακτυλίου κατά σειρά μειούμενων λόγω ωφελείας/κόστους. (Θεωρείται ότι τόσο τα κόστη όσο και οι ωφέλειες κάθε τμήματος είναι ανεξάρτητα ανάμεσα στα διάφορα τμήματα).
- Θα αλλάξει η απόφασή σας αν τα διάφορα τμήματα ήταν εξαρτημένα μεταξύ των έτσι ώστε οι ωφέλειες από τη κατασκευή κάθε τμήματος να

αυξάνονται κατά 10% αν δύο τμήματα είναι γειτονικά (συνεχόμενα), και 20% δε αν τρία από αυτά είναι συνεχόμενα;

23.- Καμπύλη ζήτησης: Εξηγείστε με συντομία ποια είναι η έννοια της καμπύλης ζήτησης μετακινήσεων πάνω σ' ένα συγκεκριμένο δρόμο. Αποδείξτε ότι αν η ζήτηση δεν αλλάζει χαρακτήρα (άλλως αν η *ελαστικότητα* της ζήτησης είναι σταθερή και ίση με k για όλα τα σημεία της καμπύλης), τότε η καμπύλη έχει τη γενική μορφή:

$$q = d \cdot c^{-k}$$

όπου: q : είναι η ροή των οχημάτων (αριθμός οχημάτων ανά ώρα),

c : το κόστος, και

d : μία σταθερά.

- Σημειώνεται ότι μια τέτοια καμπύλη ζήτησης μπορεί να περιγράψει τη ζήτηση για τη διέλευση μιας μεγάλης γέφυρας ή σήραγγας τις ώρες αιχμής (π.χ. η προτεινόμενη σήραγγα Περάματος- Σαλαμίνας);

Να ληφθούν υπόψη και τα παρακάτω:

- Να υποτεθεί κατ' αρχήν ότι δεν υπάρχουν διόδια και ότι οι οδηγοί εκτιμούν το κόστος διέλευσης της γέφυρας (ή σήραγγας) σε $3 + 0,001 \cdot q$ δρχ. όταν η ροή είναι q οχήματα την ώρα.
- Η ροή που παρατηρείται (τις ώρες αιχμής) είναι 2.000 οχήματα/ώρα (σημερινή κατάσταση).

Ζητούνται:

- Να ευρεθεί μια εξίσωση ως προς d και k για την αναμενόμενη ροή αιχμής αν επιβληθούν διόδια 50 δρχ.

- Να ευρεθούν οι τιμές της κυκλοφοριακής ροής για $k = 1/2$ και $k = 2$.
- Να υπολογισθούν με βάση την ώρα αιχμής για κάθε μία από τις πιο πάνω τιμές *ελαστικότητας* τι κόστος εξοικονομούν οι οδηγοί που εξακολουθούν να χρησιμοποιούν τη γέφυρα (ή σήραγγα) αν εξαιρεθεί το αντίτιμο των διοδίων, η είσπραξη από τη συλλογή των διοδίων και το απόλυτο κόστος εκείνων που θα πάψουν να χρησιμοποιούν τη γέφυρα (ή σήραγγα).

24.- Ο μέσος χρόνος διαδρομής (έκφραση κόστους για τον χρήστη) σε μία υπεραστική οδό που συνδέει δύο κέντρα δραστηριοτήτων έχει εκτιμηθεί ότι αποδίδεται από τη παρακάτω συνάρτηση (προσφοράς) μεταφορικής εξυπηρέτησης:

$$t = 15 + 0,02 q$$

όπου τα t και q (ο φόρτος εξυπηρέτησης) μετρώνται σε μονάδες min και οχημ/h αντίστοιχα. Η ζήτηση μεταφορικής εξυπηρέτησης κατά μήκος του ιδίου έργου είναι

$$q = 4000 - 120 t$$

- (α) Να ευρεθούν και να αποδοθούν διαγραμματικά οι συνθήκες ισορροπίας της λειτουργίας του πιο πάνω έργου.
- (β) Αν το μήκος της οδού είναι 20 km, ποια θα είναι η μέση ταχύτητα των οχημάτων στη κατάσταση ισορροπίας;
- (γ) Μεταβάλλεται το σημείο ισορροπίας με τη πάροδο του χρόνου. Επεξηγήστε την απάντησή σας με τη βοήθεια του διαγράμματος.

25.- Ασκήσεις Εξαμήνου

25.1-Άσκηση Εξαμήνου 1/2

1. Επιλέξατε μία περιοχή μελέτης (π.χ. την περιοχή στην οποία κατοικείτε) και κωδικοποιείστε την (κωδικοποιείστε το οδικό δίκτυο με την ενδεδειγμένη λεπτομέρεια και χωρίστε την περιοχή σε 4-6 ζώνες δραστηριοτήτων).
 - 1.1 Ποιοι είναι οι τρεις βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση μετακινήσεων;
 - 1.2 Δώστε τους ορισμούς των μετακινήσεων (α) με βάση την οικία για εργασία (MBO – Εργασία), (β) λοιπές μετακινήσεις με βάση την οικία (MBO – Λοιπές), (γ) όχι με βάση την οικία (ΟΧΙ – MBO), (δ) παραγωγή, (ε) έλξη μετακίνησης, (στ) προέλευση και (ζ) προορισμός μετακίνησης. Δώστε αντίστοιχα παραδείγματα [(α) – (ζ)] για την περιοχή μελέτης σας.
 - 1.3 Αναπτύξτε με συντομία δύο εναλλακτικές μεθόδους εκτίμησης της παραγωγής των μετακινήσεων.
 - 1.4 Δίδονται οι παρακάτω (γενικής εφαρμογής) πίνακες κατανομής των χαρακτηριστικών της ζήτησης.

Πίνακας 1

Νοικοκυριά (%)

Μέσο ετήσιο εισόδημα περιοχής μελέτης(*) (€)	Υψηλό	Μέσο	Χαμηλό
9.000	0	30	70
15.000	0	50	50
21.000	10	70	20
27.000	20	75	5
33.000	50	50	0
39.000	70	30	0

(*) Θα γίνουν υποθέσεις για το μέσο εισόδημα κάθε ζώνης της περιοχής μελέτης.

Πίνακας 2

Μέσο ετήσιο εισόδημα κατηγορίας(*) (€)	Ι.Χ./Νοικ. (%) Κατανομή νοικοκυριών ως προς τον αριθμό κατοχής Ι.Χ				Μετακιν./Νοικ. Κατανομή πλήθους μετακινήσεων ως προς τον αριθμό κατοχής Ι.Χ				Μετακινήσεις (%)		
	0	1	2	3+	0	1	2	3+	MBO-E	MBO-Λ	OXI-MBO
7.500	68	28	4	0	2,0	6,0	11,5	17,0	38	34	28
15.000	34	47	19	0	2,5	7,5	12,5	17,5	38	34	28
22.500	12	53	30	5	4,0	9,0	14,0	19,0	35	34	31
30.000	8	42	40	10	5,5	10,5	15,5	20,5	27	35	38
37.500	5	29	51	15	7,5	12,0	17,0	22,0	20	37	43
45.000	3	17	60	20	8,0	13,0	18,0	23,0	16	40	44

(*) χαμηλό, μέσο, υψηλό (θα γίνει υπόθεση για τις μέσες τιμές που θα χρησιμοποιηθούν)

- 1.5** Να αναπτυχθούν οικογένειες καμπυλών για τα πιο πάνω χαρακτηριστικά προκειμένου να εκτιμηθούν οι παραγωγές μετακινήσεων. Το πλήθος των νοικοκυριών κάθε ζώνης θα πρέπει να εκτιμηθεί ανάλογα με την περιοχή μελέτης κάθε σπουδαστή.

Σημ.: Να χρησιμοποιηθούν μέσες τιμές εισοδημάτων (χαμηλό, μέσο, υψηλό) που θα ληφθούν από τον πίνακα 2.

- 1.6** Να εκτιμηθεί το σύνολο των ημερησίων μετακινήσεων. Ποία είναι η αντιστοίχισή των με το σύνολο των παραγομένων μετακινήσεων;

- 1.7** Τα ποσοστά μετακινήσεων των οποίων ένα άκρο προέλευσης, προορισμού βρίσκεται εκτός περιοχής μελέτης, προς απλούστευση της άσκησης, να θεωρηθούν με παραδοχή. Κατόπιν να καθοριστούν, κατά περίπτωση (με αιτιολόγηση που βασίζεται στη γνώση της περιοχής μελέτης που επιλέγει ο κάθε σπουδαστής), οι έλξεις των μετακινήσεων/ ζώνη.

- 1.8** Να εκτιμηθούν οι χρόνοι διαδρομής κάθε συνδέσμου του δικτύου της περιοχής μελέτης.

- 1.9** Να σχηματιστούν οι πίνακες Προέλευσης – Προορισμού (T_{ij}) και χρόνων μετακίνησης (t_{ij}).

- 1.10** Με κατάλληλη χρήση του προτύπου *βαρύτητας* να γίνει η κατανομή των μετακινήσεων μεταξύ των ζωνών της περιοχής μελέτης.

Περιορισμοί: Μέγιστος πληθυσμός περ. μελέτης = 65.000, Μέγιστη έκταση = 10 km², Μέγιστος αριθμός Ι.Χ. = 25.000.

25.2-Άσκηση Εξαμήνου 2/2

2. Να γίνει συλλογή των απαραίτητων στοιχείων για μία περιοχή μελέτης που μπορεί να ταυτίζεται με εκείνη της άσκησης (1/2) προκειμένου να ερμηνευθεί η επιλογή μέσου μετακίνησης σε κεντρικότερη ζώνη (π.χ. το κέντρο του δήμου ή της πόλης) ως προς την εξεταζόμενη περιοχή.

- 2.1 Αν υποθεθεί ότι οι χρήστες του μεταφορικού συστήματος επιλέγουν μέσο μεταξύ των μέσων (1) Ι.Χ. και (2) ΜΜΜ σύμφωνα με το πρότυπο:

$$P_1(\underline{X}) = \frac{\exp[L(\underline{X})]}{1 + \exp[L(\underline{X})]}$$

και

$$P_2(\underline{X}) = \frac{1}{1 + \exp[L(\underline{X})]}$$

όπου

$P_1(\underline{X})$, $P_2(\underline{X})$ η πιθανότητα επιλογής του μέσου 1 ή 2 αντίστοιχα,
 \underline{X} ένα άνωσμο χαρακτηριστικών (ερμηνευτικών παραμέτρων) και
 $L(\underline{X})$ η συνάρτηση χρησιμότητας που συνδέει τα χαρακτηριστικά αυτά:

$$L(\underline{X}) = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_m X_m$$

- 2.2 Δεδομένου ότι ισχύει $\ln \frac{P_1(\underline{X})}{P_2(\underline{X})} = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots$ να εκτιμηθούν οι συντελεστές του προτύπου $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ με τη βοήθεια γραμμικής παλινδρόμησης ως εξής:

- 2.3** Για απλούστευση της άσκησης να θεωρηθεί ότι η συνάρτηση $L(\underline{X})$ περιλαμβάνει δύο μόνο μεταβλητές. Ήτοι:

$$L(\underline{X}) = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2$$

Για απλούστευση επίσης να θεωρηθεί ότι για τους μετακινούμενους (της άσκησης) το γενικευμένο κόστος ισούται με το χρόνο που δαπανούν για τη μετακίνησή των.

όπου X_1 παριστάνει τη διαφορά των τιμών της μεταβλητής για τα μέσα 1 και 2. Ήτοι:

$$X_1 = \Delta T^{\text{διαδρ.}} = T_1^{\text{διαδρ.}} - T_2^{\text{διαδρ.}}$$

X_2 τη διαφορά χρόνων εκτός μέσων, δηλ. τους τερματικούς χρόνους από σημείο προέλευσης σε μέσο (περιλαμβάνει και την αναμονή στη στάση για τα ΜΜΜ) και από μέσο στο σημείο προορισμού (που περιλαμβάνει και το χρόνο στάθμευσης, αν υπάρχει).

$$X_2 = \Delta T^{\text{τερμ.}} = T_1^{\text{τερμ.}} - T_2^{\text{τερμ.}}$$

- 2.4** Να χωριστεί το δείγμα σε ομάδες ατόμων που εμφανίζουν τα ίδια χαρακτηριστικά (έχουν τις ίδιες – ή μέσα σε ορισμένα όρια – τιμές των ερμηνευτικών παραμέτρων) και στη συνέχεια για κάθε ομάδα να υπολογιστούν τα ποσοστά P_1 και P_2 που επιλέγουν το μέσο 1 ή 2 που αντιστοιχούν στις αντίστοιχες τιμές $\Delta T^{\text{διαδρ.}}$ και $\Delta T^{\text{τερμ.}}$ της κάθε ομάδας.

- 2.5** Τι συμπεράσματα εξάγονται από την προσαρμογή του προτύπου;

2.6 Πώς θα μεταβληθούν οι επιλογές αν αυξηθεί η διαφορά των χρόνων κατά (α) 10%, (β) 20% και (γ) 50%;

Περιορισμοί: Να σχηματιστούν τουλάχιστον 5 ομάδες. Κάθε ομάδα να περιέχει και τις δύο επιλογές (δηλ. για κάθε ομάδα $P_1(X) \neq 0$ και $P_2(X) \neq 0$). Κάθε ομάδα να περιέχει τουλάχιστον 4 παρατηρήσεις.

26.-Σχολιασμός Ασκήσεων Εξαμήνου

26.1-Ασκηση 1/3

(1.0) Ο/Η σπουδαστής/τρια θα επιλέξει την περιοχή μελέτης που μπορεί να είναι ένας δήμος, κοινότητα ή περιοχή δήμου/ κοινότητας. Η επιλογή αυτή είναι ουσιαστική για την περαιτέρω επεξεργασία της άσκησης αφού θα κληθεί να κάνει υποθέσεις για δημογραφική σύνθεση της περιοχής (αριθμός, νοικοκυριών, μέσο εισόδημα) καθώς και για το οδικό δίκτυο της περιοχής. Μπορεί να βοηθηθεί από διαθέσιμους χάρτες ώστε να δικαιολογήσει τις υποθέσεις που θα κάνει καθώς και την αποτύπωση που θα δώσει. Η αποτύπωση πάντως θα είναι σχηματική (σε μορφή κωδικοποίησης) και όχι γεωμετρική. Σημειώνεται ότι πολλοί δήμοι και κοινότητες έχουν διαθέσιμους χάρτες (μοιράζονται σε φυλλάδια/ φωτοτυπίες ή αναρτώνται στο δημαρχείο ή σε κεντρικά σημεία του δήμου). Άλλη πηγή χαρτών είναι οι εκδόσεις Καπρανίδη/ Ν. & Ι. Φώτη αλλά και ο Χρυσός Οδηγός του ΟΤΕ. Το δίκτυο θα πρέπει να περιγραφεί με αναφορά στα χαρακτηριστικά του (μήκος/ είδος συνδέσμου).

Η περιοχή μελέτης θα χωριστεί σε 4-6 ζώνες με κριτήρια που θα επιλέξει (και θα αιτιολογήσει) ο/η σπουδαστής/τρια.

Θα πρέπει να γίνει υπόθεση (ή να συγκεντρωθούν στοιχεία αν είναι απολύτως εύκολο μέσω του δήμου) σχετικά με το (α) πλήθος νοικοκυριών ανά ζώνη, (β) το μέσο εισόδημα κάθε ζώνης προκειμένου να γίνει η εκτίμηση της παραγωγής των μετακινήσεων (η άσκηση παρέχει επαρκή στοιχεία ώστε να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της “ανάλυσης κατά κατηγορίες”, βλ. κεφ. 4.3.3.5 του βιβλίου Σχεδ. Μεταφ. Συστημάτων.).

- (1.5) Προηγουμένως η άσκηση ζητεί να αναπτυχθούν οι οικογένειες καμπυλών για κάθε έναν από τους παρατιθέμενους 4 πίνακες για τιμές εισοδηματικής κλάσης (χαμηλή/ μέση/ υψηλή) που δίδονται στο εδάφιο 1.5 της άσκησης. Η ανάγνωση των πινάκων γίνεται ως εξής: Ο πρώτος πίνακας δίνει το ποσοστό κάθε κατηγορίας εισοδήματος (% νοικοκυριών) για το μέσο εισόδημα της περιοχής μελέτης ή των υποδιαιρέσεών της (ζωνών). Οι υπόλοιποι τρεις υπό-πίνακες του πίνακα 2 συσχετίζουν άλλα ποσοτικά μεγέθη (Ι.Χ./Νοικ. σε έκφραση ποσοστού ή μετακιν./Ι.Χ. ανά αριθμό οχημάτων/νοικοκυριό ή τέλος το ποσοστό των μετακινήσεων ανά σκοπό μετακίνησης) με τη μέση τιμή της κατηγορίας εισοδήματος. Όλες οι τιμές θα προκύψουν από τους πίνακες με εύλογες υποθέσεις χωρίς οποιουσδήποτε συσχετισμούς ανάμεσα στους πίνακες και αλγεβρικές επιλύσεις.

Μέσο ετήσιο εισόδημα περιοχής μελέτης (*) (€)	Νοικοκυριά (%)		
	Υψηλό	Μέσο	Χαμηλό
9.000	0	30	70
15.000	0	50	50
21.000	10	70	20
27.000	20	75	5
33.000	50	50	0
39.000	70	30	0

(*) Θα γίνουν υποθέσεις για το μέσο εισόδημα κάθε ζώνης της περιοχής μελέτης.

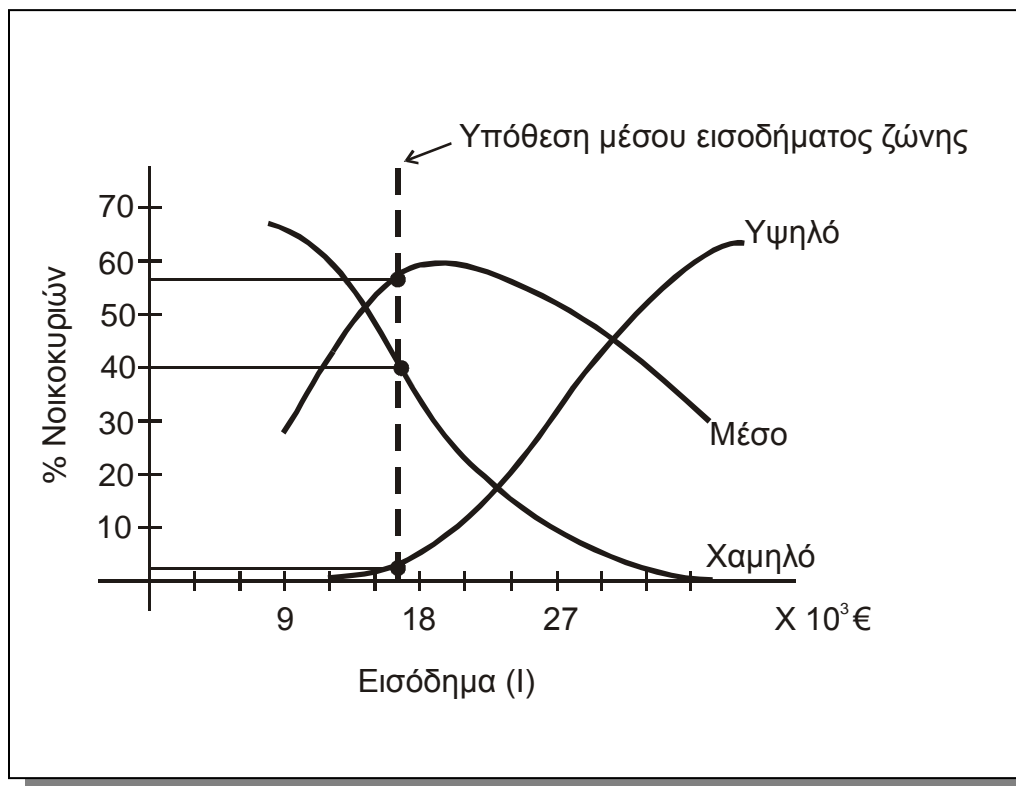
Πίνακας 1

Μέσο ετήσιο εισόδημα κατηγορίας(*) (€)	Ι.Χ./Νοικ. (%)				Μετακιν./Νοικ.				Μετακινήσεις (%)		
	Κατανομή				Κατανομή πλήθους						
	νοικοκυριών ως προς τον αριθμό κατοχής Ι.Χ				μετακινήσεων ως προς τον αριθμό κατοχής Ι.Χ						
	0	1	2	3+	0	1	2	3+	MBO-E	MBO-Λ	OXI-MBO
7.500	68	28	4	0	2,0	6,0	11,5	17,0	38	34	28
15.000	34	47	19	0	2,5	7,5	12,5	17,5	38	34	28
22.500	12	53	30	5	4,0	9,0	14,0	19,0	35	34	31
30.000	8	42	40	10	5,5	10,5	15,5	20,5	27	35	38
37.500	5	29	51	15	7,5	12,0	17,0	22,0	20	37	43
45.000	3	17	60	20	8,0	13,0	18,0	23,0	16	40	44

(*) χαμηλό, μέσο, υψηλό (θα γίνει υπόθεση για τις μέσες τιμές που θα χρησιμοποιηθούν)

Πίνακας 2

Π.χ. από τον πρώτο πίνακα προκύπτει:



Σχήμα 1: Γραφική απεικόνιση τιμών του πίνακα 1

Έτσι για ένα υποθετικό μέσο εισόδημα (\bar{I}) ζώνης 16.500 € προκύπτουν οι πρώτοι πολλαπλασιαστές του προτύπου:

$$X_{iy} \text{ (=υψηλό)} = 0,04$$

$$X_{iy} \text{ (=μέσο)} = 0,40$$

$$X_{iy} \text{ (=χαμηλό)} = 0,56$$

όπου X_{iy} : το ποσοστό νοικοκυριών κατηγορίας εισοδήματος y της ζώνης i .

Ανάλογα προκύπτουν και οι τιμές των υπολοίπων μεταβλητών με τη βοήθεια των υπό-πινάκων του πίνακα 2 και των μέσων τιμών που δόθηκαν στην άσκηση και σχεδιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

Έτσι οι παραγόμενες ανά κατηγορία εισοδήματος μετακινήσεις υπολογίζονται από τη σχέση:

$$P_i = \sum_j \sum_y X_{iy} \times \text{Νοικ.} \times (I.X./\text{Νοικ.})_j \times (\text{Μετακ.}/I.X.)_j$$

όπου j = κατηγορία νοικοκυριού με 0, 1, 2, 3+ IX

y = κατηγορία εισοδήματος (υψηλό, μέσο, χαμηλό)

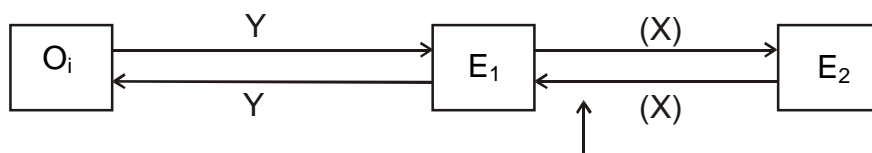
i = ζώνη της περιοχής μελέτης

Τέλος από τις καμπύλες που προκύπτουν από τον τελευταίο πίνακα προσδιορίζεται το πλήθος μετακινήσεων ανά σκοπό μετακίνησης (MBO – E, MBO – Λ και OXI – MBO).

Σημ. Τυπικά διαγράμματα αυτού του είδους παρουσιάζονται στην άσκηση 24 (σελ. B' 26) του B' Μέρους του Φυλλαδίου “Εφαρμογές Μεθόδων & Ασκήσεις” (έκδοση 2000).

- (1.6) Σημειώνεται ότι οι μετακινήσεις με όχι βάση την οικία (OXI – MBO) υπολογίζονται μεν στη ζώνη παραγωγής (κατοικίας) έχουν δε

προέλευση – προορισμό ζώνες μη κατοικίας (π.χ. γίνονται ανάμεσα σε ζώνες εργασίας) με βάση σχετικές μετρήσεις ή (στη παρούσα περίπτωση) υποθέσεις που πρέπει να γίνουν από τον/την σπουδαστή/τρια.



(*) Στη ζώνη κατοικίας O_i παράγονται ημερησίως $Y+X$ μετακινήσεις που συνεπάγονται $2Y+2X$ άκρα μετακινήσεων (trip ends)

X αριθμός μετακινήσεων $O_i - MBO$ που έχουν υπολογιστεί ότι παράγονται στη ζώνη κατοικίας O_i , γίνονται “κυκλικά” ανάμεσα στις ζώνες εργασίας E_1 και E_2 κατά τη διάρκεια της ημέρας

- (1.7) Στο ερώτημα αυτό είναι προαιρετική η χρήση προτύπου έλξης μετακίνησης. Ο/Η σπουδαστής/τρια μπορεί να κάνει εύλογες υποθέσεις σχετικά με τις ελκόμενες μετακινήσεις. Το εύλογο των υποθέσεων αναφέρεται και στη υιοθέτηση κατάλληλων αριθμητικών δεδομένων για τις ανάγκες του προτύπου βαρύτητας (βλ. 1.10 άσκησης).
- (1.8) Οι χρόνοι διάνυσης κάθε κωδικοποιημένου συνδέσμου υπολογίζονται με βάση τα χαρακτηριστικά που έχουν καταγραφεί στο ερώτημα (1.0) με απλές υποθέσεις μέσης ταχύτητας διάνυσης ανά κατηγορία συνδέσμου.
- (1.9) Το μητρώο t_{ij} των χρόνων μετακίνησης μεταξύ των ζωνών της περιοχής μελέτης θα χρησιμεύσει για τον υπολογισμό των μετακινήσεων του επόμενου βήματος. Προσοχή: Το μητρώο

προέλευσης – προορισμού T_{ij} προκύπτει μετά την εφαρμογή του προτύπου βαρύτητας του βήματος (1.10).

(1.10) Οι πίνακες παραγωγής/ έλξης που θα χρησιμοποιηθούν στην εφαρμογή του προτύπου κατανομής μετακινήσεων μπορούν να περιέχουν υποθέσεις/ παρατηρήσεις εξωτερικών μετακινήσεων (ανάλογα με το βαθμό εμβάθυνσης που θα επιλέξει ο/η κάθε σπουδαστής/τρια να κάνει στη φάση της ανάλυσης). Στην περίπτωση αυτή και προκειμένου το πλήθος των παραγόμενων μετακινήσεων

$\left(\sum_i P_i \right)$ να ισούται με το πλήθος των ελκωμένων $\left(\sum_j A_j \right)$ θα πρέπει μία ή

δύο ζώνες να αντιπροσωπεύουν “εξωτερικές” ζώνες. Αυτό γίνεται ούτως ώστε να διευκολυνθούν οι σπουδαστές στην επιλογή περιοχών μελέτης που δεν έχουν ισοκατανεμημένες παραγωγές/ έλξεις (π.χ. Κοινότητα Εκάλης, περιοχή Κυψέλης κλπ). Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να επιλεγεί κάποιος κατάλληλος (μέσος) χρόνος διαδρομής. Η προσαρμογή του προτύπου βαρύτητας μπορεί να περατωθεί μετά τη δεύτερη προσέγγιση (αδιακρίτως της επίτευξης ικανοποιητικής σύγκλισης) με κατάλληλο σχολιασμό.

26.2-Άσκηση 2/3

(2.0) Τα στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα άσκηση είναι επιθυμητό να αναφέρονται στην ίδια περιοχή μελέτης με εκείνη της άσκησης (1/2).

(2.1) Το πρότυπο που παρουσιάζεται σ' αυτό το εδάφιο ανήκει στην οικογένεια των πιθανοτικών προτύπων (εξατομικευμένα πρότυπα) που εισάγονται στην παράγρ. 4.3.3.7 του βιβλ. Σχεδ. Μεταφ. Συστημάτων. Παρ' όλο που τα πρότυπα αυτά παρουσιάζουν ιδιαιτερότητες στην επίλυση λόγω της εξατομικευμένης διατύπωσης τους (η κατανομή της εξαρτημένης μεταβλητής P_i είναι διωνυμική με αποτέλεσμα η προσαρμογή τους να απαιτεί την εφαρμογή της μεθόδου της μέγιστης πιθανοφάνειας), στην ομαδοποιημένη τους διατύπωση όπως στην παρούσα άσκηση που η μεταβλητή P_i έχει την έννοια του ποσοστού επιλογής του μέσου i ανά ζώνη περιοχής μελέτης με δύο μόνο εναλλακτικά μέσα μεταφοράς συνήθως ακολουθεί την κανονική κατανομή, γεγονός που επιτρέπει την εφαρμογή της γνωστής μεθόδου της (πολλαπλής) γραμμικής παλινδρόμησης που αναπτύσσεται επί μακρόν στο βιβλίο και τα βοηθήματα του μαθήματος.

Στη μορφή που παρουσιάζεται στην άσκηση υπονοείται (για λόγους απλούστευσης και προκειμένου να αποφευχθούν οι διπλοί συμβολισμοί) ότι τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης $L(X)$ (συνάρτησης χρησιμότητας $U_{ij} = U(X_j, S_i)$ σύμφωνα με τους συμβολισμούς του βιβλίου) αναφέρονται στη διαφορά των χαρακτηριστικών των δύο μέσων (βλ. συμβολισμούς εδαφ. 2.3)

Για την πληρότητα της παρουσίασης αναφέρεται ότι η αρχική διατύπωση του προτύπου έχει ως εξής:

$$P_1(\underline{X}) = P(m=1|X_{1j}) = \frac{\exp[L(X_{1j})]}{\sum_m \exp[L(X_{mj})]} \quad \dots\dots\dots(1)$$

όπου $m = 1, 2, \dots$ (ο αριθμός των εναλλακτικών μέσων)

$X_{1j} = X_{11} + X_{12} + \dots$ τα χαρακτηριστικά του μέσου $m = 1$

Αντίστοιχα για το δεύτερο μέσο ($m = 2$) ισχύει

$$P_2(\underline{X}) = P(m=2|X_{2j}) = \frac{\exp[L(X_{2j})]}{\sum_m \exp[L(X_{mj})]} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει

$$P_2(\underline{X}) = \frac{\exp[L(X_{2j})]}{\sum_m \exp[L(X_{mj})]} = \frac{1}{1 + \exp[L(X_j)]}$$

όπου $L(X_j) = (X_{11} - X_{12}) + (X_{21} - X_{22})$

ή με απλούστευση των συμβολισμών (σύμφωνα με το εδαφ. 2.3).

$$L(X_j) = (\Delta T)_1 + (\Delta T)_2$$

με $X_1 = (X_{11} - X_{12}) = (\Delta T)_1 = \Delta T^{\text{διαδρ}} = T_1^{\text{διαδρ}} - T_2^{\text{διαδρ}}$

$$X_2 = (X_{21} - X_{22}) = (\Delta T)_2 = \Delta T^{\text{τερμ}} = T_1^{\text{τερμ}} - T_2^{\text{τερμ}}$$

Αντίστοιχα προκύπτει ότι

$$P_1(\underline{X}) = 1 - P_2(\underline{X}) = \frac{\exp[L(X_j)]}{1 + \exp[L(X_j)]}$$

- (2.4) Η άσκηση στοχεύει στην προσαρμογή ενός προτύπου επιλογής μέσου μετακίνησης π.χ. ΜΜΜ (=Λεωφορείου, ΗΣΑΠ, ΜΕΤΡΟ) και Ι.Χ. με ερμηνευτικές παραμέτρους το χρόνο διαδρομής (εντός μέσου) και τον τερματικό χρόνο (οικία – στάση, στάση – τελικό προορισμό ή χώρο στάθμευσης – τελικό προορισμό). Στην παρούσα άσκηση αίρεται ο περιορισμός της αναφοράς των στοιχείων σε συγκεκριμένες ζώνες. Εάν αυτό διευκολύνει, τα στοιχεία θα μπορούσαν να συλλεγούν από την ίδια ζώνη (θα πρέπει βέβαια να αναφέρονται σε διαφορετικούς προορισμούς).

Π.χ. η κατάστρωση των δεδομένων θα μπορούσε να έχει την παρακάτω μορφή:

Πλήθος απαιτούμενων παρατηρήσεων (n)	$T_1^{\text{διαδρ}} - T_2^{\text{διαδρ}}$ min	$T_1^{\text{τερμ}} - T_2^{\text{τερμ}}$ min	P_1 %
$n \geq 4$	-30 έως -15	-30 έως -15	30
$n < 4$		-15 έως 0	-
$n < 4$	-15 έως 0	-30 έως -15	-
$n \geq 4$		-15 έως 0	48
$n \geq 4$		0 έως 15	55
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Πίνακας 1. Κατάστρωση δεδομένων

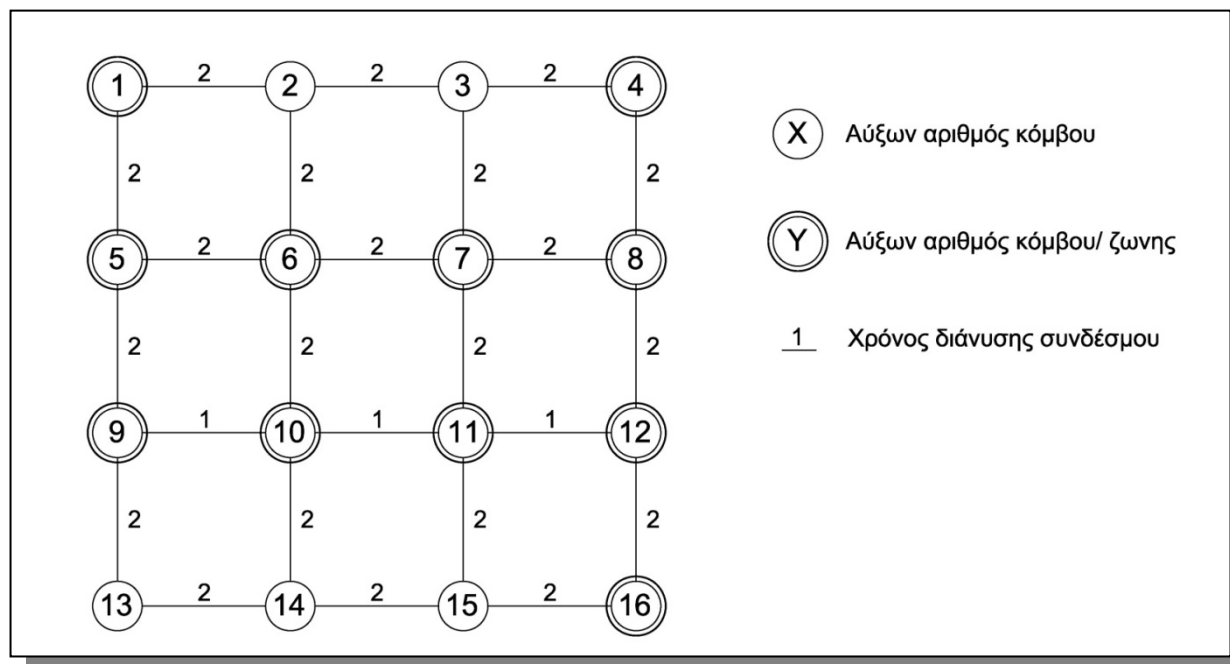
Τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα μετασχηματίζονται ως εξής για εισαγωγή στο πρότυπο παλινδρόμησης.

P	$\Delta T_{\text{διαδρ}}$	$\Delta T_{\text{τερμ}}$
0,30	-22,5	-22,5
0,48	-7,5	-7,5
0,55	-7,5	7,5
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Πίνακας 2. Πίνακας δεδομένων για εισαγωγή στο πρότυπο

26.3-Άσκηση 3/3

Δίνεται Περιοχή Μελέτης η οποία έχει διαιρεθεί σε 11 ζώνες. Το κύριο οδικό δίκτυο της περιοχής αναπαρίσταται στο παρακάτω σχήμα στο οποίο επίσης αριθμούνται οι οδικοί κόμβοι. Οι κόμβοι που συνδέονται με ζώνες (παραλείπονται οι συνδετήριοι σύνδεσμοι) εμφανίζονται με έντονη γραφή. Τέλος σημειώνονται οι μέσοι χρόνοι διάνυσης κάθε συνδέσμου.



Σχήμα 1. Δίκτυο περιοχής μελέτης

ΕΝΟΤΗΤΑ Α.

Τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα περιέχουν τα αποτελέσματα συγκοινωνιακής έρευνας και παρουσιάζουν τον αριθμό των παραγόμενων μετακινήσεων ΜΒΟ-Ε (με βάση την οικία με σκοπό την εργασία) κατά την πρωινή ώρα αιχμής καθώς και τα κύρια κοινωνικο-οικονομικά χαρακτηριστικά των ζωνών.

A1) Διατυπώνεται ένα γενικό μοντέλο παραγωγής μετακινήσεων με βάση τα στοιχεία του πίνακα.

A2) Καταρτίζεται ο πίνακας συσχετίσεων όλων των μεταβλητών και να εξεταστεί η συσχέτιση/ μη-συσχέτιση των μεταβλητών.

A3) Εξετάζεται κατά πόσον αυξάνεται η ερμηνευτικότητα του μοντέλου αν συμπεριληφθούν όλες οι ανεξάρτητες μεταβλητές ή ορισμένες εξ αυτών. Αιτιολογείται η επιλογή της βέλτιστης έκφρασης του μοντέλου με τη χρήση των στατιστικών μεγεθών R^2 (συντελεστής προσδιορισμού παλινδρόμησης) και t (Student).

Ζώνη	Μετακιν. ΜΒΟ-Ε	Κατοικίες	Ι.Χ	Πληθυσμ.	Απασχολούμενοι
1	855	490	625	1565	575
4	565	355	440	955	375
5	405	175	270	565	225
6	140	65	95	105	90
7	35	20	20	50	25
8	110	60	80	205	85
9	358	215	307	609	209
10	10	35	65	85	30
11	517	2315	1552	2993	266
12	55	50	80	165	60
16	35	25	50	100	30

Πίνακας 1. Χαρακτηριστικά ζωνών

ΕΝΟΤΗΤΑ Β.

Παρακάτω δίνονται οι μαθηματικές εκφράσεις των καμπυλών ζήτησης για τη Περιοχή Μελέτης:

$$q_1(p) := 2200 - 35.8p$$

$$q_2(p) := 2000 - 36.6p$$

$$q_3(p) := 1600 - 31.0p$$

$$q_4(p) := 920 - 32.0p$$

όπου **q** ο παρατηρούμενος φόρτος (οχήματα/ώρα) και **p** το κόστος κυκλοφορίας (c/km). Σημειώνεται ότι η ζήτηση μεταβάλλεται ανάλογα με τη περίοδο της ημέρας και για τον λόγο αυτόν οι καμπύλες έχουν διαφορετικές εκφράσεις λόγω του ότι μεταβάλλεται η χρησιμότητα μετακίνησης εντός του συγκεκριμένου χρονικού παραθύρου. Έτσι η $q_1(p)$ περιγράφει τη καμπύλη ζήτησης εντός της πρωινής αιχμής (διάστημα 3 ωρών), η $q_2(p)$ εντός της απογευματινής αιχμής (διάστημα 2 ωρών), η $q_3(p)$ τη ζήτηση εκτός αιχμών (διάστημα 9 ωρών) και η $q_4(p)$ τη ζήτηση για την υπόλοιπη διάρκεια της ημέρας (διάστημα 10 ωρών).

Επίσης δίνονται οι συναρτήσεις $p_1(q)$, $p_2(q)$, $p_3(q)$ και $p_4(q)$ κόστους κυκλοφορίας (που εκφράζουν τις καμπύλες προσφοράς) για 4 κατηγορίες οδικής υποδομής, ήτοι για δευτερεύοντες (μέχρι δύο λωρίδες κυκλοφορίας) και κύριους δρόμους (μέχρι 2+2 λωρίδες κυκλοφορίας), μεγάλες οδικές αρτηρίες (μέχρι 3+3 λωρίδες κυκλοφορίας με διαχωριστική νησίδα) και για τους αστικούς αυτοκινητόδρομους, αντίστοιχα.

$$p_1(q) := 9.0 + \frac{350}{70 - 0.009q}$$

$$p_2(q) := 7.0 + \frac{350}{80 - 0.011q}$$

$$p_3(q) := 7.0 + \frac{350}{90 - 0.011q}$$

$$p_4(q) := 7.0 + \frac{350}{100 - 0.012q}$$

B1) Δίδεται ένα συγκεντρωτικό διάγραμμα **q-p** που απεικονίζει τις οκτώ καμπύλες προσφοράς-ζήτησης.

Αναδιατυπώνονται οι συναρτήσεις προσφοράς ως συναρτήσεις $p(q)$:

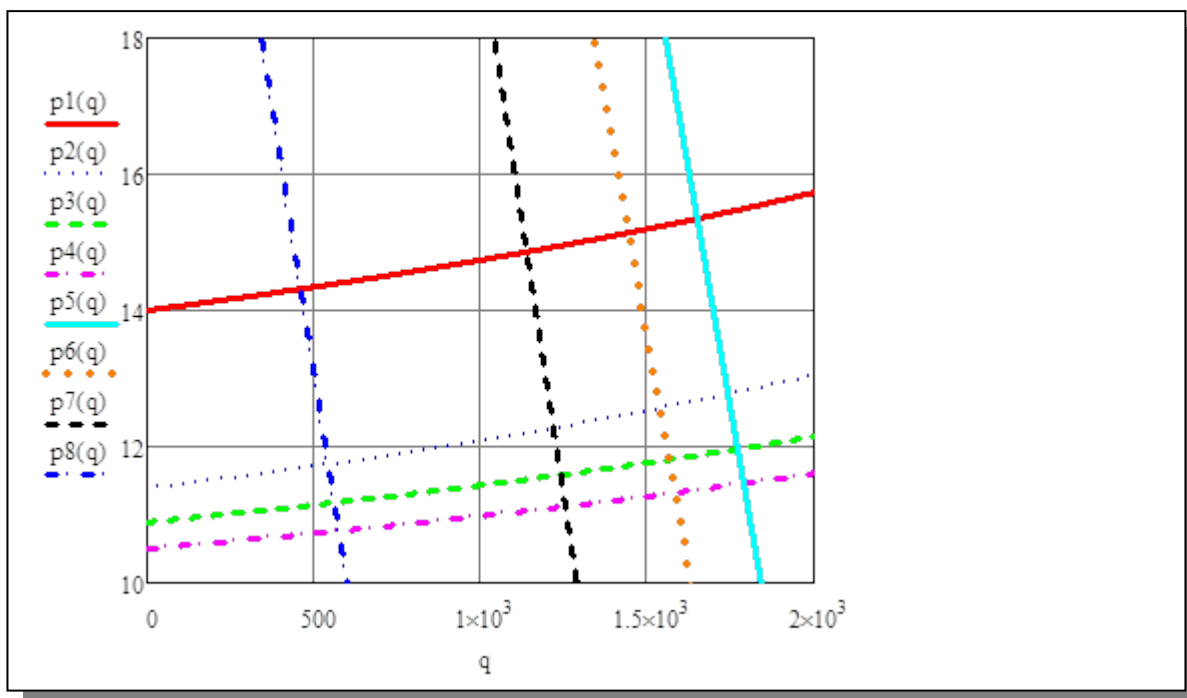
$$q_1(p) := 2200 - 35.8p \rightarrow p_5(q) := \frac{(2200 - q)}{35.8}$$

$$q_2(p) := 2000 - 36.6p \rightarrow p_6(q) := \frac{(2000 - q)}{36.6}$$

$$q_3(p) := 1600 - 31.0p \rightarrow p_7(q) := \frac{(1600 - q)}{31.0}$$

$$q_4(p) := 920 - 32.0p \rightarrow p_8(q) := \frac{(920 - q)}{32.0}$$

Σχολιασμός: Η γραφική παράσταση των οκτώ συναρτήσεων δίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 2

B2) Αναπτύσσονται εναλλακτικά_σενάρια ζήτησης- προσφερόμενης υποδομής (δηλαδή γίνονται παραδοχές για την ημερήσια κατανομή της ζήτησης και συνδυασμού υποδομών), και εκτιμάται η συνολική ημερήσια κυκλοφορία με βάση τα σημεία τομής (ισορροπίας) των καμπυλών αυτών.

ΕΝΟΤΗΤΑ Γ.

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται ο τρόπος φόρτισης του δικτύου. Θα εφαρμοστούν δύο μέθοδοι:

α. Η μέθοδος όλα-ή τίποτα (O-H-T)

β. Η πιθανοτική μέθοδος των πολλαπλών διαδρομών (αλγόριθμος STOCH, βλ. Γ2)

Γ1) Βρίσκεται το δένδρο ελαχίστων διαδρομών της ζώνης 1.

Γ2) Αλγόριθμος STOCH

Ο αλγόριθμος STOCH (βλ. Σχεδιασμός Μεταφορικών Συστημάτων, Κεφ. 6) καταμερίζει την κυκλοφορία που εισέρχεται σε έναν κόμβο k σε όλους τους συνδέσμους k,l' (l' : οι γειτονικοί κόμβοι του k) που μπορούν να χαρακτηριστούν ως 'αποδοτικοί', δηλαδή τους συνδέσμους των οποίων ο τελικός κόμβος είναι πιο απομακρυσμένος (από άποψη απόστασης ή χρόνου διάνυσης) από τον κόμβο προέλευσης i από ότι ο αρχικός κόμβος. Με την έννοια αυτή υπολογίζονται οι 'αποδοτικές' εναλλακτικές διαδρομές που συνδέουν δύο κόμβους (προέλευσης- προορισμού) του δικτύου.

Πραγματοποιούνται τρεις επιμέρους υπολογισμοί προκειμένου να εκτιμηθεί η κυκλοφορία που θα φορτίσει έναν σύνδεσμο του δικτύου:

Η πιθανότητα επιλογής του συνδέσμου $a(k,l)$ η οποία εξαρτάται από τη χρονική διαφορά που προκύπτει καθώς και έναν συντελεστή θ αποδοχής της απόκλισης από την ελάχιστη διαδρομή

$$h_a = e^{\theta \Delta t}$$

όπου Δt η διαφορά χρόνου μέσω της διαδρομής ελάχιστου χρόνου και της εξεταζόμενης εναλλακτικής αποδοτικής διαδρομής

$$t = g_{il} - g_{ik} - g_a$$

όπου

g_{il} : ο ελάχιστος χρόνος μέχρι τον κόμβο l από τον κόμβο προέλευσης i

g_{ik} : ο ελάχιστος χρόνος μέχρι τον κόμβο k από τον κόμβο προέλευσης i

g_a : ο χρόνος διάνυσης του συνδέσμου a (k, l)

Σημειώνεται ότι αν $\Delta t = 0$, ο σύνδεσμος a βρίσκεται επί της διαδρομής ελαχίστου χρόνου. Αν $g_{ik} \geq g_{il}$ αυτό συνεπάγεται ότι ο a δεν βρίσκεται πάνω σε αποδοτική διαδρομή και η πιθανότητα επιλογής του είναι μηδενική.

Η πιθανοτική βαρύτητα (σχετική βαρύτητα αποδοχής) του συνδέσμου a , που ορίζεται ως

$$p_a = h_a \sum_{b \in k^+} p_b$$

όπου k^+ οι σύνδεσμοι που έχουν ως τέλος τον κόμβο k (εισερχόμενοι σύνδεσμοι)

Η φόρτιση του συνδέσμου υπολογίζεται με βάση τον παρακάτω τύπο:

$$q_a = \sum_{b \in l^-} q_b p_a / \sum_{b \in l^-} p_b$$

όπου l^+ οι σύνδεσμοι που έχουν ως τέλος τον κόμβο l (εισερχόμενοι σύνδεσμοι)

και l^- οι σύνδεσμοι που έχουν ως έναρξη τον κόμβο l (εξερχόμενοι σύνδεσμοι)

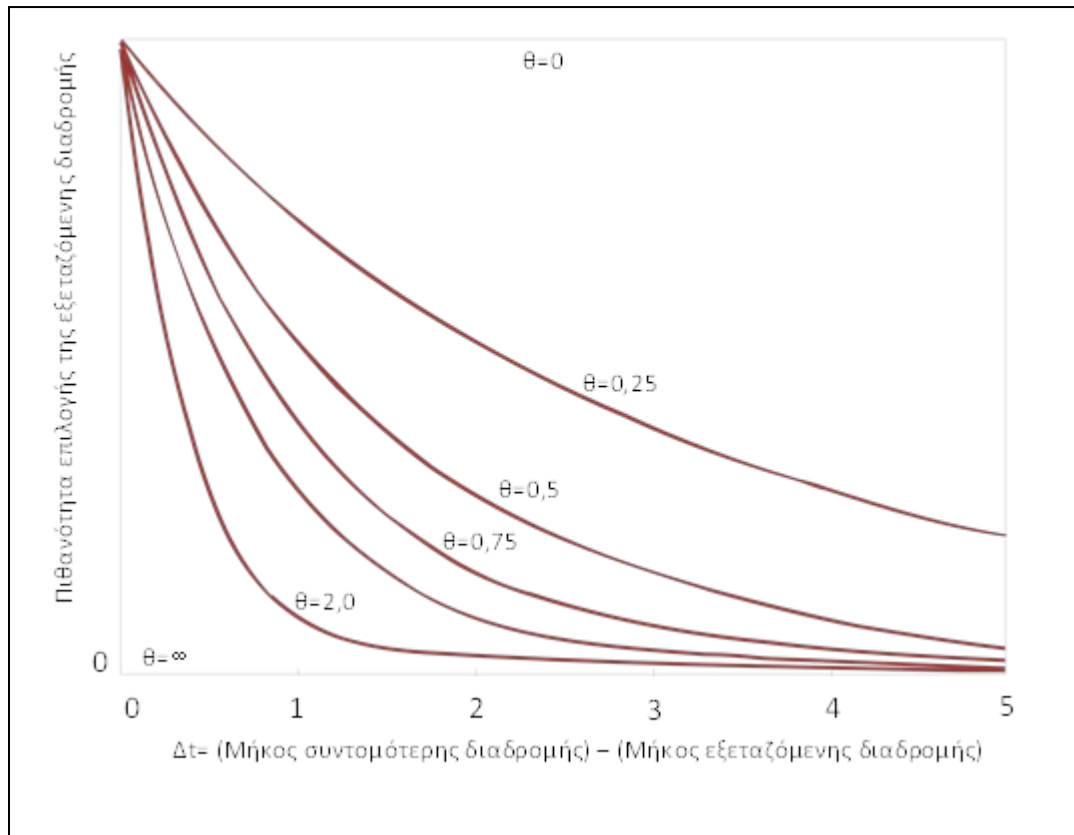
Ο τελευταίος αυτός τύπος εφαρμόζεται αφού έχει ευρεθεί η πιθανοτική βαρύτητα όλων των συνδέσμων. Η εφαρμογή του γίνεται σταδιακά, κατά την αντίστροφη φορά (από το τέλος προς την αρχή), δηλαδή από τον κόμβο προορισμού προς τον κόμβο προέλευσης.

Γ3) Καταμερίζεται η ζήτηση 1000 μετακινήσεων από την ζώνη 1 στην ζώνη 16, τόσο με την μέθοδο Ο-Η-Τ όσο και με βάση τη πιθανοτική μέθοδο, θεωρώντας ότι όλες οι μετακινήσεις γίνονται με Ι.Χ. και βαθμό πλήρωσης οχήματος ίσο με 1.

Σχολιασμός: Η επίλυση οδηγεί στον παρακάτω πίνακα:

Σύνδεσμος i	Σύνδεσμος επί της ελαχίστης διαδρομής j	Δt	Πιθανότητα διέλευσης από τον σύνδεσμο (h)	Φόρτος STOCH	Φόρτος Ο-Η-Τ
1	2	0	1	208	0
1	5	X	0	792	1000
2	3	0	1	0	0
2	6	0	1	208	0
5	6	0	1	209	0
5	9	X	0	583	1000
3	4	0	1	0	0
3	7	0	1	0	0
6	7	0	1	0	0
6	10	-1	0.37	417	0
9	10	X	0	564	1000
9	13	0	1	19	0
10	11	X	0	892	1000
10	14	0	1	89	0
4	8	0	1	0	0
7	8	0	1	0	0
13	14	-1	0.37	19	0
11	12	X	0	652	1000
11	15	0	1	240	0
12	8	-1	0.37	0	0
12	16	X	0	652	1000
14	15	-1	0.37	108	0
15	16	-1	0.37	348	0

Σημειώνεται ότι στην παραπάνω επίλυση έχει ληφθεί ως συντελεστής απόκλισης θ ίσος με 1. Το πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται η επιρροή του μεγέθους αυτού του συντελεστή στην ευνόηση επιλογής εναλλακτικής της πιο σύντομης διαδρομής.



Σχήμα 3

Γ' Μ Ε Ρ Ο Σ**Ερωτήσεις Θεωρίας**

1.- Αναφέρατε σε τι συνίσταται η *προσφορά* (άλλως ποια η φυσική έννοια της προσφοράς) και σε τι η *ζήτηση* (αναλυτικά) σ' ένα μεταφορικό σύστημα.

2.- Πως μπορεί να επηρεάσει η πυκνότητα κατοικιών ενός μεταφορικού διαδρόμου τη λήψη απόφασης για το προσφερόμενο μέσο μεταφοράς;

3.- Τι παριστά κατά τη γνώμη σας μια σχέση της μορφής:

$$X = x_1 + x_2 \cdot x_3$$

όπου: x_1 = αντίτιμο εισιτηρίου (για ένα μεταφορικό μέσο k)

x_2 = διάρκεια διαδρομής (με ένα μεταφορικό μέσο k)

x_3 = αξία του χρόνου

4.- Δώστε διαγραμματικά τη διαδικασία της μαθηματικής προσομοίωσης των μεταφορών επεξηγώντας με συντομία κάθε ένα από τα βήματα.

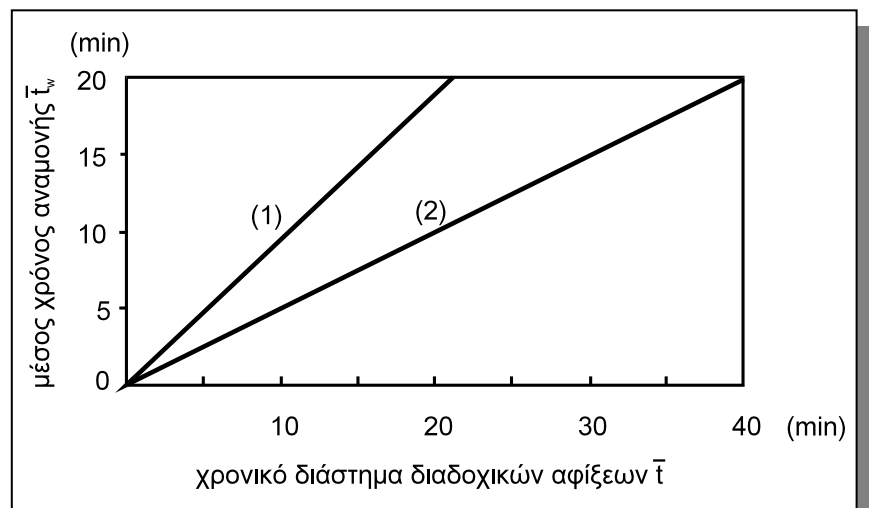
5.- Ποια είναι η σχέση ανάμεσα στη *Χρήση Γης* και στα *Συστήματα Μεταφορών*.

6.- Είναι δυνατόν (αν ναι - σε ποια έκταση, αν όχι - γιατί) τα διαφορετικά χαρακτηριστικά των ατόμων να επηρεάσουν τον προσδιορισμό της χωρητικότητας ενός μεταφορικού συστήματος;

7.- Πως ένα μεταφορικό σύστημα επηρεάζει την ανάπτυξη μιας πόλης; Μπορούν να ευρεθούν συγκεκριμένες παράμετροι και να εκτιμηθούν αριθμητικά σε τρόπο ώστε να ελεγχθούν οι τάσεις και να προσδιορισθεί η επιρροή;

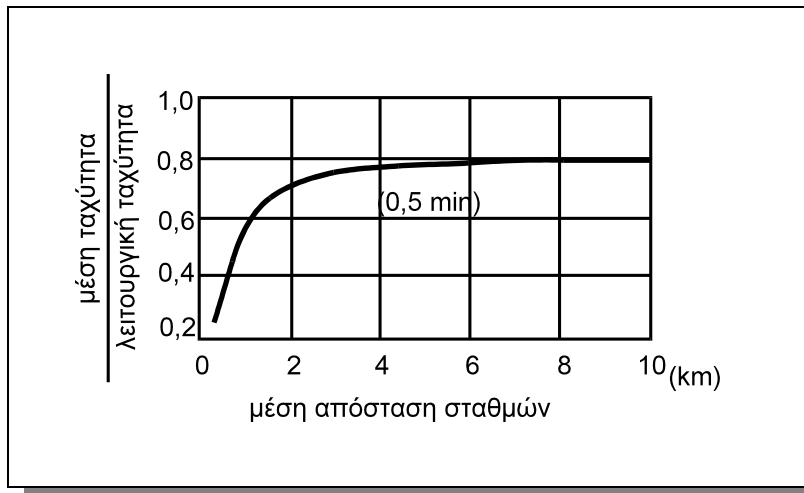
8.- Προσδιορίστε τα παρακάτω και εξηγήστε τα, με γενική βάση τα τυπολόγια των παραμέτρων που αναφέρονται στα χαρακτηριστικά της στάθμης μεταφορικής εξυπηρέτησης.

8.1.- Ποια από τις δύο ευθείες (1) και (2) παριστάνει τη σχέση ανάμεσα στο μέσο χρόνο αναμονής στη στάση και τη συχνότητα μιας λεωφορειακής γραμμής (όταν τα δρομολόγια τηρούνται κανονικά);



8.2.- Ποια μπορεί να είναι η μορφή των σχέσεων ανάμεσα στο λόγο μέση ταχύτητα διαδρομής /λειτουργική ταχύτητα και στη μέση απόσταση των σταθμών για ένα μέσο που κινείται με μια συγκεκριμένη ταχύτητα (λειτουργική) και έχει μέση καθυστέρηση σε κάθε σταθμό ίση με:

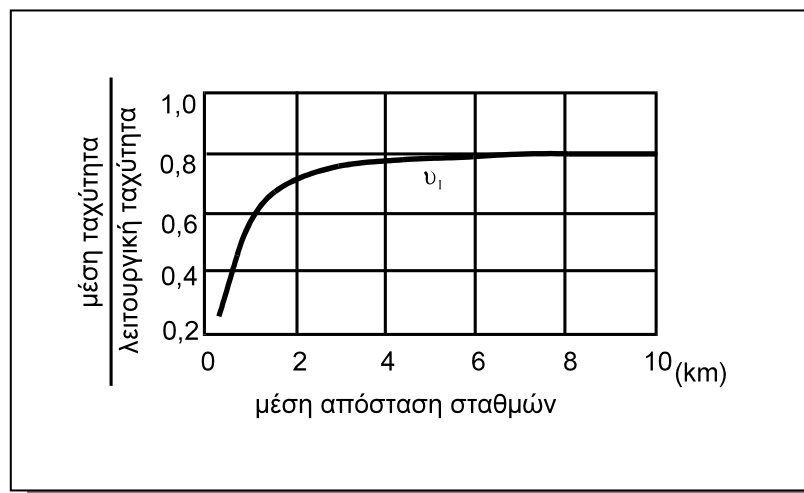
- α. 0,5 min (όπως στο σχήμα)
- β. 2,0 min
- γ. 10,0 min



8.3.- Ποια είναι κατά τη γνώμη σας η σχέση ανάμεσα στον λόγο μέση ταχύτητα/ λειτουργική ταχύτητα και στη μέση απόσταση των σταθμών για ένα μέσο που κινείται με ταχύτητα (λειτουργική).

- α. v_1 (όπως στο σχήμα)
- β. v_2
- γ. v_3

με $v_1 < v_2 < v_3$ και με θεωρητική καθυστέρηση σε κάθε σταθμό ίση με 0,5 min



9.- Αναφέρετε και εξηγήστε τι συνεπάγεται και τι αλλάζει στις παρακάτω δυο διαδικασίες:

- α) η κατανομή των μετακινήσεων προηγείται της επιλογής του μέσου.
- β) η επιλογή του μέσου προηγείται της κατανομής των μετακινήσεων.

Σημ.: Η αναφορά γίνεται στη μαθηματική προσομοίωση.

10.- Ελέγξτε και όπου είναι λάθος διορθώστε τις παρακάτω εκφράσεις αιτιολογώντας κάθε φορά τη θέση σας.

10.1.- Οι καμπύλες προσφοράς και ζήτησης αφορούν κάποιο συγκεκριμένο συγκοινωνιακό έργο, και αλλάζουν όταν το έργο αυτό ανακαινίζεται ή υποκαθίσταται από άλλο.

10.2.- Το αντιληπτό ιδιωτικό γενικευμένο κόστος αποτελεί βασικό κριτήριο για την οικονομική αξιολόγηση των συγκοινωνιακών έργων, ενώ το (πραγματικό) κοινωνικό γενικευμένο κόστος είναι κριτήριο επιλογής του μεταφορικού μέσου.

10.3.- Οι ωφέλειες ενός συγκοινωνιακού έργου (για μια εξεταζόμενη λύση) είναι η διαφορά:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{κόστος λειτουργίας} \\ \text{του έργου} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{δαπάνες συντήρησης} \\ \& \\ \text{διοίκησης του έργου} \end{array} \right\}$$

10.4.- Οι έννοιες:

α.- Ιδιωτικό οικονομικό κόστος ιδιοκτήτου ΙΧ για τη κυκλοφορία του σ' ένα δρόμο ΑΒ.

β.- Κοινωνικό κόστος κυκλοφορίας του παραπάνω αυτοκινήτου για τη κυκλοφορία του στο δρόμο ΑΒ.

γ.- Κόστος χρόνου των επιβατών του παραπάνω ΙΧ, είναι ταυτόσημες

10.5.- Η απόφαση για τη πραγματοποίηση της μεταφοράς ενός εμπορεύματος που μπορεί να γίνει με σιδηρόδρομο, ή αυτοκίνητο, εξαρτάται μόνο από το σχετικό κόμιστρο.

10.6.- Οι καμπύλες διαχωρισμού είναι ένα είδος προτύπων κατανομής μετακινήσεων στον γεωγραφικό χώρο της περιοχής μελέτης.

10.7.- Οι κατανομές χρονικού κόστους μετακινήσεων χρησιμοποιούνται στη διαδικασία προσδιορισμού της συνάρτησης "αντίσταση μετακινήσεων" σε μια περιοχή μελέτης.

10.8.- Ένας συγκοινωνιακός άξονας μεγάλης χωρητικότητας, δεν είναι δυνατόν να μεταβάλλει τις τάσεις μιας αστικής περιοχής, ιδιαίτερα αν αυτές ευνοούν έντονες διαφορές στην κατανομή των δραστηριοτήτων (υπερσυγκέντρωση κ.λ.π.).

10.9.- Οι ωφέλειες από την κατασκευή ενός συγκοινωνιακού έργου που χρηματοδοτεί το Κράτος υπολογίζονται χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψη η επιρροή των φόρων, δασμών κ.λ.π. Το ίδιο γίνεται και για το κόστος κατασκευής.

10.10.- Η υποδιαίρεση της περιοχής μελέτης σε ζώνες πρέπει να λαμβάνει υπ' όψη τις χρήσεις γης και την εντός της κάθε ζώνης (κατά το δυνατόν) ομοιόμορφη κατανομή των χρήσεων επειδή διαφορετικά η αναγωγή όλων των χαρακτηριστικών σ' ένα κεντροειδές μπορεί να είναι σημαντικά εσφαλμένη.

10.11.- Η αντίσταση μετακινήσεως είναι συνάρτηση του σκοπού της μετακίνησης, της εισοδηματικής κατηγορίας του μετακινουμένου και του πραγματικού ιδιωτικού γενικευμένου κόστους.

10.12.- Σε μια αστική περιοχή, οι μετακινήσεις που έχουν και τα δύο άκρα τους εκτός της αστικής περιοχής, είναι τόσο μεγαλύτερο ποσοστό του συνόλου των μετακινήσεων όσο πιο μεγάλος είναι ο πληθυσμός και η έκταση της αστικής περιοχής μεγαλύτερη.

10.13.- Η μελέτη των ατομικών χαρακτηριστικών των ατόμων είναι σημαντική επειδή έτσι θεμελιώνονται κανονισμοί και οδηγίες που αφορούν το σχεδιασμό των συγκοινωνιακών έργων και τη χρήση τους.

10.14.- Ο θεωρητικός χρόνος αναμονής του μέσου επιβάτη σε μια στάση ή σ' έναν σταθμό, είναι ίσος προς $1/2N$, όπου N η συχνότητα εξυπηρέτησης.

10.15.- Ο δείκτης εσωτερικής ανταποδοτικότητας και ο λόγος ωφελειών/κόστους κατασκευής είναι αδιάστατοι αριθμοί που πρέπει να συγκρίνονται με το ευκαιριακό κόστος του κεφαλαίου (που θα διατεθεί για την κάλυψη του κόστους της κατασκευής), προκειμένου να κριθεί η οικονομική σκοπιμότητα ενός έργου.

10.16.- Η καθιέρωση λωρίδων αποκλειστικής κυκλοφορίας λεωφορείων μειώνοντας τον χρόνο διαδρομής των λεωφορείων μεγαλώνει το αντιληπτό κόστος του επιβάτη.

10.17.- Η μεταφορική ικανότητα ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την μεταφορική ικανότητα της μονάδας του μέσου που με τη σειρά της εξαρτιέται από τον βαθμό πλήρωσής της.

10.18.- Τα σημεία προέλευσης προορισμού ενός επιβάτη συμπίπτουν πάντοτε με τους κόμβους του δικτύου οδικών αρτηριών.

10.19.- Η οικονομική ζωή ενός συγκοινωνιακού έργου ορίζεται πάντοτε ίση με την φυσική ζωή του.

11.- Εξηγήστε τι σημαίνει χωρητικότητα συγκοινωνιακού άξονα ή διαδρόμου. Διακρίνατε μεταξύ πραγματικής και θεωρητικής χωρητικότητας.

12.- Σχολιάστε/ συγκρίνατε τις χωρητικότητες των συγκοινωνιακών διαδρόμων:

- 1 λωρίδα αστικού αυτοκινήτου
- 1 λωρίδα λεωφορείων
- 1 διπλή γραμμή metro

13.- Αν είναι:

- A,Γ ζώνες υψηλής πυκνότητας
- B,Δ ζώνες χαμηλής πυκνότητας,

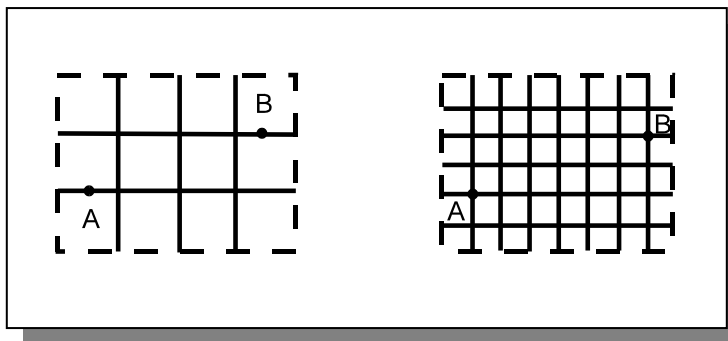
σημειώστε το προσφορότερο τρόπο μεταφορικής εξυπηρέτησης

$$A \leftrightarrow \Gamma$$

$$A \leftrightarrow B$$

$$\Delta \leftrightarrow B$$

14.- Για δύο πόλεις της αυτής έκτασης και κοινωνικοοικονομικών δομών με οδικά δίκτυα όπως στο σκαρίφημα:



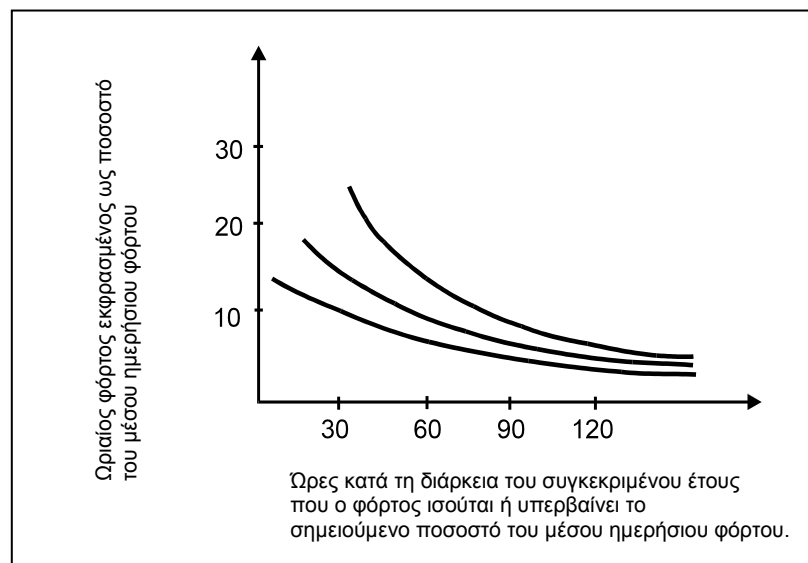
σε ποια πόλη (και γιατί) είναι συντομότερες:

α.- η διαδρομή AB

β.- το σύνολο των πιθανών διαδρομών για όλες τις μετακινήσεις για την αυτή στάθμη εξυπηρέτησης.

15.- Οι τρεις καμπύλες του παρακάτω σχήματος απεικονίζουν την χρονική εξέλιξη της λειτουργίας ενός συγκοινωνιακού έργου.

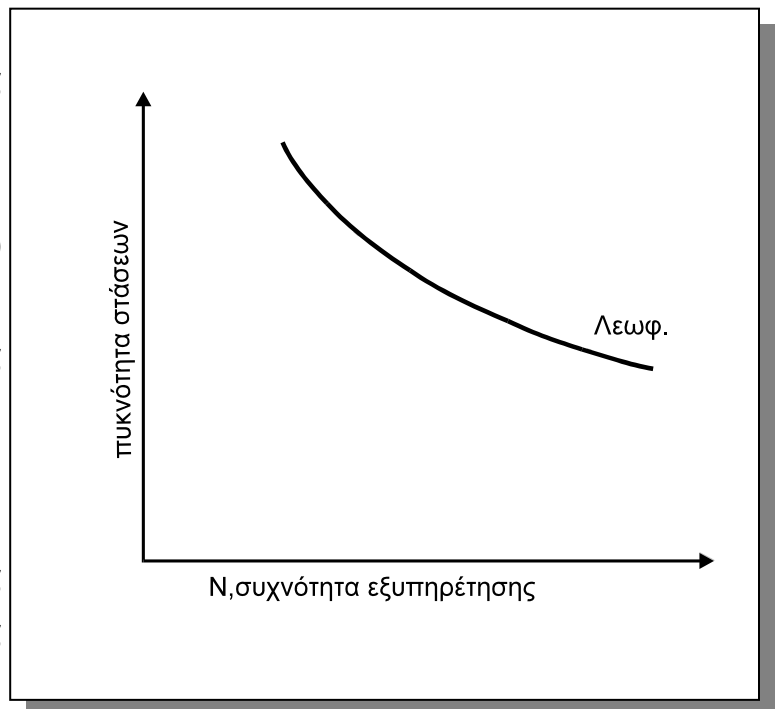
Αναγνωρίσατε τις καμπύλες αν κάθε μια από αυτές αντιστοιχούν στα έτη x , $x+t$ και $x+t'$ με $t' \gg t$



16.- Μια βιομηχανική εταιρία έχει εργοστάσια σε 4 πόλεις: Κόρινθο, Οινόφυτα, Νάουσα και Αλεξανδρούπολη και κέντρα διανομών των προϊόντων τους στις πόλεις: Αθήνα, Πάτρα, Λάρισα, Θεσσαλονίκη και Καβάλα. Η εταιρεία διαθέτει ιδιόκτητο στόλο φορτηγών αυτοκινήτων διαφόρων τύπων που έχουν ένα ομοιόμορφο λειτουργικό κόστος έστω 6 δρχ./km.

Η εταιρία αντιμετωπίζει το πρόβλημα της σύνδεσης των εργοστασίων με τα κέντρα διανομών ώστε το κόστος μεταφοράς να γίνει ελάχιστο. Εάν επιδιώκει ελαχιστοποίηση του αριθμού των τοννο-χιλιομέτρων (ton-km), επιτυγχάνει την αποσκοπούμενη ελαχιστοποίηση του κόστους; Αιτιολογήστε την απάντηση.

17.- Το σχήμα απεικονίζει τη σχέση ανάμεσα στη συχνότητα εξυπηρέτησης (συχνότητα αναχωρήσεων) και στη πυκνότητα των στάσεων (χωρίς οι επιβάτες να αλλάζουν μέσο μετακίνησης) για ένα δίκτυο λεωφορειακών γραμμών. Ποια είναι κατά τη γνώμη σας η θέση της καμπύλης για ένα δίκτυο metro;



18.- Αν οι υπεραστικές μετακινήσεις ατόμων μιας χώρας αφορούν κυρίως μετακινήσεις μεταξύ των κέντρων των πόλεων (μετακινήσεις για εμπορικούς και επαγγελματικούς σκοπούς) και ο ανταγωνισμός περιοριστεί ανάμεσα στον σιδηρόδρομο και το αεροπλάνο, είναι δυνατόν ένα ανεπτυγμένο σιδηροδρομικό δίκτυο που προσφέρει ταχύτητα (160-200 km/h, ηλεκτροκίνηση, διπλές γραμμές) και άνεση

(νέους συρμούς, με συνεχώς συγκολλημένες σιδηροτροχιές) να συναγωνισθεί με το αεροπλάνο; Δικαιολογήσατε την απάντηση. Ποιο είναι το κριτήριο εκείνο που παίζει συνήθως τον πιο αποφασιστικό ρόλο;

19.- Δίνεται το παρακάτω πρότυπο παραγωγής μετακινήσεων (για αστική περιοχή κατοικίας):

$$P_{ip} = \alpha_1 x_{1p} + \alpha_2 x_{2p} - \alpha_3 x_{3p} + \alpha_4$$

Και το πρότυπο προσέλκυσης μετακινήσεων (για περιοχή αναψυχής):

$$A_{jp} = \beta_1 \cdot \Psi_{1p} + \beta_2 \cdot \Psi_{2p} + \beta_3 \cdot \Psi_{3p} - \beta_4 \cdot \Psi_{4p} + \beta_5$$

Ποια μεγέθη και γιατί μπορούν να εκφράζουν οι μεταβλητές $\{X\}, \{\Psi\}$ καθώς και οι σταθερές $\{\alpha\}$ και $\{\beta\}$ για σκοπό μετακίνησης p = αναψυχής;

20.- Ποιες περιπτώσεις μπορεί να προσομοιώνει το παρακάτω πρότυπο στις μεταφορές:

$$F_{K1} = a_1 \cdot b_{K1} \cdot M_K \cdot M_1$$

Αναφέρετε τουλάχιστον δύο περιπτώσεις και εξηγήστε τις μεταβλητές.

21.- Σε μια περιοχή με 5 ζώνες παρατηρείται η εξής κατανομή των μετακινήσεων:

		j					
i		1	2	3	4	5	Σ
1		3500	700	800	2000	1000	8000
2		1500	4700	250	780	890	8120
3		300	560	1810	280	910	3860
4		1100	1500	2100	3600	880	9180
5		250	510	620	850	2020	4250
Σ		6650	7970	5580	7510	5700	33410

α) Εξηγείστε αν οι παραπάνω κατανομή των μετακινήσεων μπορεί να εκτιμηθεί από ένα πρότυπο βαρύτητας με μοναδικά δεδομένα τις παραγωγές και έλξεις μετακινήσεων στις διάφορες ζώνες;

β) Οι παραπάνω κατανομή των μετακινήσεων μπορεί να εκτιμηθεί από ένα πρότυπο ευκαιριών;

γ) Τι παρατηρείτε από αυτή τη κατανομή των μετακινήσεων στη περιοχή μελέτης και σε τι θα μπορεί να αποδοθεί;

22.- Το παρακάτω πρότυπο μπορεί να προσομοιώνει ικανοποιητικά την επιλογή μεταξύ αεροπλάνου και τρένου;

Το πρότυπο είναι:

$$T_{ijA} = \alpha_i \cdot \beta_j \cdot \gamma_A \cdot \left(\frac{d_{ijA}}{d_{ijT}} \right)^\delta$$

και: $T_{ijT} = 1 - T_{ijA}$

όπου: T_{ijA} = ποσοστό μετακινήσεων με αεροπλάνο (από το i στο j)

T_{ijT} = ποσοστό μετακινήσεων με τρένο (από το i στο j)

d_{ijA} = μήκος μετακίνησης με αεροπλάνο (από το i στο j)

d_{ijT} = μήκος μετακίνησης με τρένο (από το i στο j)

23.- Σχολιάστε τις δυνατότητες (άλλως τα πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα) και τη περιοχή εφαρμογής του προτύπου γένεσης μετακινήσεων με *ανάλυση κατά κατηγορίες*. Όμοια, για τα πρότυπα *ευκαιρίας*.

24.- Σε πολλές περιπτώσεις (που είναι συνηθισμένες στις συνθήκες κυκλοφορίας αστικών περιοχών) το πραγματικό κόστος χρήσης ιδιωτικού αυτοκινήτου για τον χρήστη - ιδιοκτήτη του υπερβαίνει το αντίστοιχο αντιληπτό. Εξηγείστε πότε συμβαίνει αυτό και κάτω από ποιες συνθήκες πραγματικό και αντιληπτό κόστος (του χρήστη) θα έτειναν να εξισωθούν.

25.- Στις περισσότερες μελέτες μεταφορικών αστικών περιοχών, ένα μεγάλο μέρος των συλλεγέντων στοιχείων (με βάση τα οποία γίνονται οι προβλέψεις των μελλοντικών μετακινήσεων) προέρχεται από συνεντεύξεις "κατ' οίκον". Γιατί θεωρείται το νοικοκυριό ως ενδεδειγμένη μονάδα ανάλυσης.

26.- Τι εμπιστοσύνη έχετε στα μαθηματικά πρότυπα (μοντέλα) που χρησιμοποιούνται στις Μεταφορές; Αναπτύξτε με συντομία την γνώμη σας.

27.- Ποια είναι η έννοια της *προσιτότητας*; Μπορεί να εκφραστεί ποσοτικά; Αν ναι δώστε μια έκφραση.

28.- Χρησιμοποιείται η προσιτότητα στον Σχεδιασμό των Μεταφορών; Αν ναι, πως;

29.- Είναι απαραίτητη η γνώση της *ελαστικότητας ζήτησης* συγκοινωνιακής εξυπηρέτησης για τον σχεδιασμό συγκοινωνιακών έργων; Δώστε την έννοια της.

30.- Δώστε περιληπτικά την διαδικασία προσαρμογής του προτύπου βαρύτητας.

31.- Επεξηγήστε τις έννοιες:

- α) αντίσταση μετακίνησης,
- β) χωρητικότητα συγκοινωνιακού άξονα.

32.- Τι σημαίνει ο όρος *καμπύλες διαχωρισμού*. Πώς και πού χρησιμοποιούνται;

33.- Τι εννοούμε με τον όρο *αντίσταση μετακινήσεων*; Μεταβάλλεται με τον σκοπό μετακίνησης; Γιατί; Δώστε παραδείγματα.

34.- Δώστε, επεξηγώντας με παραδείγματα, τις έννοιες:

- του αντιληπτού ιδιωτικού γενικευμένου κόστους
- του κοινωνικού μη οικονομικού κόστους
- των οικονομικών ωφελειών από συγκοινωνιακό έργο.

35.- Σας ζητείτε να εκτιμήσετε το ύψος διοδίων για ιδιωτικά αυτοκίνητα σε μια νέα οδό *μεγάλης ταχύτητας* με χάραξη μη απέχουσα από υφισταμένη παλαιά οδό *μικρής ταχύτητας* που διατηρείται. Πώς θα υπολογίσετε τις ωφέλειες; Αιτιολογείστε.

36.- Συγκρίνετε συνοπτικά τα πρότυπα α) Παλινδρόμησης, β) Με ανάλυση κατά κατηγορίες, στην εκτίμηση των παραγόμενων μετακινήσεων.

37.- Θεωρείστε σ' ένα δίκτυο μεταφοράς εμπορευμάτων έναν συγκοινωνιακό κόμβο. Μέσα σ' αυτόν υπάρχουν αντιστάσεις στην μετακίνηση εμπορευμάτων; Πως συνήθως εκφράζονται; Πως μπορείτε να αναλύσετε την λειτουργία του κόμβου.

38.- Ποια είναι η έννοια και ο σκοπός του Σχεδιασμού; Πόσο έγκαιρος πρέπει να είναι; Τι πιθανά επακόλουθα έχει ένας καθυστερημένος σχεδιασμός, ή η παράλειψη σχεδιασμού. Να γίνει αναφορά σε συγκοινωνιακό σύστημα περιοχής.

39.- Στις μελέτες σκοπιμότητας, πώς λαμβάνεται υπ' όψη η υπολειμματική αξία και ποια ζωή έργου υπολογίζεται συνήθως;

40.- Αναφέρατε άλλα 4 πρότυπα εκτός του συμβατικού προτύπου 4 βημάτων (γέννηση, κατανομή, επιλογή μέσου, καταμερισμός) στη μαθηματική προσομοίωση των μεταφορών.

41.- Το παρακάτω πρότυπο μπορεί να προσομοιώνει ικανοποιητικά την επιλογή μεταξύ αυτοκινήτου και πλοίου ή όχι και γιατί; Το πρότυπο είναι:

$$T_{\alpha} = A_{\alpha} \cdot \beta_{\pi} \cdot \left(\frac{t_{\alpha}}{t_{\pi}} \right)^{\nu} \cdot \left(\frac{U_{\alpha}}{U_{\pi}} \right)^{\delta}$$

$$T_{\pi} = 1 - T_{\alpha}$$

όπου:

T_{α} = το ποσοστό μετακινήσεων με αυτοκίνητο

T_{π} = το ποσοστό μετακινήσεων με πλοίο

t_{α} = χρόνος ταξιδιού με αυτοκίνητο

t_{π} = χρόνος ταξιδιού με πλοίο

U_{α} = ταχύτητα αυτοκινήτου

U_{π} = ταχύτητα πλοίου

42.- Μπορεί να προσομοιώνει ικανοποιητικά ή όχι το παρακάτω πρότυπο την επιλογή μέσου μεταξύ Μαζικών Συγκοινωνιών και Ιδιωτικού Αυτοκινήτου; Αν ναι γιατί;

Αν όχι τι θα μπορούσε να προσομοιώνει;

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i}$$

όπου:

Y_i το σύνολο των μετακινουμένων από την ζώνη i με Μαζικές Συγκοινωνίες και ιδιωτικά αυτοκίνητα.

X_{1i} , ο αριθμός των ιδιωτ. αυτοκινήτων που οι ιδιοκτήτες τους κατοικούν στη ζώνη i .

X_{2i} , ο αριθμός των ατόμων που μετακινούνται από τη ζώνη i με Δημόσιες Συγκοινωνίες ή με Ιδ. Αυτοκίνητα για να μεταβούν στην εργασία τους.

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$, συντελεστές/ προσαρμογής

43.- Θεωρητική διάρκεια αναμονής σημαίνει:

1. Το χρονικό διάστημα αναμονής από την προσέλευση στη στάση μέχρι τη προγραμματισμένη αναχώρηση, ή
2. Το χρονικό διάστημα αναμονής από την προσέλευση στη στάση μέχρι την αναχώρηση;

44.- Δώστε, επεξηγώντας με παραδείγματα, τις έννοιες:

- Ζήτηση, καμπύλη ζήτησης, καμπύλη συγκοινωνιακής εξυπηρέτησης
- Προσιτότητα
- Κοινωνικό οικονομικό κόστος και κατασκευαστικό κόστος
- Αντιληπτό ιδιωτικό γενικευμένο κόστος, πραγματικό ιδιωτικό γενικευμένο κόστος.
- Παραγωγή /Έλξη Μετακινήσεων.

45.- Περιγράψτε τη μετακίνησή σας από το σπίτι σας στο Ε.Μ.Π με όρους, έννοιες και σύμβολα από την θεωρία του Σχεδιασμού των μεταφορών.

46.- Περιγράψτε συνοπτικά αλλά και με σαφήνεια την διαδικασία Συγκοινωνιακού Σχεδιασμού αστικής περιοχής.

47.- Ποιες είναι οι διαφορές και τα πλεονεκτήματα -μειονεκτήματα των προτύπων παραγωγής μετακινήσεων με *ανάλυση κατά κατηγορίες* σε σχέση με τα πρότυπα *παλινδρόμησης*.

48.- Όπως είναι κοινά γνωστό, κατασκευάζεται στην Αθήνα ένα περίπου ακτινικό πρόσθετο δίκτυο μητροπολιτικού σιδηροδρόμου. Πως θα

διερευνηθούν και ποιες πιστεύετε ότι μπορεί να είναι και γιατί (δικαιολόγηση με αντίστοιχη θεωρία) οι επιπτώσεις επάνω:

- α.- στη τιμή οικοπέδων και οικοδομημένης επιφάνειας στο κέντρο, στις απολήξεις των νέων γραμμών, στις περιοχές παράπλευρα προς τις νέες γραμμές εύρους (B) και στην ευρύτερη περιοχή των Αθηνών.
- β.- στην εμπορική επιτυχία οικοδομών χρήσεως γραφείων, στις περιφερειακές ως προς το κέντρο συνοικίες.
- γ.- εκτιμήστε το εύρος (B) δικαιολογώντας το.

49.- Υδροηλεκτρικό φράγμα, πρόκειται να σχηματίσει τεχνητή λίμνη διακόπτοντας τη συνέχεια οδικού άξονα σημαντικής κυκλοφορίας.

Προκειμένου να προτείνετε τη κατασκευή γέφυρας κόστους C_1 , αντί περιμετρικής οδού μήκους L και κόστους C_2 , αναφέρατε τη διαδικασία της μελέτης σας, (στοιχεία που σας χρειάζονται και τρόπο επεξεργασίας), ώστε να τεκμηριώνεται η πρότασή σας.

50.- Δώστε συνοπτικά τη διαδικασία προσαρμογής του προτύπου βαρύτητας.

51.- Στη μελέτη των μεταφορικών συστημάτων επιδιώκεται η μαθηματική προσομοίωση των πραγματοποιούμενων σήμερα μεταφορών. Εξηγείστε τους λόγους και τον (ή τους) σκοπό (ούς).

52.- Δώστε σχηματικά ένα παράδειγμα συγκοινωνιακού δικτύου (δίκτυο, κόμβοι, συγκοινωνιακοί άξονες μέσο).

53.- Υπενθυμίζεται ότι ως *ανταποδοτικότητα* ενός συγκοινωνιακού έργου ορίζουμε τον λόγο:

$$\alpha = \frac{\Omega - \delta}{E - Y}$$

όπου:

Ω = οι ωφέλειες

δ = οι δαπάνες συντήρησης κ.λ.π.

E = το αρχικό κόστος κατασκευής

Y = η υπολειμματική αξία

- 1) Γιατί το δ είναι στον αριθμητή αφού εκφράζει δαπάνες;
- 2) Ποια έννοια έχει η υπολειμματική αξία; Επεξηγήστε με παράδειγμα.
- 3) Για τον υπολογισμό της α , απαιτείται η εκτίμηση (ή γνώση) του ευκαιριακού κόστους του E ; Γιατί;
- 4) Μπορούμε δια του υπολογισμού του α_i όπου $i=1,2,\dots$ διάφορες λύσεις ενός έργου, να προβούμε σε επιλογή της λύσης; Αν ναι κάτω από Ποιες προϋποθέσεις, αν όχι γιατί;

54.- Όταν προσδιορίζουμε το (οικονομικό και μη οικονομικό) κόστος λειτουργίας ενός (συγκοινωνιακού) έργου έχει σημασία να είναι γνωστό ποιος επιβαρύνεται με το υπολογιζόμενο κόστος; Είναι απαραίτητο να αιτιολογήσετε με πληρότητα την απάντησή σας.

55.- Τι καλείται συνάρτηση τριβής και πώς συμβολίζεται στο πρότυπο βαρύτητας (κατανομής των μετακινήσεων); Πώς υπολογίζεται;

56.- Τι εκφράζει ο παρακάτω λόγος:

$$\frac{\% \Delta \text{ στη ζήτηση μετακινήσεων}}{\% \Delta \text{ στο κόστος μετακίνησης}}, \text{ όπου } \% \Delta \text{ συμβολίζει την ποσοστιαία}$$

διαφορά.

Δώστε αριθμητικά παραδείγματα και σχολιάστε τα.

57.- Ποιο από τα παρακάτω πρότυπα θα χρησιμοποιούσατε για την εκτίμηση της ζήτησης ανάμεσα σε δύο ζώνες i και j για πρόβλεψη $n = 20$ ετών;

(α). Μετακινήσεις στο έτος $(t + n) = \text{Μετακινήσεις στο έτος } t + (nx)$

(β). Μετακινήσεις στο έτος $(t + n) = \text{Μετακινήσεις στο έτος } t \exp(n)$

όπου x η ετήσια αύξηση.

Εξηγείστε την απάντησή σας.

Δ' ΜΕΡΟΣ

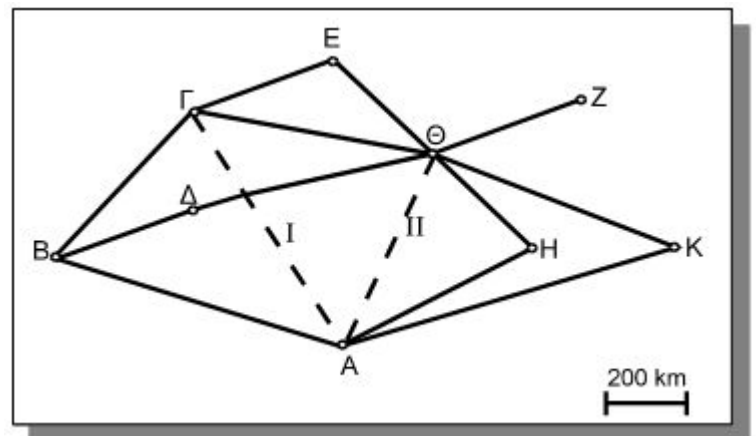
Εφαρμογές μεθόδων υπολογισμού

1.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Προσιτότητα): Στο παρακάτω διάγραμμα, Α είναι η πρωτεύουσα μιας χώρας, και Β - Θ οι κύριες πόλεις. Το υπάρχον δίκτυο εσωτερικών αερογραμμών απεικονίζεται με συνεχείς γραμμές. Η πολιτική του Κράτους είναι να βελτιώσει τη προσιτότητα της πρωτεύουσας από την επαρχία και σκοπεύει να αυξήσει τις αεροπορικές συνδέσεις προσθέτοντας μία επί πλέον γραμμή. Υπάρχουν δύο δυνατότητες και απεικονίζονται με διακεκομμένες γραμμές (I και II). Συμπληρώστε με εύλογες παραδοχές.

Χρησιμοποιώντας έναν κατάλληλο δείκτη προσιτότητας αποφασίστε ποια από τις δύο επιτυγχάνει καλύτερα τον επιδιωκόμενο σκοπό.

Μπορεί προς απλούστευση να γίνουν τα παρακάτω:

- α) Όλοι οι σύνδεσμοι του δικτύου εξυπηρετούνται με επαρκή αριθμό δρομολογίων ώστε να μην υπάρχει περιορισμός χωρητικότητας σε οποιονδήποτε σύνδεσμο.
- β) Όλες οι πόλεις έχουν ίδιες ανάγκες επικοινωνίας με τη πρωτεύουσα Α.



Επίλυση

Ως παραμέτρους του δείκτη προσιτότητας μπορούμε να δεχθούμε την πιο σύντομη (ταχύτερη) σύνδεση (που περιγράφει το επίπεδο μεταφορικής εξυπηρέτησης), καθώς και το σύνολο των εναλλακτικών συνδέσεων (που

έμμεσα εκφράζει τις πολλαπλές δυνατότητες σύνδεσης με την Α), για κάθε μία πόλη που εξετάζουμε, σε κάθε ένα από τα δύο δίκτυα.

Αρα για τις ανάγκες της παρούσας εφαρμογής ένας σχετικός δείκτης προσιότητας μπορεί να έχει τη μορφή *στάθμισης*:

$$A_{iA} = \frac{\text{χρόνος πιο σύντομης σύνδεσης, } t_{iA} \text{ (min)}}{\text{άθροισμα χρόνων (πιο σύντομης σύνδεσης + 2ης πιο σύντομης σύνδεσης)}}$$

όπου: A_{iA} = ο δείκτης προσιότητας μιας επαρχιακής πόλης i προς τη πρωτεύουσα Α

Είναι προφανές ότι στη σύγκριση των δύο δικτύων, ο μικρότερος δείκτης εκφράζει την καλύτερη προσιότητα για μια συγκεκριμένη πόλη.

Παρατήρηση: Στη περίπτωση που η πιο σύντομη σύνδεση t_{iA} (min) είναι η ίδια και για τις δύο περιπτώσεις, ο μεγαλύτερος δείκτης είναι αυτός που εκφράζει την καλύτερη προσιότητα γιατί δείχνει ότι η 2η πιο σύντομη σύνδεση t_{iA} (max) (προσθετός του παρανομαστή) είναι αριθμητικά μικρότερη. Επομένως στη περίπτωση αυτή, χρησιμοποιούμε τη συμπληρωματική (ως προς τη μονάδα) τιμή.

Ετσι αν t_{iA} (min) και t_{iA} (max) είναι οι χρόνοι δύο εναλλακτικών συνδέσεων μιας πόλης με τη πρωτεύουσα και

t_{iA}^I (max) < t_{iA}^{II} (max) τότε:

$$1 - \frac{t_{iA} \text{ (min)}}{t_{iA} \text{ (min)} + 90 + t_{iA}^I \text{ (max)}} < 1 - \frac{t_{iA} \text{ (min)}}{t_{iA} \text{ (min)} + 90 + t_{iA}^{II} \text{ (max)}}$$

και προφανώς το δίκτυο I προσφέρει για τη συγκεκριμένη πόλη δύο καλύτερες συνδέσεις από ότι το δίκτυο II.

Σημείωση: Θεωρούμε ότι μια σύνδεση που περιλαμβάνει περισσότερα του ενός ενδιάμεσα αεροδρόμια δεν έχει πρακτική σκοπιμότητα.

Ετσι: 1.- Υπολογίζουμε (με τη βοήθεια καταλλήλων χαρτών των αεροδιαδρόμων) το μήκος (σε km) της κάθε αεροπορικής σύνδεσης. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο σχ. 1.1.

2.- Θεωρούμε λειτουργική ταχύτητα αεροπλάνου 500 km/h (για τον συγκεκριμένο τύπο αεροπλάνου που είναι δρομολογημένος στις εσωτερικές γραμμές).

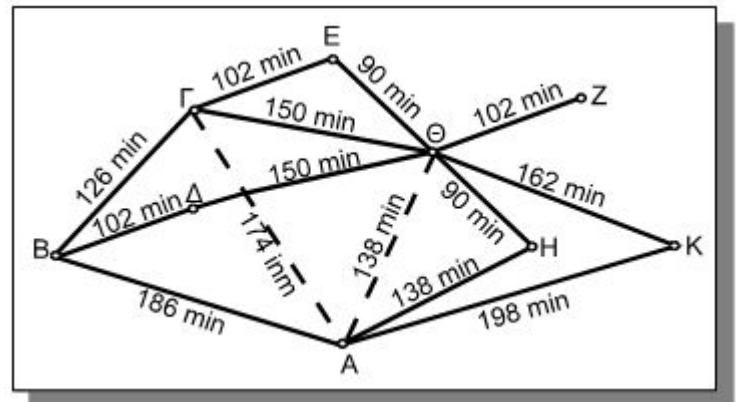
3.- Υπολογίζουμε τους χρόνους διαδρομής και προσαυξάνουμε κατά 15 min για κάθε άκρο για να ληφθούν υπ'όψη οι χρόνοι τροχοδρόμησης, απογείωσης - προσγείωσης.

4.- Θεωρούμε καθυστέρηση 90 min σε κάθε (ενδιάμεσο) αεροδρόμιο ανταπόκρισης.

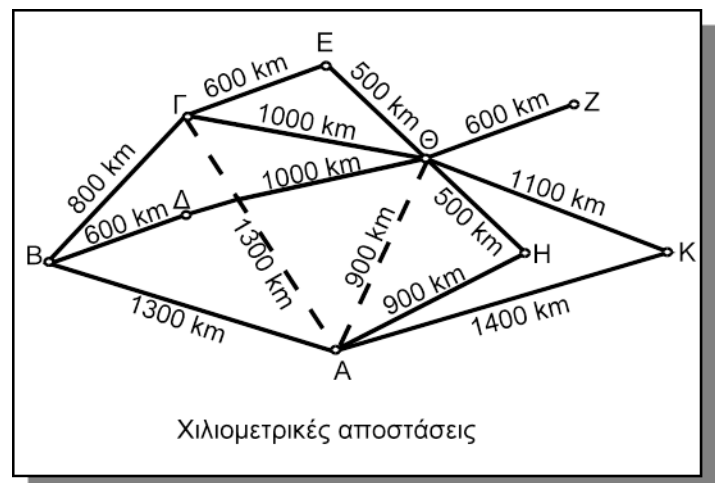
5.- Λαμβάνοντας υπ'όψη τα 3 και 4 υπολογίζουμε τους χρόνους σύνδεσης t_{iA} . Τα αποτελέσματα δείχνονται στο σχ. 1.2.

Οι χρόνοι περιλαμβάνουν και τους χρόνους τροχοδρόμησης - απογείωσης – προσγείωσης.

Σχήμα 1.1



Σχήμα 1.2



Λόγω της απλότητας του δικτύου τόσο η συντομότερη σύνδεση όσο και η εναλλακτική/ ές μπορούν να αναγνωρισθούν με απλή επισκόπηση χωρίς την χρήση ειδικών αλγορίθμων.

A. Δίκτυο που περιλαμβάνει τη σύνδεση Ι.

ΠΟΛΗ	ΠΙΟ ΣΥΝΤΟΜΗ ΣΥΝΔΕΣΗ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΧΡΟΝΩΝ ΕΝΑΛΛ. ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ	ΔΕΙΚΤΗΣ ΠΡΟΣΙΤΟΤΗΤΑΣ
-----	-----	-----	-----
B:	186 min	$186+(126+\underline{90}+174)\text{min}$	0,32
Γ:	174 min	$174+(126+\underline{90}+186)\text{min}$	0,30
Δ:	$(102+\underline{90}+186)\text{min}$	$(102+\underline{90}+186)\text{min}$	1,00
E:	$(102+\underline{90}+174)\text{min}$	$(102+\underline{90}+186)\text{min}$	1,00
Z:	----	----	--
H:	138 min	138 min	1,00
Θ:	$(90+\underline{90}+138)\text{min}$	$(90+\underline{90}+138)\text{min}$	1,00
K:	198 min	198 min	1,00

B: Δίκτυο που περιλαμβάνει τη σύνδεση ΙΙ

ΠΟΛΗ	ΠΙΟ ΣΥΝΤΟΜΗ ΣΥΝΔΕΣΗ	ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΧΡΟΝΩΝ ΕΝΑΛΛ. ΣΥΝΔΕΣΕΩΝ	ΔΕΙΚΤΗΣ ΠΡΟΣΙΤΟΤΗΤΑΣ
-----	-----	-----	-----

B:	186 min	186 min	1,00
Γ:	$(150+\underline{90}+138)\text{min}$ = 288 min	$288+(126+\underline{90}+186)\text{min}$	0,42
Δ:	$(102+\underline{90}+186)\text{min}$ = 378 min	$378+(150+\underline{90}+38)\text{min}$	0,50
E:	$(90+\underline{90}+138)\text{min}$	$(90+\underline{90}+138)\text{min}$	1,00
Z:	$(102+\underline{90}+138)\text{min}$	$(102+\underline{90}+138)\text{min}$	1,00
H:	138 min	$138+(90+\underline{90}+138)\text{min}$	0,30
Θ:	138 min	$138+(90+\underline{90}+138)\text{min}$	0,30
K:	198 min	$198+(162+\underline{90}+138)\text{min}$	0,34

Επομένως η σύνδεση II αυξάνει (σε σύγκριση με τη σύνδεση I) τη προσιότητα της επαρχίας σε τέσσερις πόλεις (Δ,Z,H,Θ και K), μειώνει το χρόνο σύνδεσης της E από 366 min σε 318 min μειώνει όμως τη προσιότητα δύο πόλεων, B και Γ.

Εχοντας υποθέσει ότι όλες οι πόλεις της επαρχίας είναι ισότιμες μεταξύ των, το δίκτυο με τη σύνδεση που επηρεάζει ευνοϊκά τον δείκτη προσιότητας για τις περισσότερες πόλεις είναι το καλύτερο. Ετσι κρίνεται προτιμητέα η σύνδεση II.

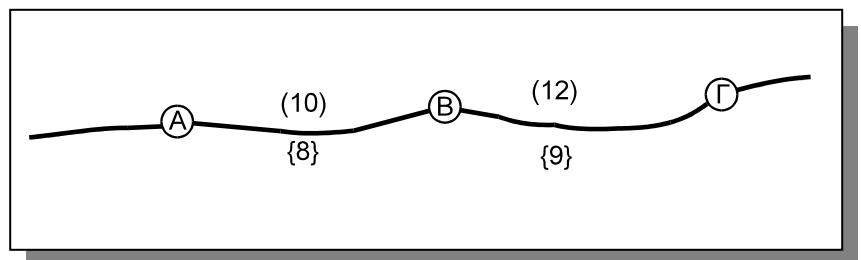
2.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Κατανομή μετακινήσεων)

Οι πόλεις Α, Β και Γ συνδέονται οδικά σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα έχει προταθεί δε βελτίωση των συνδέσεων αυτών. Οι δημοτικές αρχές ανησυχούν μήπως η βελτίωση αυτή προκαλέσει πρόσθετες ανάγκες για χώρους στάθμευσης εκτός αιχμών που θα προέλθουν από μετακινήσεις προσελκυσόμενες από τα εμπορικά καταστήματα. Στην σημερινή κατάσταση 90% των θέσεων στάθμευσης της πόλης Α χρησιμοποιούνται τις ώρες εκτός αιχμής από πελάτες καταστημάτων, τα δε ποσοστά για τις πόλεις Β και Γ είναι 85% και 95% αντίστοιχα. Σύμφωνα με τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα αποδείξτε αν έχουν ή όχι υπόσταση οι ανησυχίες των δημοτικών αρχών.

() = χρόνος πριν τη βελτίωση
(min)

{ } = χρόνος μετά τη βελτίωση
(min)

χρόνος διαδρομής εντός πόλεως
= 5 min



$$t_{ij} = P_i \frac{A_j F_{ij}}{\sum A_j F_{ij}}$$

Πόλη	Πληθυσμός που διαθέτει ιδιωτ. αυτοκίνητο για μετάβαση στα καταστήματα	Αριθμός καταστημάτων
A	40.000	120
B	60.000	50
Γ	50.000	74

Σημ.: Η κατανομή των μετακινήσεων θα γίνει κατά τη κρίση σας με τη βοήθεια της γενικής θεωρίας.

Επίλυση

Σήμερα που οι επικοινωνίες έχουν αναπτυχθεί και το εμπόριο έχει εξειδικευθεί τα άτομα τείνουν να αναζητούν περισσότερες ευκαιρίες αγοράς ιδίως σε ένα σύστημα γειτονικών πόλεων.

Ενα πρότυπο που μπορεί να περιγράψει τις ανταλλαγές μετακινήσεων συνθεωρώντας τις εκάστοτε βελτιώσεις του συγκοινωνιακού δικτύου είναι το πρότυπο βαρύτητας (σε κάποια κατάλληλη μορφή του).

Μια τέτοια μορφή του είναι η ακόλουθη:

$$T_{ij} = T_i \cdot \frac{\frac{k_j}{t_{ij}}}{\frac{k_A}{t_{iA}} + \frac{k_B}{t_{iB}} + \frac{k_\Gamma}{t_{i\Gamma}}}$$

όπου $i = A, B, \Gamma$ (σημείο προέλευσης)

$j = A, B, \Gamma$ (σημείο προορισμού)

t_{ij} = οι χρόνοι μετακίνησης από τη πόλη i στη πόλη j

Οι υπόλοιπες παράμετροι δίνονται στο Πίνακα 1.

Προφανώς το πρότυπο αυτό ανήκει στην γενική μορφή

$$T_{ij} = \frac{P_i A_j F_{ij}}{\sum_j A_j F_{ij}}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Πόλη i	Πληθυσμός που διαθέτει Ι.Χ. T_i	Αριθμός Καταστημάτων k_i
A	40.000	120
B	60.000	50
Γ	50.000	74

Υπολογισμός μετακινήσεων:

$$T_{AA} = 40.000 \frac{\frac{120}{5}}{\frac{120}{5} + \frac{50}{20} + \frac{74}{37}} = 40.000 \frac{24}{24 + 2,50 + 2,00} =$$

$$40.000 \frac{2,50}{28,50} = 33.648$$

$$T_{AB} = 40.000 \frac{2,50}{28,50} = 3.509$$

$$T_{AG} = 40.000 \frac{2,50}{28,50} = 2.807$$

;Ελεγχος: $33.684 + 3.509 + 2.807 = 40.000$

Ανάλογα για τις πόλεις Β και Γ.

Για τη Β:

$$T_{BA} = 60.000 \frac{\frac{120}{20}}{\frac{120}{20} + \frac{50}{20} + \frac{74}{22}} = 60.000 \frac{6,00}{6,00 + 10,00 + 3,36} =$$

$$60.000 \frac{6,00}{19,36} = 18.595$$

$$T_{BB} = 60.000 \frac{10,00}{19,36} = 30.922$$

$$T_{BG} = 60.000 \frac{3,36}{19,36} = 10.413$$

Για τη Γ:

$$T_{\Gamma A} = 50.000 \frac{\frac{120}{37}}{\frac{120}{37} + \frac{50}{22} + \frac{74}{5}} = 50.000 \frac{3,24}{3,24 + 2,27 + 14,80} =$$

$$50.000 \frac{3,24}{20,31} = 7.976$$

$$T_{\Gamma B} = 50.000 \frac{2,27}{20,31} = 5.588$$

$$T_{\Gamma \Gamma} = 50.000 \frac{14,80}{20,31} = 36.436$$

Επομένως οι πόλεις Α,Β και Γ προσελκύουν το παρακάτω πλήθος αγοραστών:

$$A : T_{AA} + T_{BA} + T_{\Gamma A}: 33.684 + 18.595 + 7.976 = 60.255$$

$$B : 3.509 + 30.992 + 5.588 = 40.089$$

$$\Gamma : 2.807 + 10.413 + 36.436 = 49.656$$

Επομένως η συνολική προσφορά θέσεων στάθμευσης στις ώρες εκτός αιχμής σε κάθε πόλη είναι:

$$\text{Για τη πόλη Α: } \frac{60.255}{0,90} = 66.950$$

$$\text{Για τη πόλη Β: } \frac{40.089}{0,85} = 47.164$$

$$\text{Για τη πόλη Γ: } \frac{49.656}{0,95} = 52.270$$

Υπολογισμοί των μετακινήσεων μετά την εκτέλεση των έργων βελτίωσης του οδικού δικτύου:

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι
(παραμένει ο ίδιος)

Πόλη i	Πληθυσμός που διαθέτει Ι.Χ. T_i	Αριθμός Καταστημάτων k_i
A	40.000	120
B	60.000	50
Γ	50.000	74

$$T_{AA} = 40.000 \frac{\frac{120}{5}}{\frac{120}{5} + \frac{50}{18} + \frac{74}{32}} = 40.000 \frac{24}{24 + 2,78 + 2,31} =$$

$$40.000 \frac{24}{29,09} = 33.001$$

$$T_{AB} = 40.000 \frac{2,78}{29,09} = 3.823$$

$$T_{A\Gamma} = 40.000 \frac{2,31}{29,09} = 3.176$$

Έλεγχος: $33.001 + 3.823 + 3.176 = 40.000$

Όμοια:

$$T_{BA} = 60.000 \frac{\frac{120}{18}}{\frac{120}{18} + \frac{50}{5} + \frac{74}{19}} = 60.000 \frac{6,67}{6,67 + 10 + 3,89} =$$

$$60.000 \frac{6,67}{20,56} = 19.466$$

$$T_{BB} = 60.000 \frac{10}{20,56} = 29.181$$

$$T_{BG} = 60.000 \frac{3,89}{20,56} = 11.352$$

Και για τη πόλη Γ:

$$T_{GA} = 50.000 \frac{\frac{120}{32}}{\frac{120}{32} + \frac{50}{19} + \frac{74}{5}} = 50.000 \frac{3,75}{3,75 + 2,63 + 14,80} =$$

$$50.000 \frac{3,75}{21,18} = 8.852$$

$$T_{GB} = 50.000 \frac{2,63}{21,18} = 6.209$$

$$T_{GG} = 50.000 \frac{14,80}{21,18} = 34.939$$

Επομένως οι πόλεις Α, Β και Γ συγκεντρώνουν τους παρακάτω αριθμούς αγοραστών:

Για τη πόλη Α : $33.001 + 19.466 + 8.852 = 61.319$

Για τη πόλη Β : $3.823 + 29.181 + 6.209 = 39.213$

Για τη πόλη Γ : $3.176 + 11.352 + 34.939 = 49.467$

Σχόλια

Παρατηρείται ότι μόνο στη πόλη Α αναμένεται να παρατηρηθεί μια μικρή αύξηση (2%) της ζήτησης, χωρίς όμως να δημιουργεί αισθητή όξυνση της κατάστασης.

Ας σημειωθεί πάντως ότι ο αριθμός των ατόμων που αναζητεί περισσότερες ευκαιρίες (και που επιθυμεί μια μεγαλύτερη αγορά για να επιτύχει καλύτερες εκλογές) αυξήθηκε μετά την βελτίωση του δικτύου. Έτσι ο αριθμός των ατόμων που αρκούνται στα τοπικά καταστήματα μειώθηκε κατά 4% (101.112 - 97.121), ενώ οι μετακινήσεις μεταξύ των πόλεων Α και Β αυξήθηκαν κατά 5%, μεταξύ Β και Γ κατά 10% (η μεγαλύτερη αύξηση σε σχέση με το 5% της προηγούμενης περίπτωσης δικαιολογείται από τον μικρότερο σχετικά αριθμό καταστημάτων που υπάρχουν σε κάθε μια από τις πόλεις Β και Γ) ενώ οι μετακινήσεις μεταξύ Α και Γ αυξήθηκαν κατά 12% (ποσοστό αυξημένο λόγω της βελτίωσης των οδικών τμημάτων ΑΒ και ΒΓ).

Είναι χαρακτηριστικό ότι μολονότι ο χρονικός διαχωρισμός μεταξύ των πόλεων Α και Β μειώθηκε κατά 10% (20 - 18), οι μετακινήσεις αυξήθηκαν κατά 5%.

Ανάλογα η μείωση του χρόνου ταξιδιού μεταξύ Β και Γ είναι 14%, και οι μετακινήσεις αυξήθηκαν κατά 10%, ενώ για μείωση του χρόνου μεταξύ Α και Γ κατά 14% επίσης, οι μετακινήσεις αυξήθηκαν κατά 12%.

Παρατηρείται ότι η ζήτηση μιας ευρύτερης αγοράς είναι μη ελαστική σε σχέση με τη βελτίωση του χρόνου μετακίνησης, (ελαστικότητες 1), φαινόμενο που παρατηρείται συνήθως.

3.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Επιλογή μέσου). Τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα περιγράφουν τα χαρακτηριστικά της προσφοράς δύο εναλλακτικών ανταγωνιστικών μεταφορικών συστημάτων και επιλογής του μέσου στη περίπτωση συνδέσεων πόλεων.

Διαδρομή	χρόνος μετακίνησης με ιδιωτ. αυτοκίνητο (min)	χρόνος μετακίνησης με σιδηρόδρομο (min)	% με σιδηρόδρομο
1	20	30	15
2	40	40	35
3	15	20	20
4	12	14	27
5	30	25	38

Η εταιρεία σιδηροδρόμων σκοπεύει να εκτελέσει έργα βελτίωσης της γραμμής με στόχο τη μείωση του χρόνου μετακίνησης μεταξύ των δύο πόλεων που είναι σήμερα 60 min, κατά 20 min.

Για την ίδια διαδρομή ο χρόνος μετακίνησης με ιδιωτικό αυτοκίνητο είναι 50 min και υπολογίζεται ότι το 80% των ταξιδιωτών έχουν στη διάθεσή τους ιδιωτικό αυτοκίνητο.

Η τεχνικοοικονομική μελέτη που έγινε από την σιδηροδρομική εταιρία κατέληξε ότι το ύψος της επένδυσης για την βελτίωση της γραμμής, δικαιολογείται όταν με την βελτιωμένη κατάσταση θα προσελκυσθεί **το 70% της συνολικής ζήτησης**.

Ζητείται να εκτιμηθεί με τη βοήθεια κατάλληλου προτύπου αν πράγματι θα επιτευχθεί προσέλευση επιβατών 70%.

Ως κατάλληλο πρότυπο θεωρείται πρότυπο (για λόγους που θα επεξηγηθούν παρακάτω) επιλογής μέσου που έχει δύο μεταβλητές, τη διαφορά και το λόγο των χρόνων μετακίνησης.

Ε π ί λ υ σ η (και επεξηγήσεις)

Οι (σχετικοί) χρόνοι διαδρομής των δύο ανταγωνιστικών μεταφορικών συστημάτων (όχημα/μέσο/δίκτυο) είναι χαρακτηριστικοί της προσφοράς.

Τα ποσοστά χρησιμοποίησης του κάθε μέσου (τελευταία στήλη στο πίνακα) περιγράφουν την επιλογή.

Ο λόγος για τον οποίο είναι επιθυμητό να χρησιμοποιηθούν δύο μεταβλητές (διαφορά και λόγος) είναι ότι ούτε η διαφορά ούτε ο λόγος μεμονωμένα περιγράφουν ικανοποιητικά την ανταγωνιστικότητα των δύο μέσων.

Από τα αριθμητικά δεδομένα είναι προφανές ότι μια διαφορά 10 min στη διάρκεια μιας διαδρομής έχει εντελώς διαφορετικές επιπτώσεις στη διαδικασία επιλογής αν η διάρκεια είναι της τάξης των 50 min απ'ότι αν είναι των 20 min. Τούτο συμφωνεί με την θεωρία, αλλά και την κοινή αντίληψη ότι η αξία του εξοικονομούμενου χρόνου είναι συνάρτηση και του ποσοστού του ως προς τον συνολικό χρόνο διαδρομής. Τούτο ακριβώς στοχεύει η εισαγωγή της μεταβλητής του λόγου των χρόνων διαδρομής:

$$\frac{50}{40} = 1,25 \quad \frac{40}{30} = 1,33 \quad \frac{20}{10} = 2,00$$

ενώ ο εξοικονομούμενος χρόνος είναι για κάθε διαδρομή ο αυτός:

$$(50 - 40 = 10 \text{ min}), \quad (40 - 30 = 10 \text{ min}), \quad (20 - 10 = 10 \text{ min})$$

Προσαρμογή προτύπου πολλαπλής γραμμής παλινδρόμησης:

$$Z = a_0 + a_1x + a_2y$$

	x_i	y_i	z_i
$i = 1$	$30 - 20 = 10$	$30/20 = 1,50$	0,15
2	$40 - 40 = 0$	$40/40 = 1,00$	0,35
3	$20 - 15 = 5$	$20/15 = 1,33$	0,20
4	$14 - 12 = 2$	$14/12 = 1,67$	0,27
5	$25 - 30 = -5$	$25/30 = 0,83$	0,38

Με τη βοήθεια των τύπων του Δ' Μέρους λαμβάνουμε

$$\alpha_0 = 0,35$$

$$\alpha_1 = - 0,02$$

$$\alpha_2 = - 0,03$$

συντελεστής προσδιορισμού $r^2 = 0,94$

Αρα ο συντελεστής (πολλαπλής) συσχέτισης: $r = 0,97$

Η προσαρμογή κρίνεται ικανοποιητική.

Με βάση τώρα το πρότυπο $z = 0,35 - 0,02x - 0,03y$ προσδιορίζεται ο αριθμός των μετακινουμένων που θα επιλέξουν τον σιδηρόδρομο στη διακίνησή τους μεταξύ των δύο εξεταζομένων πόλεων μετά τη βελτίωση (χρόνος σιδηροδρομικής διαδρομής: 40 min).

Ετσι: $z = 40 - 50 = -10$

$$y = 40/50 = 0,80$$

Επομένως: $\hat{z} = 0,48$ δηλαδή 48% θα διακινηθούν με τον σιδηρόδρομο

Δεδομένου ότι το 48% αναφέρεται στο 80% μόνο των διακινουμένων (που δεν διαθέτουν ιδιωτικό αυτοκίνητο) το πραγματικό ποσοστό (επί του συνόλου) θα είναι:

$$6,80 \times 0,48 = 0,35$$

Αν σ'αυτό το ποσοστό προστεθεί το ποσοστό εκείνο των επιβατών που υποχρεωτικά θα ταξιδέψουν με το σιδηρόδρομο λόγω έλλειψης άλλου μέσου (20%), το συνολικό ποσοστό είναι:

55%

Το ποσοστό αυτό κατά τη γνώμη της εταιρίας δεν θεωρείται επαρκές (σύμφωνα με τα την εκφώνηση). Αρα η εταιρία θα εγκαταλείψει το σχέδιο βελτίωσης, ή θα εξετάσει ένα λιγότερο δαπανηρό σχέδιο που δικαιολογείται οικονομικοτεχνικά με μικρότερο ποσοστό προσελκόμενων μετακινήσεων (πιθανόν 50%) και θα επαναλάβει την παραπάνω διαδικασία στηριγμένη στις μικρότερες τιμές εξοικονομούμενου χρόνου, αυτές που θα επιτυγχάνουν οι μικρότερης δαπάνης βελτιώσεις.

4.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Βελτιστοποίηση): Καθορισμός αποστάσεων μεταξύ στάσεων

Οι βασικές αρχές τις μεθοδολογίας που αναπτύσσεται ισχύουν για όλα τα μέσα μαζικών συγκοινωνιών (με κατάλληλες, κατά περίπτωση, προσαρμογές). Στο παράδειγμα γίνεται συγκεκριμένη αναφορά στα λεωφορεία.

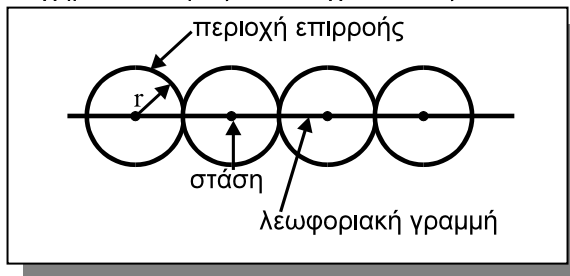
Στις περισσότερες αστικές περιοχές η πολιτική που ακολουθείται, συνήθως, στις μαζικές (δημόσιες) συγκοινωνίες είναι να διατηρηθεί ή να αυξηθεί το ποσοστό των μετακινουμένων ατόμων που επιλέγουν να μετακινηθούν με τα μέσα αυτά, για το παράδειγμα αυτό με λεωφορείο. Την απόφαση αυτή της επιλογής του μαζικού μέσου μεταφοράς επηρεάζουν και ελέγχουν διάφοροι παράγοντες. Πολλές μελέτες και έρευνες έδειξαν ότι πολύ βασικός παράγοντας είναι η ακρίβεια με την οποία τηρούνται τα δρομολόγια. Άλλοι παράγοντες που ευνοούν την επιλογή είναι ο χρόνος διαδρομής, η απόσταση πεζή διαδρομής πριν και μετά την χρήση του μέσου κ.λ.π. Το θέμα της απόστασης μεταξύ των στάσεων συνήθως εξετάζεται μεμονωμένα και στη καλύτερη περίπτωση ακολουθούνται εμπειρικοί κανόνες. Π.χ. ένας τέτοιος κανόνας μπορεί να είναι ότι η διάταξη των στάσεων πρέπει να είναι τέτοια ώστε κανένα στίπι να μην απέχει περισσότερο από 400 m από μια στάση στην εξυπηρετούμενη ζώνη.

Εδώ συνδυάζεται ο καθορισμός της απόστασης μεταξύ των στάσεων με τη βελτίωση της εξυπηρέτησης και τη προσπάθεια αύξησης του μεταφορικού έργου των μέσων μαζικών μεταφορών. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να γίνουν ορισμένες υποθέσεις και στη συνέχεια να επιλεγεί ένα κριτήριο με βάση το οποίο θα γίνει η βελτιστοποίηση. Με τον τρόπο αυτό αναπτύσσεται ένα πρότυπο που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του παρόντος προβλήματος.

Υποθέσεις

1.- Κατ' αρχήν (προς απλούστευση) υποτίθεται ότι όλες οι στάσεις είναι ισαπέχουσες, για κάθε δε στάση αντιστοιχεί μια περιοχή επιρροής

Σχήμα 1. Γεωμετρικά στοιχεία του προτύπου



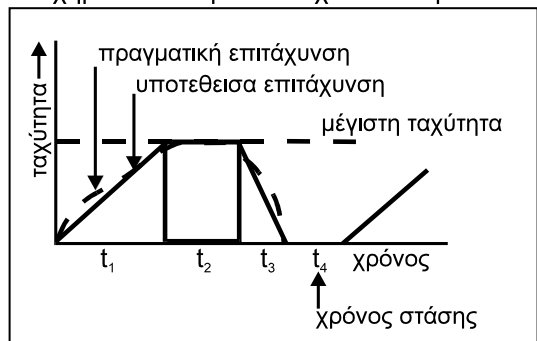
που εξυπηρετείται αποκλειστικά από την στάση. Γίνεται δεκτό ότι η περιοχή αυτή έχει μορφή κύκλου ακτίνας r (βλ. σχήμα 1).

Από το σχήμα 1 φαίνεται ότι η απόσταση των στάσεων είναι ίση με $2r$.

2.- Η γένεση των μετακινήσεων επιβατών για κάθε περιοχή επιρροής λαμβάνεται ίση g μετακινήσεις/μονάδα επιφανείας/μονάδα χρόνου.

3.- Κατά μήκος κάθε λεωφορειακής διαδρομής θεωρείται ότι κινείται ένας ορισμένος αριθμός λεωφορείων που σταματούν σε κάθε στάση για να αποβιβάσουν και να επιβιβάσουν επιβάτες.

Σχήμα 2. Δυναμικά στοιχεία του προτύπου



Η επιτάχυνση α και η επιβράδυνση β όλων

των λεωφορείων για κάθε κύκλο επιβράδυνση - στάση - επιτάχυνση θεωρούνται σταθερές και ίσες προς τις μέσες τιμές των πράγματι αναπτυσσομένων α και β .

Η μέγιστη ταχύτητα u που αναπτύσσεται μεταξύ δύο στάσεων θεωρείται σταθερή για όλο το μήκος εφαρμογής, για όλα τα (μεταξύ των στάσεων) τμήματα και για όλα τα λεωφορεία.

Το σχήμα 2 απεικονίζει τα δυναμικά στοιχεία του προτύπου.

4.- Άλλες παράμετροι που υπεισέρχονται στο πρότυπο είναι:

f : χρονο-απόσταση δρομολογίου (χρονική διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών λεωφορείων) θεωρούμενη ως σταθερή. Υπενθυμίζεται ότι $1/f$ είναι η συχνότητα.

c_1 : Χρόνος που για όλες τις στάσεις, θεωρείται ως σταθερός και αντιστοιχεί στην (“σε στάση”) διαδικασία ανοίγματος – κλεισίματος θυρών κλπ.

c_2 : πρόσθετος χρόνος στην στάση για επιβίβαση/επιβάτη θεωρούμενος σταθερός.

5.- Άλλες παραδοχές - υποθέσεις που θα συμπληρωθούν κατά την μελέτη του προβλήματος και της αριθμητικής εφαρμογής που ακολουθεί.

Σχόλια

Είναι προφανές ότι πολύ δύσκολα ένα λεωφορείο μπορεί να διατηρήσει μια σταθερή ταχύτητα μεταξύ δύο στάσεων γιατί η κίνησή του παρεμποδίζεται από την υπόλοιπη κυκλοφορία, τη σηματοδότηση, τα σταθμευμένα αυτοκίνητα.

Εντούτοις είναι δυνατό να παρακαμφθεί αυτή η δυσκολία με τη χρησιμοποίηση μιας μέσης τιμής της ταχύτητας με την οποία κινείται και που θεωρείται ως μέγιστη δυνατή ταχύτητα. Διευκρινίζεται ότι η τιμή της ταχύτητας αυτής (που υποχρεωτικά είναι μικρότερη από τις μηχανικές ικανότητες του λεωφορείου) αντιστοιχεί στις πραγματικές συνθήκες κυκλοφορίας.

Όμοια η χρονο-απόσταση μεταξύ δύο αφίξεων λεωφορείων σε μια στάση δεν είναι σταθερή (το μέγεθος της μεταβολής - απόκλισης από την μέση τιμή - καθορίζει το βαθμό πιστότητας των δρομολογίων). Η μέση τιμή του f είναι αυτή που κατ' αρχήν λαμβάνεται υπόψη. Ωστόσο για την f μπορεί να επιλεγεί μια κατάλληλη τιμή που να λαμβάνει υπόψη και τον μέσο χρόνο αναμονής στη στάση.

Χαρακτηριστικές παράμετροι επιβατικών μετακινήσεων

Τρεις είναι οι παράμετροι που επιλέχθηκαν για τη περιγραφή των χαρακτηριστικών των επιβατικών μετακινήσεων: το μήκος διαδρομής L με το λεωφορείο, η μέση ταχύτητα w κίνησης πεζή και η αξία e του χρόνου του επιβάτη.

Κριτήριο βελτιστοποίησης

Ως κριτήριο επιλέγεται το *γενικευμένο κόστος* του επιβάτη.

Το γενικευμένο κόστος μιας μετακίνησης συντίθεται συνήθως από τρία μεγέθη: τον χρόνο T που δαπανά ο επιβάτης μέσα στο μέσο, τον υπερβάλλοντα χρόνο E δηλ. το χρόνο της μετακίνησης πεζή προς και από τη στάση συν το χρόνο αναμονής, και το άμεσο χρηματικό κόστος F (κόμιστρο κ.λ.π.).

α. Χρόνος που δαπανάται μέσα στο μέσο, T

i) Χρόνος μεταξύ στάσεων:

$$\text{χρόνος επιτάχυνσης, } t_1 = \frac{v}{\beta} \quad \text{απόσταση } s_1 = \frac{v^2}{2\alpha}$$

$$\text{χρόνος επιβράδυνσης, } t_3 = \frac{v}{\beta} \text{ απόσταση } s_3 = \frac{v^2}{2\beta}$$

επομένως η απόσταση που το λεωφορείο κινείται με τη μέγιστη ταχύτητα v είναι:

$$s_2 = 2r - (s_1 - s_2) = 2r - \frac{v^2}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$$

και ο αντίστοιχος χρόνος:

$$t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{2r - \frac{v^2}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)}{v} = \frac{2r}{v} - \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$$

επομένως ο συνολικός χρόνος από τη στιγμή που ξεκινά το λεωφορείο μέχρι τη στιγμή που σταματά στην επόμενη στάση είναι:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{v}{\alpha} + \frac{v}{\beta} + \frac{2r}{v} - \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$$

$$t = \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{2r}{v}$$

ii) Χρόνος στάσης

Επειδή ο χρόνος επιβίβασης είναι περισσότερο κρίσιμος από ότι ο χρόνος αποβίβασης (αιτία: ο χρόνος πληρωμής του κομίστρου κυρίως στα λεωφορεία χωρίς εισπράκτορα) γίνεται δεκτό ότι ο χρόνος στάσης εξαρτάται μόνο από τους επιβιβαζόμενους επιβάτες n . Η παραδοχή αυτή είναι ορθή όταν ο έλεγχος γίνεται κατά την περίοδο (πρωινή) μετακινήσεων από περιοχές κατοικίας προς περιοχή εργασίας σε στάσεις που είναι στις περιοχές κατοικίας. Επίσης όταν ο έλεγχος γίνεται κατά την αντίθετη φορά μετακινήσεων κατά την περίοδο λήξης εργασίας και στις στάσεις περιοχής

(ών) εργασίας. Με διαδικασία ανάλογη προς την παρουσιαζόμενη θα γίνεται ο έλεγχος για τις άλλες περιπτώσεις όπου κρίσιμος θα είναι ο χρόνος αποβίβασης.

Ο αριθμός n που ο αριθμός τους εξαρτάται από τη συχνότητα δρομολογίων f , τη γένεση μετακινήσεων g και την ακτίνα r της περιοχής επιρροής.

Ετσι αν $n = fg\pi r^2$

ο χρόνος στάσης t_4 είναι:

$$t_4 = c_1 + c_2 n = c_1 + c_2 fg\pi r^2$$

iii) Συνολικός χρόνος μεταξύ των αναχωρήσεων λεωφορείου από δύο διαδοχικές στάσεις (από ξεκίνημα σε ξεκίνημα) είναι:

$$\tau = t + t_4 = \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{2r}{v} + c_1 + c_2 fg\pi r^2$$

επομένως η μέση ταχύτητα διαδρομής είναι:

$$v_1 = \frac{2r}{\tau} = \frac{2r}{\left\{ \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{2r}{v} + c_1 + c_2 fg\pi r^2 \right\}}$$

και ο (μέσος) χρόνος εντός του λεωφορείου είναι:

$$T = \frac{1}{v_1} = \frac{1}{2r} \left\{ \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{2r}{v} + c_1 + c_2 fg\pi r^2 \right\}$$

β.- Υπερβάλλων χρόνος, E

Ο υπερβάλλων χρόνος συνίσταται από το χρόνο περπατήματος στη στάση, το χρόνο αναμονής στη στάση και το χρόνο περπατήματος από τη στάση αποβίβασης στο τελικό προορισμό. Εφ'όσον θεωρούμε ομοιογενείς κυκλικές περιοχές επιρροής σε όλες τις στάσεις, το μέσο μήκος μετακίνησης των επιβατών σε κάθε άκρο της διαδρομής αποδεικνύεται ότι είναι ίσο με $2r/3$. Ο μέσος χρόνος περπατήματος είναι τότε $2r/3w$ όπου w η ταχύτητα περπατήματος.

Επομένως ο συνολικός χρόνος περπατήματος (αν ληφθεί υπόψη και ο χρόνος μετά την αποβίβαση) είναι $4r/3w$.

Ο μέσος χρόνος αναμονής για τις αστικές μαζικές συγκοινωνίες (που τα δρομολόγια είναι πυκνά) μπορεί να υποτεθεί ότι είναι $f/2$ όπου f είναι η μέση χρονοαπόσταση διαδοχικών λεωφορείων.

Αρα ο συνολικός χρόνος είναι τώρα:

$$\left(\frac{4r}{3w} + \frac{f}{2} \right)$$

Ο όρος αυτός προκειμένου να χρησιμοποιηθεί ως συνισταμένη του αντιληπτού γενικευμένου κόστους συνήθως σταθμίζεται με ένα συντελεστή. Ο συντελεστής αυτός θεωρείται εδώ ίσος με 2, οπότε:

$$E = \frac{8r}{3w} + f$$

Γενικευμένο κόστος μιας τυπικής (μέσης) μετακίνησης

Το γενικευμένο κόστος C βρίσκεται αν προστεθούν οι επιμέρους συνιστώσες που βρέθηκαν πιο πάνω μαζί με το άμεσο χρηματικό κόστος, το κόμιστρο.

Αρα:

$$C = e (T + E) + F$$

όπου e είναι η αξία της μονάδας του χρόνου του τυπικού (μέσου) επιβάτη.

Επομένως:

$$C' = \frac{eL}{2r} \frac{v}{2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) + \frac{2r}{v} + c_1 + c_2 fg\pi r^2 + \frac{8er}{3w} + ef + F \dots\dots\dots(1)$$

Βελτιστοποίηση

Αν το κριτήριο της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση του γενικευμένου κόστους του επιβάτη σε αναφορά με την απόσταση των στάσεων, τότε αρκεί να προσδιοριστεί η τιμή του r για την οποία η τιμή της συνάρτησης (1) του γενικευμένου κόστους γίνεται ελάχιστη.

Το ελάχιστο μιας συνάρτησης βρίσκεται αν εξισωθεί η πρώτη παράγωγος με το μηδέν, είναι δε η δεύτερη παράγωγός της θετική.

Παίρνοντας τις μερικές παραγώγους ως προς r (θεωρώντας τις άλλες μεταβλητές σταθερές) βρίσκουμε:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -\frac{eL}{4r^2} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) - \frac{eLc_1}{2r^2} + \frac{eLc_2 fg\pi}{2} + \frac{8e}{3w}$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0 \quad \text{και} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} > 0$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} = -\frac{eLv}{2r^3} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) - \frac{eLc_1}{r^3} > 0$$

Εξισώνοντας με το μηδέν και εκτελώντας τις πράξεις, βρίσκεται:

$$r^2 = \frac{\left\{ -\frac{eLv}{4} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) - \frac{eLc_1}{2} \right\}}{\frac{eLfg\pi c_2}{2}}$$

$$(\text{απλοποιώντας}) \quad r = \sqrt{\frac{\left\{ \frac{Lv}{4} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) - \frac{Lc_1}{2} \right\}}{\left\{ \frac{Lfg\pi c_2}{2} + \frac{8}{3w} \right\}}} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Παρατηρούμε ότι από τη διαδικασία αυτή της ελαχιστοποίησης του γενικευμένου κόστους του επιβάτη προκύπτει ότι ούτε η τιμή του κομίστρου ούτε η αξία του χρόνου παίζουν ρόλο στον καθορισμό της ενδιάμεσης απόστασης των στάσεων.

Αριθμητική εφαρμογή:

$$Av \quad g : 1 \times 10^{-7} \text{ μετακινήσεις/m}^2/\text{sec}$$

$$L : 5000 \text{ m}$$

$$c_1 : 6 \text{ sec}$$

$$c_2 : 6 \text{ sec}$$

$$f : 600 \text{ sec}$$

$$\alpha : 0,5 \text{ m/sec}^2$$

$$\beta : 2,0 \text{ m/sec}^2$$

$$w : 1,33 \text{ m/sec } (\sim 4,8 \text{ km/h})$$

$$r : 10 \text{ m/sec } (33 \text{ km/h})$$

$$e : 70 \times 10^{-4} \text{ δρχ./sec}$$

Τότε το r βρίσκεται ίσο με 97,9 m, άρα οι στάσεις πρέπει να τοποθετούνται περίπου κάθε 200 m.

Έλεγχος ευαισθησίας

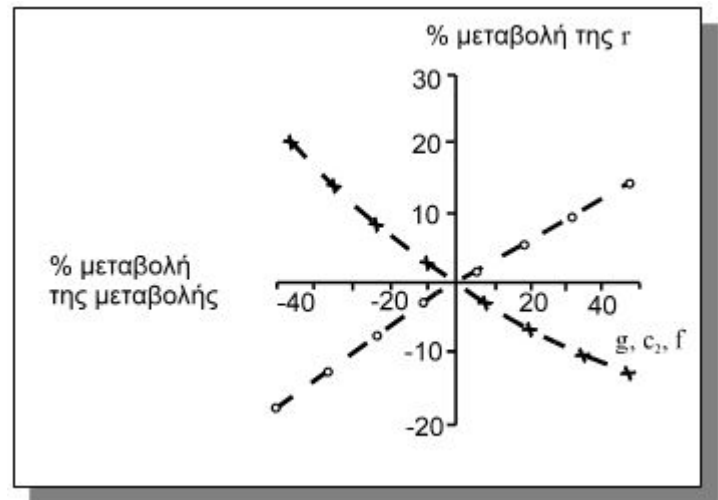
Προκειμένου να ελέγξουμε ποιά από τις παραμέτρους επηρεάζει σε σημαντικότερο βαθμό το μήκος της απόστασης των στάσεων, κάνουμε έναν έλεγχο ευαισθησίας, δηλαδή υπολογίζουμε τη ποσοστιαία μεταβολή της

τιμής του r για μια μεταβολή κατά 10% σε κάθε μια από τις τιμές των παραμέτρων που υπεισέρχονται στον υπολογισμό:

Πίνακας 1: Έλεγχος ευαισθησίας Αύξηση μεταβλητών κατά 10%		
Μεταβλητή	Τιμή του r (m)	μεταβολή %
g	95,1	- 2,9
L	99,8	1,9
r	101,2	3,4
α	95,4	- 2,6
β	97,3	- 0,6
c_1	99,5	1,6
c_2	95,1	- 2,9
f	95,1	- 2,9

Παρατηρείται ότι η μεγαλύτερη ευαισθησία παρουσιάζεται στις μεταβολές της μέγιστης ταχύτητας v , (3,4%). Στο σχήμα 3 φαίνεται η σχέση επηρεασμού: Π.χ σε μια μείωση των g, c_2 ή f κατά 50% αντιστοιχεί μια αύξηση στο r κατά 20%, ενώ μείωση κατά 50% στη ταχύτητα μειώνει το r κατά 20%.

Σχήμα 3: Έλεγχος Ευαισθησίας



Περαιτέρω διερεύνηση:

- Διατυπώστε συστηματικά τις παραδοχές που έγιναν κατά την επίλυση σύμφωνα με το έδαφ. 4 των "Υποθέσεων".
- Πως μεταβάλλεται το αποτέλεσμα από την θεώρηση συντελεστή στάθμισης 1,3 (αντί 2) για την μετατροπή του πραγματικού χρόνου σε αντιληπτό.

5.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Επιλογή λύσεων #1)

Δύο αστικά κέντρα που απέχουν 20 km συνδέονται με ένα δρόμο μιας λωρίδας ανά κατεύθυνση, που διέρχεται από κατοικημένες προαστικές περιοχές.

Για λόγους βελτίωσης του προαστικού περιβάλλοντος αποφασίστηκε η κατασκευή νέου δρόμου που θα διέρχεται από τις παρυφές των περιοχών αυτών.

Προτείνονται δύο εναλλακτικές λύσεις:

Λύση Α: Σταδιακή κατασκευή αρτηριακής οδού τελικής διατομής 2x2 λωρ. με 1ο στάδιο την κατασκευή ενός κλάδου (διπλής κυκλοφορίας) συνολικού κόστους 1900 εκ. δρχ. που θα διατεθούν ισόποσα τα έτη 1991 και εν συνεχεία σε 2^ο στάδιο κατασκευή και του δεύτερου κλάδου (με τελικό διαχωρισμό της κυκλοφορίας κατά κλάδο) κόστους 2400 εκ. που θα διατεθούν ισόποσα τα έτη 2000 και 2001.

Λύση Β: Κατασκευή από αρχή και των δύο κλάδων κόστους 4200 εκ. δρχ. που θα διατεθούν ισόποσα τα έτη 1991 και 1992.

Αγνοώντας την κυκλοφορία που παράγεται εκτός των δύο αστικών κέντρων και την πιθανότητα προσέλευσης νέων χρήσεων γης και πληθυσμών, το σύνολο των ωφελειών του έργου Β υπολογίζεται να είναι το 1993 κατά 42 εκ. δρχ. μεγαλύτερες από εκείνες του έργου Α και το ποσό αυτό αναμένεται να αυξάνει κατά 5% τον χρόνο μέχρι το 1998 (συμπεριλαμβανομένου). Οι διαφορές των ωφελειών κατά την διάρκεια κατασκευής των έργων έχουν συμπεριληφθεί στην εκτίμηση του κόστους κατασκευής. Όλα τα παραπάνω ποσά αναφέρονται σε τιμές 1991. Εάν το επιτόκιο αναγωγής είναι 13%, ποια από τις δύο λύσεις θα επιλέγατε και γιατί;

Επίλυση

Καταρτίζεται η χρονοσειρά των οικονομικών μεγεθών, άλλως ο πίνακας (χρηματικών) εκροών - εισροών των δύο λύσεων. Στο πίνακα αναφέρονται μόνο τα αναγκαία για τη ζητούμενη απάντηση μεγέθη.

Αριθμός Ετους	Ετος	Δαπάνες Κατασκευής (εκατ.δρχ.)		Διαφορικές Ωφέλειες
		Λύση Α	Λύση Β	$\Omega_B - \Omega_A$
0	1991	950	2100	-
1	1992	950	2100	-
2	1993			$42(1,05)^0$
3	1994			$42(1,05)^1$
4	1995			$42(1,05)^2$
5	1996			$42(1,05)^3$
6	1997			$42(1,05)^4$
7	1998			$42(1,05)^5$
8	1999			$42(1,05)^6$
9	2000	1200		$42(1,05)^7$
10	2001	1200		$42(1,05)^8$

1. Μέθοδος παρούσας αξίας

Αναγωγή δαπανών κατασκευής σε αξία του έτους - βάση 1991.(σε εκατ. δρχ.):

$$\Delta_A = 950 \left(1 + \frac{1}{1,13} \right) + 1200 \left(\frac{1}{1,13^9} + \frac{1}{1,13^{10}} \right) = 2544$$

$$\Delta_B = 2100 \left(1 + \frac{1}{1,13} \right) = 3598$$

Αναγωγή διαφορικών ωφελειών στην ίδια χρονική βάση (παρούσα αξία):

$$\Omega_B - \Omega_A = 42 \sum_{i=2}^{10} \frac{(1,05)^{i-2}}{(1,13)^i} = 185,7$$

Παρούσα αξία διαφοράς δαπανών κατασκευής (επένδυσης):

$$\Delta_B - \Delta_A = 3598 - 2544 = 1054 \text{ εκ. δρχ.}$$

Παρούσα αξία ωφελειών (από την προτίμηση της λύσης B)

$$\Omega_B - \Omega_A = 185,7 (\text{εκ.δρχ.}) < \Delta_B - \Delta_A$$

άρα προτιμότερη η λύση A.

Σημείωση: Συμπληρωματικά μπορεί να σημειωθεί ότι η καθαρή παρούσα αξία της προτίμησης της B έναντι της A είναι $(\Omega_B - \Omega_A) - (\Delta_B - \Delta_A) = -868,3 < 0$ άρα η προτίμηση απορρίπτεται, επομένως προκρίνεται η λύση A.

2.- Μέθοδος λόγου ωφελειών προς κόστος

Η λύση μπορεί να δοθεί εννοιολογικά με δύο τρόπους:

α) Να μορφωθεί ο λόγος ωφελειών προς κόστος και για τις δύο λύσεις και να προκριθεί η λύση που έχει τον καλύτερο (μεγαλύτερο) λόγο. Στην προκειμένη περίπτωση

$$\alpha_A = \frac{\Omega_A}{\Delta_A} = \frac{\Omega_A}{2544} \text{ και } \alpha_B = \frac{\Omega_B}{\Delta_B} = \frac{\Omega_A + 1857}{3598}$$

Η διαφορά των δύο λόγων είναι:

$$\frac{\Omega_A}{2544} - \frac{\Omega_A}{3598} - \frac{185,7}{3598} = 1,15 \cdot 10^{-4} \Omega_A - 516,12 \cdot 10^{-4}$$

Αν $\Omega_A > 448,8$ τότε προκρίτεα η λύση Α.

β) Να μορφωθεί ο λόγος ωφελειών προς κόστος της ιδεατής λύσης $I^{(1)}$, την οποία συνιστά η προτίμηση της λύσης Β έναντι της Α και να ελεγχθεί αν ο λόγος αυτός είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος της μονάδας. Στην περίπτωση που είναι μεγαλύτερος, η ιδεατή λύση προκρίνεται που σημαίνει ότι προτιμάται η λύση Β έναντι της Α. Ητοι:

$$\alpha_1 = \frac{185,7}{3598 - 2544} < 1 \text{ άρα η λύση I απορρίπτεται, που σημαίνει ότι η Β δεν}$$

πρέπει να προτιμηθεί, δηλ. προκρίνεται η Α.

⁽¹⁾ Ως λύση προτίμησης Ι, ορίζεται αυτή που έχει $\Omega_I = \Omega_B - \Omega_A$ και $\Delta_I = \Delta_B - \Delta_A$

3.- Μέθοδος δείκτη εσωτερικής ανταποδοτικότητας (IRR)

Για την εφαρμογή της μεθόδου είναι αναγκαίο να θεωρηθεί η ιδεατή λύση $I = B - A$, για την οποία (όπως συζητήθηκε και πιο πάνω) $\Omega_I = \Omega_A$, $\Delta_I = \Delta_B - \Delta_A$. Αν τεθεί $IRR_I = e$, η τιμή του προκύπτει από την σχέση $\Omega_I = \Delta_I$ ήτοι:

$$42 \sum_{i=2}^{10} \frac{(1,05)^{i-2}}{(1+e)^i} = 2100 \left(1 + \frac{1}{1+e} \right) - 950 \left(1 + \frac{1}{1+e} \right) - 1200 \left(\frac{1}{(1+e)^9} + \frac{1}{(1+e)^{10}} \right) =$$

$$= 1150 \left(1 + \frac{1}{1+e} \right) - 1200 \left(\frac{1}{(1+e)^9} + \frac{1}{(1+e)^{10}} \right)$$

Η λύση ως προς e επιτυγχάνεται με δοκιμές γραφικά ή με υπολογιστή. Για το παράδειγμα προκύπτει ότι $e=2\%$ που είναι πολύ μικρότερη από το 13% που θεωρήθηκε ως επιτόκιο επικαιροποίησης, άλλως ως το ευκαιριακό κόστος κεφαλαίου της επένδυσης. Κατά συνέπεια η λύση I δεν συμφέρει. (Μια τέτοια λύση θα σήμαινε επένδυση παρούσας αξίας 1053 εκ. δρχ. για τις ωφέλειες $\Omega_B - \Omega_A$). Άρα θα πρέπει να απορριφθεί η λύση I , δηλ. να προκριθεί η λύση A .

Σ χ ό λ ι ο

Όλα τα παραπάνω ισχύουν και για την γενικευμένη περίπτωση επιλογής μεταξύ δύο λύσεων A και B ενός έργου, ή ακόμα γενικότερα διάθεσης επενδυτικού κεφαλαίου.

6.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ (Επιλογή λύσεων #2)

Μία πόλη σχεδιάζει τη δημιουργία ενός περιμετρικού δακτυλίου που θα κατασκευαστεί σε τέσσερα τμήματα.

Τα κόστη και οι ωφέλειες κάθε τμήματος φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

(Σε εκατομμύρια δραχμές)

Τμήμα:	Νότιο	Βόρειο	Ανατολικό	Δυτικό
Κόστος κατασκευής*	9.600	8.400	7.200	3.000
Ετήσια καθαρή ωφέλεια**	440	400	320	200

* αμετάβλητον (τα χρήματα είναι διαθέσιμα σε έντοκο λογαριασμό)

** σε τρέχουσες τιμές

Οι ωφέλειες λαμβάνονται ετήσια για μια περίοδο 30 ετών.

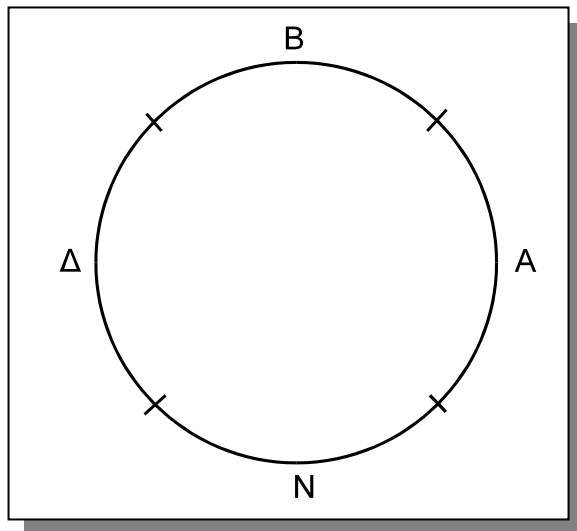
Οι αποφάσεις για την κατασκευή οδικών έργων παίρνονται κάθε 5 χρόνια η δε κατασκευή ενός ή περισσότερων τμημάτων θεωρείται ότι διαρκεί επίσης 5 χρόνια.

α) Προτείνεται η κατασκευή των τμημάτων του δακτυλίου κατά σειρά μειούμενων λόγω ωφέλειας/ κόστους (θεωρείται ότι τόσο τα κόστη όσο και οι ωφέλειες κάθε τμήματος είναι ανεξάρτητα ανάμεσα στα διάφορα τμήματα).

β) Προτείνετε κάποια άλλη σειρά εκτέλεσης των έργων και αν ναι ποιά είναι αυτή (π.χ. με εφαρμογή της μεθόδου της καθαρής παρούσας αξίας);

γ) Θα αλλάξει η απόφασή σας αν τα διάφορα τμήματα ήσαν εξαρτημένα μεταξύ τους έτσι ώστε οι ωφέλειες από τη κατασκευή κάθε τμήματος αυξάνονται κατά 10% αν δύο τμήματα είναι γειτονικά (συνεχόμενα), 20% δε αν τρία από αυτά είναι συνεχόμενα;

Σημείωση: Η εργασία (γ) δίδεται ως εργασία για το σπίτι. Επιτόκιο: 6%



Επίλυση

- α) Οι ωφέλειες λαμβάνονται ετήσια για μια περίοδο 30 ετών. Για να ανάγουμε τις ωφέλειες του έργου σε χρηματικές μονάδες την στιγμή έναρξης του έργου χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$\Omega = \sum_{i=1}^n R_i \frac{1}{(1+e)^i}$$

Ετσι υπολογίζουμε πρώτα τα διάφορα αθροίσματα $\frac{1}{(1+e)^i}$ για διάφορα χρονικά διαστήματα.

Λαμβάνουμε $e = 0,06$ και έχουμε:

$$\begin{aligned} \sum_{n=6}^{35} \frac{1}{1,06^n} &= \left(\frac{1}{1,06}\right)^6 + \left(\frac{1}{1,06}\right)^7 + \left(\frac{1}{1,06}\right)^8 + \dots + \left(\frac{1}{1,06}\right)^{35} = \\ &= \left(\frac{1}{1,06}\right)^6 \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{1,06}\right) + \left(\frac{1}{1,06}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{1,06}\right)^{29}\right] \end{aligned}$$

Πρόκειται για το άθροισμα των ν πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου και είναι:

$$\sum_v = \frac{a_v \omega - a_1}{\omega - 1} \left(\frac{1}{1,06} \right)^6 = \left(\frac{1}{1,06} \right)^6 \times \frac{\left(\left(\frac{1}{1,06} \right)^{29} \times \left(\frac{1}{1,06} \right) - 1 \right)}{\left(\frac{1}{1,06} \right) - 1} = 10,29$$

Κατά όμοιο τρόπο βρίσκουμε: $\sum_{n=1}^{40} \frac{1}{1,06^n} = 7,69$, $\sum_{n=16}^{45} \frac{1}{1,06^n} = 5,74$ και

$$\sum_{n=21}^{50} \frac{1}{1,06^n} = 4,29$$

Χρονική περίοδος από σήμερα ως τα 5 χρόνια

Τμήμα	Κόστος (1)	Ετήσια Ωφέλεια (2)	Συνολική Ωφέλεια (3) = (2) x 10,29	Λόγος Ωφέλειας/ Κόστος (4) = (3) : (1)
N	9600	440	4527,6	0,471
B	8400	400	4116,0	0,490
A	7200	320	3292,8	0,457
Δ	3000	200	2058,0	0,686

Επομένως, σύμφωνα με τον πίνακα, αρχίζουμε με το Δυτικό Τμήμα.

Χρονική Περίοδος από τον 6ο μέχρι και τον 10ο χρόνο

Τμήμα	Κόστος (1)	Ετήσια Ωφέλεια (2)	Συνολική Ωφέλεια (3) = (2) x 7,69	Λόγος Ωφέλειας/ Κόστος (4) = (3) : (1)
N	9600	440	3383,6	0,352
B	8400	400	3076,0	0,346
A	7200	320	2460,8	0,341

Επομένως στον έκτο χρόνο θα αρχίσουμε την κατασκευή του Νοτίου Τμήματος.

Χρονική περίοδος από τον 11ο μέχρι και τον 15ο χρόνο

Τμήμα	Κόστος (1)	Ετήσια Ωφέλεια (2)	Συνολική Ωφέλεια (3) = (2) x 5,74	Λόγος Ωφέλειας/ Κόστος (4) = (3) : (1)
B	8400	400	2295,0	0,273
A	7200	320	1836,9	0,255

Επομένως στον ενδέκατο χρόνο θα αρχίσει η κατασκευή του Βορείου Τμήματος.

Χρονική περίοδος από τον 16ο μέχρι και τον 20ο χρόνο

Τμήμα	Κόστος (1)	Ετήσια Ωφέλεια (2)	Συνολική Ωφέλεια (3) = (2) x 4,29	Λόγος Ωφέλειας/ Κόστος (4) = (3) : (1)
A	7200	320	1372,8	0,19

Σύμφωνα δηλαδή με την προτεινόμενη σειρά κατασκευής προκύπτει:
Δυτικό - Νότιο - Βόρειο - Ανατολικό.

β) Με κριτήριο την καθαρή παρούσα αξία θα προκύψει η ακόλουθη σειρά εκτέλεσης των τμημάτων του περιμετρικού δακτυλίου: Δυτικό - Ανατολικό - Βόρειο – Νότιο, σύμφωνα με τους πιο κάτω υπολογισμούς:

Από σήμερα μέχρι και το 5ο έτος:

$$N = 4527,6 - 9600 = - 5072,4$$

$$B = 4116 - 8400 = - 4284$$

$$A = 3292,8 - 7200 = - 3907,2$$

$$\Delta = 2058 - 3000 = - 942$$

Άρα θα κατασκευαστεί το Δυτικό έργο πρώτα γιατί έχει την μικρότερη ζημιά.

Από το 6ο μέχρι και το 10ο έτος

$$N = 3383,6 - 9600 = - 6216,4$$

$$B = 3076 - 8400 = - 5324$$

$$A = 2460,8 - 7200 = - 4739,2$$

Κατασκευάζουμε επομένως το Ανατολικό τμήμα για τον ίδιο λόγο.

Από το 11ο μέχρι και το 15ο έτος

Συνολικό όφελος Νοτίου τμήματος: $440 \times 5,74 = 2525,6$ εκ. δρχ.

$$N = 2525,6 - 9600 = - 7074,4$$

$$B = 2295 - 8400 = - 6105$$

Κατασκευάζουμε επομένως το Βόρειο Τμήμα

Από το 16ο μέχρι και το 20ο έτος

Όφελος Νοτίου τμήματος: $440 \times 4,29 = 1887,6$ εκ. δρχ

$$N = 1887,6 - 9600 = - 7712,4 \text{ εκ. δρχ}$$

Από τα ανωτέρω προκύπτει πάντως ότι αν δεν υπάρχουν οι περιορισμοί κυκλοφοριακής όχλησης και εφόσον τα χρήματα είναι εξ αρχής διαθέσιμα, η κατασκευή του έργου θα πρέπει να γίνει ταυτόχρονα και στα τέσσερα τμήματα προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η αναμενόμενη οικονομική ζημιά.

7.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ μεθόδου παρούσας αξίας σε χωματουργικά έργα οδοποιίας.

Κατά το σχεδιασμό ενός δρόμου που θα συνδέει δύο αστικά κέντρα, διαπιστώνεται ότι ενώ για το έτος - στόχο του έργου απαιτείται μια διατομή πλάτους έστω 2α , για τα πρώτα m χρόνια της λειτουργίας του θα είναι επαρκής μια διατομή με το μισό πλάτος δηλ. α .

Στόχος του παραδείγματος είναι να εξετάσει με τη μέθοδο της παρούσας αξίας (ΠΑ), σε ποιές περιπτώσεις συμφέρει από οικονομική άποψη να γίνουν οι χωματουργικές εργασίες σε μια φάση, στην αρχή του έργου, παρ' ότι υπάρχει η δυνατότητα να γίνουν και σε δυο φάσεις (η δεύτερη φάση μετά m έτη).

Δεδομένου ότι οι τιμές μονάδας των εκσκαφών είναι συνάρτηση και του όγκου των εκσκαφών αλλά και των δυσχερειών, θεωρούνται τρεις διαφορετικές τιμές για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

Για εκσκαφές του συνολικού πλάτους 2α : $K_A \text{ } \delta\rho\chi/\text{m}^3$

Για εκσκαφές του πλάτους α : $K_B \text{ } \delta\rho\chi/\text{m}^3$

Για τις (ετεροχρονισμένες συμπληρωματικές) εκσκαφές που θα απαιτηθούν για την μόρφωση της τελικής διατομής πλάτους $2\alpha^{(2)}$: $K_\Gamma \text{ } \delta\rho\chi/\text{m}^3$

⁽²⁾ Η τιμή πρέπει να θεωρηθεί χωρίς επιρροή πληθωρισμού. Λόγω των δυσχερέστερων εκσκαφών γενικά $K_\Gamma > K_A, K_B$

Οι δύο περιπτώσεις που θα συγκριθούν είναι:

α) Κατασκευή σε μια φάση όλων των χωματουργικών

Κόστος : A (δρχ.) και

β) Κατασκευή σε δύο φάσεις (η δεύτερη μετά m έτη)

Κόστος : B και Γ (δρχ.)

Αν e είναι το επιτόκιο αναγωγής (ευκαιριακό κόστος) η ΠΑ κάθε μίας των εξεταζόμενων περιπτώσεων είναι:

$$ΠΑ(\alpha) = \frac{A}{1+e}$$

$$ΠΑ(\beta) = \frac{B}{1+e} + \frac{\Gamma}{(1+e)^m}$$

Για να είναι συμφέρουσα η περίπτωση που οι χωματουργικές εργασίες γίνονται σε μία φάση (περίπτωση α) σύμφωνα με τη μέθοδο της ΠΑ θα πρέπει:

$$ΠΑ(\alpha) \leq ΠΑ(\beta) \quad \text{δηλ.}$$

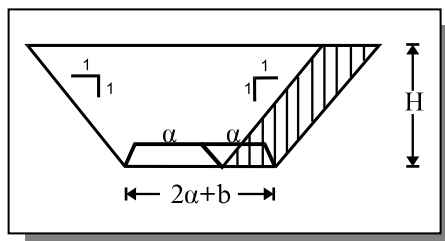
$$\frac{A}{1+e} \leq \frac{B}{1+e} + \frac{\Gamma}{(1+e)^m}$$

$$\text{και μετά τις πράξεις } (1+e)^{m-1} \leq \frac{\Gamma}{A-B} \quad \dots\dots\dots(I)$$

Παρατηρήσεις:

Στην περίπτωση του ορύγματος που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, και για $K_A = K_B \neq K_\Gamma$ η (I) εφαρμοζόμενη για 1m μήκους δίνει μετά τις πράξεις:

$$(1+r)^{m-1} \leq \frac{K_\Gamma}{K_A} \dots\dots\dots (I') \left(\begin{array}{l} A = (2\alpha + b + H)HK_A \\ B = (\alpha + b + H)HK_A \\ \Gamma = \alpha HK_\Gamma \end{array} \right)$$



Παρατηρούμε ότι η διατομή του ορύγματος δεν επηρεάζει καθόλου την απόφασή μας.

Στην περίπτωση που $K_A \neq K_B \neq K_\Gamma$ η σχέση (I) μετά τις πράξεις δίνει:

$$(1+r)^{m-1} \leq \frac{K_\Gamma}{(2K_A - K_B) + \left(\frac{b+H}{\alpha}\right)(K_A - K_B)} \dots\dots\dots (I'')$$

Στη σχέση (I'') φαίνεται καθαρά η επιρροή της διατομής.

Ανάλογοι τύποι μπορεί να προκύψουν και για την περίπτωση επιχωμάτων.

8.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ της μεθόδου του δείκτη εσωτερικής ανταποδοτικότητας (ΔΕΑ) στην επιλογή εναλλακτικής λύσης, με πρόσθετο κριτήριο την ελάχιστη αποδεκτή τιμή του.

Για την βελτίωση ενός δρόμου σε αναπτυσσόμενη περιοχή που συνδέει δύο πόλεις έχουν προταθεί πέντε εναλλακτικές λύσεις, για τις οποίες έχουν υπολογισθεί οι απαιτούμενες επενδύσεις και τις αντίστοιχες καθαρές

ετήσιες ωφέλειες που θα αποφέρει κάθε μια απ' αυτές συγκριτικά με τον υφιστάμενο σήμερα δρόμο.

Περιγραφή των λύσεων

A. Τοπικές επιδιορθώσεις του οδοστρώματος (λακκούβες κλπ) με διαμόρφωση ενιαίας διατομής και τα αναγκαία μικρά αποστραγγιστικά/τεχνικά έργα.

Επένδυση : 100.000 χιλ. δρχ.

Καθ. ετήσια ωφέλεια : 15.980 χιλ. δρχ.

B. Επί πλέον της λύσης A επίστρωση ενιαίου ασφαλτοτάπητα.

Επένδυση (συνολική) : 130.000 χιλ. δρχ.

Καθ. ετήσια ωφέλεια : 30.380 χιλ. δρχ.

Γ. Επί πλέον της λύσης B κατασκευή λωρίδων βραδυπορίας και διαμόρφωση ισοπέδων x κόμβων.

Επένδυση (συνολική) : 140.000 χιλ. δρχ.

Καθ. ετήσια ωφέλεια : 46.350 χιλ. δρχ.

Δ. Επί πλέον x της λύσης Γ διευρύνσεις ορυγμάτων απαραίτητες για μελλοντική διαπλάτυνση του δρόμου (μεγαλύτερα μήκη ορατότητας).

Επένδυση (συνολική) : 170.000 χιλ. δρχ.

Καθ. ετήσια ωφέλεια : 54.110 χιλ. δρχ.

Ε. Διαπλάτυνση της διατομής και ασφαλιτόστρωση με ενιαίο τάπητα.

Επένδυση (συνολική) : 210.000 χιλ. δρχ.

Καθ. ετήσια ωφέλεια : 55.000 χιλ. δρχ.

Διάρκεια ζωής όλων των λύσεων : 20 χρόνια

Ελάχιστος επιθυμητός δείκτης εσωτ. ανταποδοτικότητας: 25%

Ζητείται να βρεθεί μεταξύ των διαφόρων λύσεων-επενδύσεων η σκοπιμότερη.

Ε π ί λ υ σ η

Στον παρακάτω πίνακα δοκιμάζοντας διάφορα επιτόκια και υπολογίζοντας κάθε φορά την παρούσα αξία του συνόλου των καθαρών ετησίων ωφελειών με τη βοήθεια συντελεστή που προκύπτει από εφαρμογή του γνωστού τύπου, λαμβάνουμε την καθαρή παρούσα αξία (ΚΠΑ) της επένδυσης και απ'αυτήν τον δείκτη εσωτερικής ανταποδοτικότητας (ΔΕΑ).

Επιτόκιο δοκιμής e Συντελεστής E	A	B	Γ	Δ	E
$\rho = \frac{1 - (1 + e)^{-20}}{e}$	100.000	130.000	140.000	170.000	210.000
KEO	15.980	30.380	46.350	54.110	55.000
EAK	35.000	45.500	49.000	59.500	73.500
e= 35%	ΠΑ 45.540	86.580	132.100	154.220	156.750
ρ= 2,85008	ΚΠΑ - 54.460	- 43.420	- 7.900	- 15.780	-43.250
e= 30%	“ 30.000	39.000	42.000	51.000	73.500
ρ= 3,31579	“ 52.990	100.730	153.690	179.420	182.370
	-47.010	- 29.270	+ 13.690	+ 9.420	- 27.630
e= 25%	“ 25.000	32.500	35.000	42.500	52.500
ρ= 3,95388	“ 63.180	120.120	183.260	213.940	217.460
	-36.820	- 9.880	+ 43.260	+ 43.940	+7.460
e= 20%	“ 20.000	26.000	28.000	34.000	42.000
ρ= 4,86958	“ 77.820	147.740	225.700	263.490	267.830
	-22.180	+17.740	+85.700	+ 93.420	+ 57.830
e= 15%	“ 15.000	19.500	21.000	25.500	31.500
ρ= 6,259332	“ 100.020	190.160	290.120	338.690	344.260
	+ 20	+60.160	+ 150.120	+ 168.690	+134.260
ΔΕΑ	15%	23%	33%	31,7%	26%

όπου

E : Επένδυση, KEO : Καθαρό ετήσιο όφελος, EAK : Ετήσια απόδοση κεφαλαίου

Εξετάζουμε επίσης με την ίδια μέθοδο τις διαφορετικές επενδύσεις μεταξύ των διαδοχικών λύσεων και βρίσκουμε τους ΔΕΑ που αντιστοιχούν σε αυτές.

+-----+				
Διαφορική		Καθαρή	ΔΕΑ της	
		Επένδυση	Ετήσια	διαφορικής
Επένδυση		Ωφέλεια	επένδυσης	
+-----+				
Β προς Α	30.000	14.400	48%	
+-----+				
Γ προς Β	10.000	15.970	160%	
+-----+				
Δ προς Γ	30.000	7.760	25,7%	
+-----+				
Ε προς Δ	40.000	890	0,0%	
+-----+				

Συνεπώς από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η σκοπιμώτερη από άποψη ανταποδοτικότητας είναι κατ'αρχήν η Γ, που έχει τον μεγαλύτερο ΔΕΑ (33%). Ωστόσο η Δ που προϋποθέτει μεγαλύτερη επένδυση (από την Γ) έχει για την επί πλέον απαιτούμενη για την πραγματοποίησή της δαπάνη μεγαλύτερο ΔΕΑ από τον ελάχιστο επιθυμητό ($25,7 > 25$). Αν λοιπόν ως κριτήριο επιλογής τεθεί η επίτευξη μεγιστοποιημένων ωφελειών (καλύτερης λειτουργικότητας) χωρίς να γίνεται υπερσχεδιασμός (με άλλα λόγια η επί πλέον διαφορική δαπάνη να είναι και αυτή σκόπιμη) καλύτερη επιλογή συνιστά η λύση Δ.

9.- ΕΦΑΡΜΟΓΗ της μεθόδου Detroit (Μελλοντική κατανομή μετακινήσεων)

Οι μετακινήσεις μεταξύ 4 πόλεων είναι οι ακόλουθες:

Π Ρ Ο Ο Ρ Ι Σ Μ Ο Σ				
Π Ρ Ο Σ Ε Λ Ε Υ Σ Η	+			
	A	B	Γ	Δ
	+			
	800	1000	1500	830
	1000	1180	1000	500
	900	800	2000	400
	1300	300	100	1000
	+			

Μελλοντικά προβλέπεται αύξηση του πληθυσμού και της κινητικότητάς του. Για το έτος 2005 προβλέπονται οι ακόλουθες συνολικές μετακινήσεις από/προς κάθε πόλη.

		A	B	Γ	Δ	Σύνολο 2005
Π Ρ Ο Σ Ε Λ Ε Υ Σ Η	A	+				5000
	B	+				4000
	Γ	+				5000
	Δ	+				3000
		5000	4000	5000	3000	
		+				

Να ευρεθεί η μελλοντική κατανομή μετακινήσεων με την μέθοδο Detroit. Ακρίβεια υπολογισμού 5%.

Επίλυση

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Προορ.	A	B	Γ	Δ	Σύνολο
Προελ.					
A	800	1000	1500	830	4130
B	1000	1180	1000	500	3680
Γ	900	800	2000	400	4100
Δ	1300	300	100	1000	2700
Σύνολο	4000	3280	4600	2730	14610

$$t_{ij}^{\mu+1} = t_{ij}^{\mu} \frac{F_i^{\mu} F_j^{\mu}}{F^{\mu}}$$

$$F_i^{\mu} = \frac{P_{i(v)}}{P_i^{\mu}}, \quad F_j^{\mu} = \frac{A_{j(v)}}{A_j^{\mu}}$$

$$F^{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{i(v)}}{\sum_{ii=1}^N P_i^{\mu}}, \quad \mu = 1 \dots \mu$$

P_i : προελεύσεις

A_j : προορισμοί

t_{ij}^{μ} : μετακινήσεις από i j στην μ-οστή προσέγγιση

F_i^μ : συντελεστής αυξήσεων παραγωγής μετακινήσεων
στη πόλη i στην μ-οστή προσέγγιση.

F_j^μ : αντίστοιχα, συντελεστής προορισμού

F^μ : λόγος συνολικών προελεύσεων στο μελλοντικό
χρόνο ν

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Προορ.	A	B	Γ	Δ	Σ
Προελ.					
A	x	x	x	x	5000
B	x	x	x	x	4000
Γ	x	x	x	x	5000
Δ	x	x	x	x	3000
Σ	5000	4000	5000	3000	17000

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Πόλη	A	B	Γ	Δ
F_i^1 Συντελεστής αύξησης προέλευσης	1,21	1,09	1,22	1,11
F_j^1 Συντελεστής αύξησης προορισμού	1,25	1,22	1,09	1,10

$$F_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 P_i(2005)}{\sum_{i=1}^4 P_i^1} = \frac{17000}{14610} = 1,16$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4 $(t_{ij}^1 \times F_i^1)$

	Προορ.				
	A	B	Γ	Δ	
	Προελ.				
x 1,21	A	968	1060	1815	1004
x 1,09	B	1090	1286	1090	545
x 1,22	Γ	1098	976	2440	488
x 1,11	Δ	1443	333	111	1110

ΠΙΝΑΚΑΣ 5 $(t_{ij}^1 F_i^1) F_j^1$

	Προορ.				
	A	B	Γ	Δ	
	Προελ.				
	A	1210	1293	1978	1104
	B	1363	1569	1188	600
	Γ	1373	1191	2660	537
	Δ	1804	406	121	1221
	x 1,25	x 1,22	x 1,09	x 1,10	

ΠΙΝΑΚΑΣ 6

Προορ.	A	B	Γ	Δ	
Προελ.					
A	1043	1115	1705	952	4815
B	1178	1353	1024	517	4069
Γ	1184	1027	2293	463	4967
Δ	1555	350	104	1053	3062
	4957	3845	5126	2985	16913

Αποτέλεσμα 1ης προσέγγισης:

$$F_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 P_i(2005)}{\sum_{i=1}^4 P_i^2} = \frac{17000}{16913} = 1,01$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 7

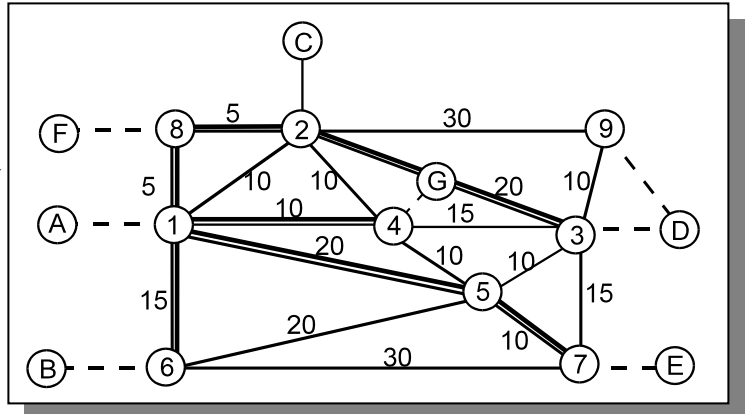
Πόλη	A	B	Γ	Δ
$F_i^{(2)}$	1,04	0,98	1,007	0,98
$F_j^{(2)}$	1,01	1,04	0,98	1,01

Προσέγγιση 5%

$$0,95 < x < 1,05$$

Οι παραπάνω λόγοι ικανοποιούν τις συνθήκες στατιστικού ελέγχου, ήτοι αποδεκτές αποκλίσεις εντός του διαστήματος $\pm 5\%$.

10.- Εύρεση δένδρου διαδρομής ελάχιστου κόστους. Ζητείται να ευρεθεί το δένδρο ελάχιστου κόστους με την μέθοδο των πολλαπλών διαδρομών προκειμένου στη συνέχεια να γίνει καταμερισμός στο δίκτυο που εικονίζεται στο σχήμα. Τα γράμματα εικονίζουν τα κεντροειδή, οι αριθμοί εντός κύκλου τις



κωδικές ονομασίες των συνδέσμων και οι αριθμοί επί των συνδέσμων το κόστος διαδρομής του κάθε συνδέσμου. Σύμφωνα με την μέθοδο του όλα – ή - τίποτα με εποπτεία (λόγω απλότητας του δικτύου) ή με χρήση του αλγόριθμου Moore βρίσκονται οι διαδρομές ελάχιστου κόστους. Ο πίνακας που αντιστοιχεί στο κεντροειδές F δίνεται παρακάτω.

Π α ρ α δ ο χ ή

Θεωρούμε ότι όλοι οι σύνδεσμοι που ενώνουν κεντροειδή με κόμβους έχουν το ίδιο κόστος, έστω 5. Για το λόγο αυτό μπορούμε να τους παραλείψουμε.

Σύνδεσμος	Κόστος	Συνδυασμός συνδέσμων	Συν. Κόστους	Κεντροειδές j απόληξης διαδρομής ελάχιστου κόστους από το κεντροειδές F
8-1	5			A
8-2	5			C
1-2	10	8-1-2	15	
1-4	10	8-1-4	15	G
1-5	20	8-1-5	25	
1-6	15	8-1-6	20	B
2-4	10	8-2-4	15	
2-3	20	8-2-3	25	D
2-9	30	8-2-9	35	
4-3	15	8-1-4-3	30	
4-5	10	8-1-4-5	25	
5-3	10	8-1-5-3	35	
5-7	10	8-1-5-7	35	E
6-5	20	8-1-6-5	40	
6-7	30	8-1-6-7	50	
3-9	10	8-2-3-9	35	
3-7	15	8-2-3-7	40	
9-3	10	8-2-9-3	45	

Η μέθοδος πολλαπλών διαδρομών βασίζεται στην αρχή που θεωρεί ότι στη πραγματικότητα οι οδηγοί δεν γνωρίζουν με ακρίβεια ποια είναι η διαδρομή

ελάχιστου κόστους και επομένως ακολουθούν εκείνη που πιστεύουν ότι είναι η λιγότερο δαπανηρή.

Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο η επιλογή γίνεται με βάση επανειλημμένες τυχαίες εκτιμήσεις του κόστους κάθε συνδέσμου που κατανέμονται $\pm 20\%$ γύρω από την πραγματική τιμή του. Έτσι βρίσκουμε σε κάθε περίπτωση το δέντρο ελαχίστου κόστους. Σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία για κάθε ζώνη παραγωγής μετακινήσεων προσδιορίζεται μια διαδρομή ελάχιστου κόστους.

Στη συνέχεια ο καταμερισμός γίνεται όπως και στη μέθοδο όλα - ή - τίποτα αθροίζοντας για κάθε σύνδεσμο τις κυκλοφορίες που αντιστοιχούν στις διαδρομές στις οποίες συμμετέχει. Έτσι ομάδες ταξιδίων που με τη μέθοδο του όλα - ή - τίποτα θα χρησιμοποιούσαν (ενδεχόμενα) τους ίδιους συνδέσμους, ενώ άλλους καθόλου, κατανέμονται σε διαφορετικούς συνδέσμους (εκτός αν οι διαφορές κόστους είναι πολύ μεγάλες). Το μέσο κόστος διαδρομής κάθε συνδέσμου εικονίζεται στο προηγούμενο διάγραμμα. Θεωρούμε τρεις τυχαίες εκτιμήσεις για κάθε σύνδεσμο, που για το παράδειγμα επιλέχθηκαν για όλους τους συνδέσμους ίσες προς το μέσο κόστος, ή ίσες με το 0,80 και αντίστοιχα 1,20 του μέσου κόστους.

<u>Σύνδεσμος</u>	<u>Κόστος 1</u>	<u>Κόστος 2</u>	<u>Κόστος 3</u>	<u>Σύνδεσμος</u>	<u>Κόστος 1</u>	<u>Κόστος 2</u>	<u>Κόστος 3</u>
1-2	8	10	12	2-4	8	10	12
1-4	8	10	12	2-8	4	5	6
1-5	16	20	24	2-9	24	30	36
1-6	12	15	18	4-3	12	15	18
1-8	4	5	6	4-5	8	10	12
2-3	16	20	24	5-3	8	10	12

<u>Σύνδεσμος</u>	<u>Κόστος 1</u>	<u>Κόστος 2</u>	<u>Κόστος 3</u>
5-6	16	20	24
5-7	8	10	12
6-7	24	30	36
7-3	12	15	18
9-3	8	10	12

Κόστος διαδρομής A-D, επιλέγοντας τυχαία από τις τρεις πιο πάνω εκτιμήσεις:

1 - 2 - 3	1- 4 - 3	1 - 5 - 3	
8+24=32	12+15=27	16+8=24	Διαδρομή ελαχίστου κόστους

Κόστος διαδρομής F-D:

8-2-3	8-2- 4-3	8-1-4-3	
6+24=30	6+10+12=28	5+8+12=25	Διαδρομή ελάχιστου κόστους

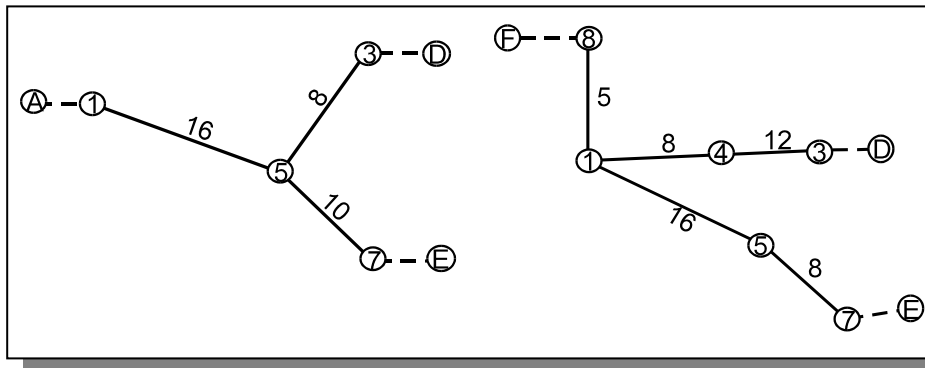
Κόστος διαδρομής A-E:

1-4 -5- 7	1-5-7	1-6-7	
12+12+10 = 34	16+10 =26	15+24 = 39	Διαδρομή ελάχ. κόστους

Κόστος διαδρομής F-E:

8-1-4-5-7	8-2-4-5-7	8-1-5-7	
5+8+10+8=31	6+10+10+8=34	5+18+8=25	Διαδρομή ελάχιστου κόστους

Τα δένδρα που θα χρησιμοποιηθούν στην επόμενη φάση είναι:

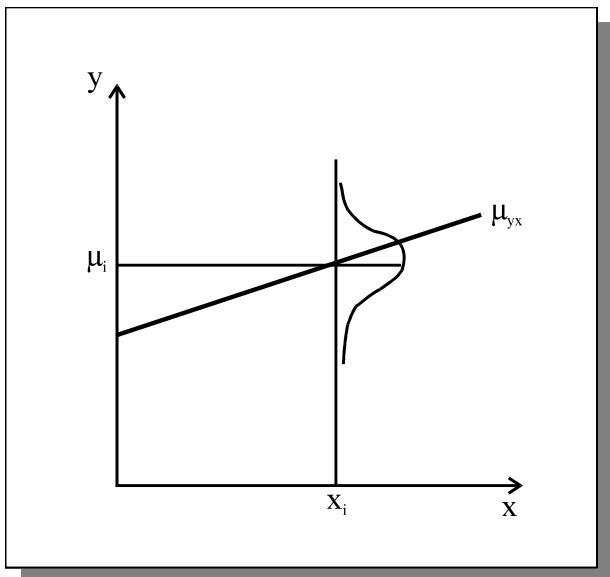


Με τον ίδιο τρόπο συνεχίζουμε μέχρι να εξαντληθούν όλοι οι συνδυασμοί των κεντροειδών, ανά δύο.

Ε' Μ Ε Ρ Ο ΣΕφαρμογές καμπυλών παλινδρόμησηςΓενικά

Σε πολλά προβλήματα είναι σκόπιμος ή απαραίτητος ο προσδιορισμός μιας εξαρτημένης μεταβλητής από μια ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές. Αν η μορφή της συνάρτησης είναι γνωστή, ή έχει προκύψει με άλλες διαδικασίες οι παράμετροι της συνάρτησης προσδιορίζονται (ή ακριβέστερα εκτιμώνται) άλλως προσαρμόζεται η συνάρτηση, με την βοήθεια μιας σειράς παρατηρήσεων (ή μετρήσεων) του μεγέθους της εξαρτημένης μεταβλητής και των αντιστοίχων μεγεθών της (των) ανεξάρτητης (των) μεταβλητής (των).

Υπενθυμίζονται οι παρακάτω έννοιες:

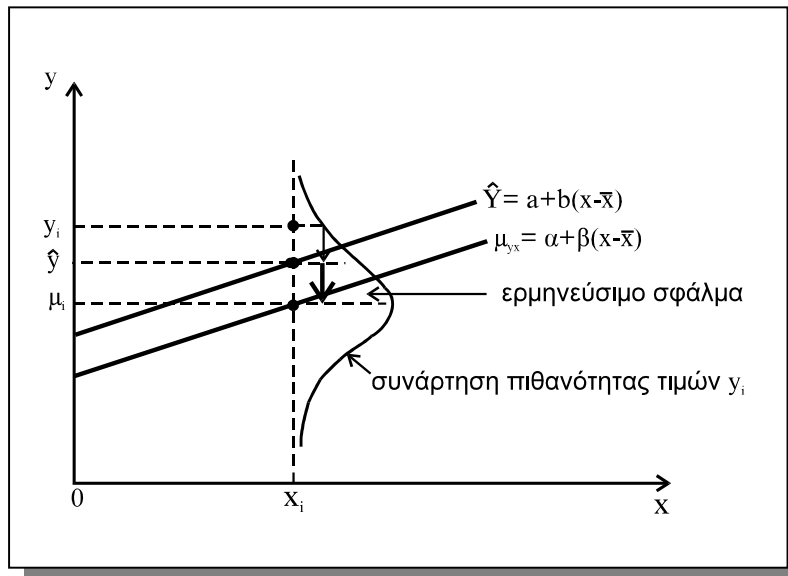


Η $\mu_{yx} = \alpha + \beta(x - \bar{x})$ είναι η θεωρητική συνάρτηση αναμενομένων τιμών: αυτό σημαίνει ότι κάθε σημείο της συνάρτησης συμπίπτει με τον

πραγματικό μέσο του πληθυσμού των τιμών y που αντιστοιχούν σε κάθε x , η δε καμπύλη που συνδέει τα σημεία αυτά είναι ευθεία γραμμή.

Η εκτιμήτρια αυτής της συνάρτησης είναι η:

$$\hat{Y} = a + b(x - \bar{x})$$



Οι συντελεστές a και b εκτιμώνται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Η συνθήκη

$$\min \left\{ R = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \right\}$$

παρατηρούμενες τιμές
εκτιμώμενες τιμές

δίνει:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Οι εκτιμήτριες αυτές είναι αμερόληπτοι (δηλ. $E[a]=\alpha$ και $E[b]=\beta$), ανεξάρτητοι και ελάχιστης διασποράς μπορούν δε να μετασχηματιστούν για υπολογιστική ευχέρεια στη μορφή της γραμμικής σχέσης (1) του τυπολογίου των καμπυλών παλινδρόμησης που ακολουθεί στο τέλος του κεφαλαίου.

$$\text{Συντελεστής προσδιορισμού } r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\text{Ερμηνεύσιμη διακύμανση}}{\text{Ολική διακύμανση}}$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ολική} \\ \text{διακύμανση} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Μη ερμηνεύσιμη} \\ \text{διακύμανση} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Ερμηνεύσιμη} \\ \text{διακύμανση} \end{array} \right\}$$

Στατιστικός έλεγχος σφάλματος και έλεγχος υποθέσεων

Γίνονται οι παραδοχές:

1. Οι τιμές y_i για όλα τα i είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσες τιμές μ_i και ίση διασπορά: $\text{Var}[y_i] = \sigma_i^2 = \sigma^2$, $N(\mu_i, \sigma^2)$
2. Η πραγματική συνάρτηση παλινδρόμησης (δηλ. η πραγματική σχέση ανάμεσα στα y και x) είναι γραμμική.
3. Το σφάλμα μέτρησης (ε_i) των x_i είναι αμελητέο

Επειδή τόσο οι συντελεστές της πραγματικής ευθείας παλινδρόμησης όσο και η διασπορά σ^2 είναι άγνωστες, ο υπολογισμός του σφάλματος (ε_i) θα γίνει με βάση τις παρατηρούμενες τιμές y_i .

Με βάση τις πιο πάνω παραδοχές μπορεί ναδειχθεί ότι η διασπορά $\text{Var}[\hat{y}_i]$ ισούται με

$$\text{Var}[\hat{y}_i] = \text{Var}[a] + \text{Var}[b(x_i - \bar{x})] = \text{Var}[a] + (x_i - \bar{x})^2 \text{Var}[b]$$

Αποδεικνύεται ότι:

$$\text{Var}[a] = \frac{\sigma^2}{n}, \text{ και}$$

$$\text{Var}[b] = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{Επομένως: } \text{Var}[\hat{y}_i] = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^2 (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Μια αμερόληπτη εκτιμήτρια του σ^2 είναι η

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2}$$

$$s^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - na^2 - b^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)}{n - 2}$$

όπου s^2 το μέσο τετραγωνικό σφάλμα και s το τυπικό σφάλμα εκτίμησης.

Οι παραπάνω εκτιμήσεις των διασπορών των συντελεστών a και b επαναδιατυπώνονται ως

$$s^2[a] = \frac{s^2}{n} \quad \text{και} \quad s^2[b] = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Επομένως

$$\text{Vâr}[\hat{y}_i] = \frac{s^2}{n} + \frac{s^2(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Διαφορές των εκτιμητριών s^2 και $\text{Vâr}[\hat{y}_i]$: η s^2 εκτιμά το εύρος διασποράς των τιμών y_i ως προς την *εκτιμηθείσα* ευθεία παλινδρόμησης, ενώ η $\text{Vâr}[\hat{y}_i]$ εκτιμά τη διασπορά των τιμών εκτίμησης y_i ως προς των *πραγματική* ευθεία παλινδρόμησης.

Οι συντελεστές a και b ελέγχονται ως προς τη στατιστική τους *σημαντικότητα*, (δηλ. κατά πόσο διαφέρουν σημαντικά από τη τιμή μηδέν)^(*) με τη βοήθεια του ελέγχου t του Student.

$$t = \frac{a - 0}{s[a]}$$

^(*) Η πρόταση αυτή μπορεί να διατυπωθεί πιο αυστηρά ως εξής: Προκειμένου να διαπιστωθεί κατά πόσον υφίσταται σχέση ανάμεσα στις μεταβλητές x και Y , θεωρώντας ότι η ευθεία παλινδρόμησης είναι κατάλληλη, θα πρέπει να γίνει ο παρακάτω έλεγχος υποθέσεων:

$$H_0 : b = 0$$

$$H_1 : b \neq 0$$

$$t = \frac{b - 0}{s[b]}$$

όπου t η κατανομή Student με $n-2$ βαθμούς ελευθερίας. Οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί αν η τιμή t είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης τιμής t_c που επιλέγεται για τον έλεγχο αξιοπιστίας, π.χ. $\alpha = 0,05$ (ή 5%).

όπου $t > t_c$

$$\text{με } \alpha(=0,05) = 1 - F(t_c) = \int_{t_c}^{\infty} f(t)dt \quad \text{ή} \quad \alpha(=0,05) = F(-t_c) = \int_{-\infty}^{-t_c} f(t)dt$$

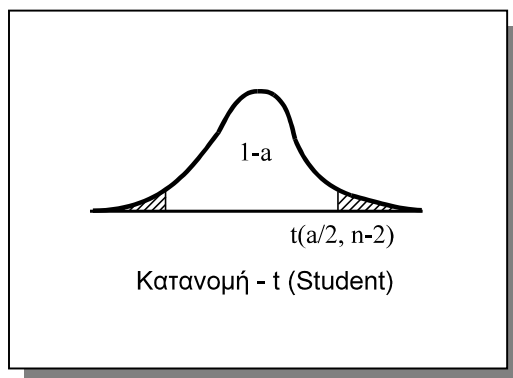
για μονόπλευρο έλεγχο

$$\text{και } \alpha(=0,05) = 1 - F(t_c) + F(-t_c)$$

για δίπλευρο έλεγχο

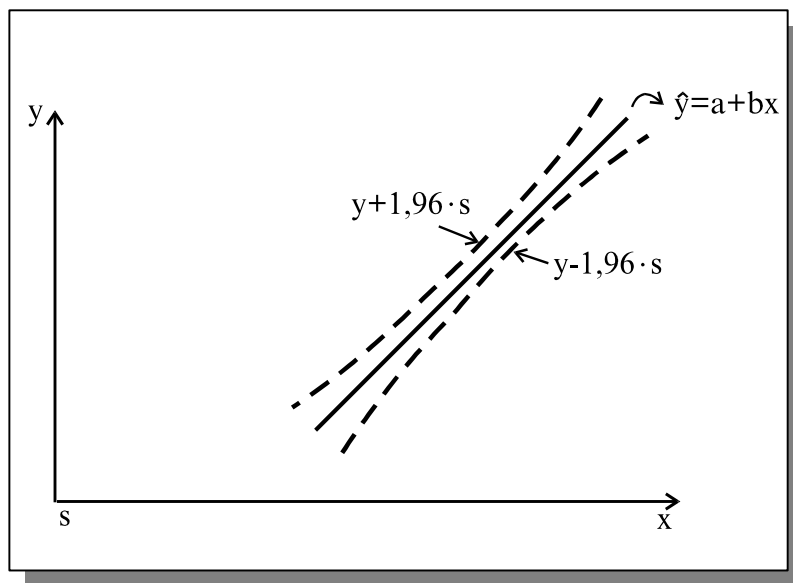
$$\text{Επομένως για αμφίπλευρο έλεγχο η σχέση } 1 - \alpha = \int_{-t_{\alpha/2}}^{t_{\alpha/2}} f(t)dt$$

καθορίζει επίπεδο εμπιστοσύνης $1 - \alpha = 0,95$ (95%)



Παράδειγμα: δείγμα μεγέθους $n = 15$, βαθμοί ελευθερίας $(n - 2) = 13$,
 $t_{0,05/2} = 2,160$

Το t_c για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% κυμαίνεται από 4,30 (βαθμ. ελευθ. =2)
 ως 1,98 (βαθμ. ελευθ. =120) και για βαθμ. ελευθ. $\rightarrow \infty$, $t = 1,960$



Το επίπεδο εμπιστοσύνης 95% υποδηλώνει ότι υπάρχει 95% πιθανότητα μια τυχαία παρατήρηση y_i να βρίσκεται στο διάστημα $(y_i - 1,96 \cdot s) < y_i < (y_i + 1,96 \cdot s)$

Υπενθυμίζεται ότι οι τιμές y_i ακολουθούν κανονική κατανομή για κάθε x_i . Επομένως η πιθανότητα η τυχαία τιμή y_i να βρίσκεται στο διάστημα $(y_i - s)$ έως $(y_i + s)$ είναι 68,27%.

Παρακάτω παρατίθενται τύποι για 6 συναρτήσεις. Οι πρώτες πέντε αναφέρονται σε χώρο δύο διαστάσεων (μια μόνο ανεξάρτητη μεταβλητή) δηλ. σε σημεία (x_i, y_i) , $i \in (1, 2, \dots, n)$.

Η τελευταία αναφέρεται σε χώρο τριών διαστάσεων (δύο ανεξάρτητες μεταβλητές) δηλ. σε σημεία (x_i, y_i, z_i) , $i \in (1, 2, \dots, n)$.

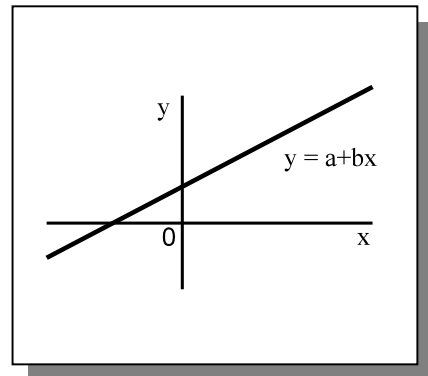
Οι τύποι έχουν προκύψει με εφαρμογή της μεθόδου των ελάχιστων τετραγώνων όπως αναφέρθηκε πιο πάνω. Η αναγραφή των τύπων ακολουθεί μία διαφορετική, πιο πρόσφορη υπολογιστικά, σύμβαση συμβολισμών.

1. Γραμμική σχέση (ευθεία παλινδρόμησης)

Προσαρμογή μιας σχέσης της μορφής

$$y = a + bx$$

σ' ένα πλήθος n σημείων (x_i, y_i)



α. Εκτίμηση των συντελεστών a_0, a_i

$$a = \left[\frac{\sum y_i}{n} - b \frac{\sum x_i}{n} \right]$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

β. Συντελεστής προσδιορισμού r^2

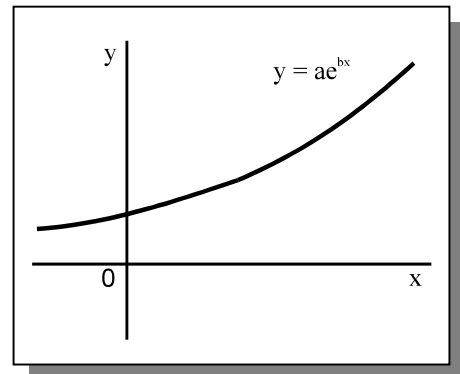
$$r^2 = \frac{\left[\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} \right]^2}{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \cdot \left[\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}$$

2. Εκθετική σχέση

Προσαρμογή μιας σχέσης της μορφής

$$y = ae^{bx} \quad (a > 0)$$

σ'ένα πλήθος n σημείων (x_i, y_i) , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$



Η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται στη γραμμική μορφή

$$\ln y = \ln a + bx$$

α. Εκτίμηση των συντελεστών a, b

$$b = \frac{\sum x_i \ln y_i - \frac{1}{n} (\sum x_i)(\sum \ln y_i)}{\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2}$$

$$a = \exp \left[\frac{\sum \ln y_i}{n} - b \frac{\sum x_i}{n} \right]$$

β. Συντελεστής προσδιορισμού r^2

$$r^2 = \frac{\left[\sum x_i \ln y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum \ln y_i \right]^2}{\left[\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \cdot \left[\sum (\ln y_i)^2 - \frac{(\sum \ln y_i)^2}{n} \right]}$$

3. Γεωμετρική σχέση

Προσαρμογή μιας σχέσης

$$y = ax^b \quad (a > 0)$$

σ' ένα σύνολο σημείων

$$\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n\} \text{ με } x_i > 0, y_i > 0$$

Ισοδύναμη γραμμική μορφή

$$\ln y = \ln a + b \ln x$$

α. Εκτίμηση συντελεστών a, b

$$b = \frac{\sum (\ln x_i) \cdot (\ln y_i) - \frac{(\sum \ln x_i)(\sum \ln y_i)}{n}}{\sum (\ln x_i)^2 - \frac{(\sum \ln x_i)^2}{n}}$$

$$a = \exp \left[\frac{\sum \ln y_i}{n} - b \frac{\sum \ln x_i}{n} \right]$$

β. Συντελεστής προσδιορισμού

$$r^2 = \frac{\left[\sum (\ln x_i) \cdot (\ln y_i) - \frac{(\sum \ln x_i)(\sum \ln y_i)}{n} \right]^2}{\left[\sum (\ln x_i)^2 - \frac{(\sum \ln x_i)^2}{n} \right] \cdot \left[\sum (\ln y_i)^2 - \frac{(\sum \ln y_i)^2}{n} \right]}$$

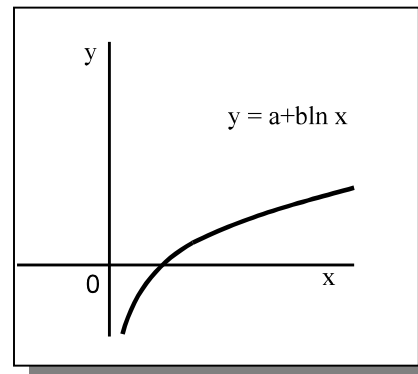
4. Λογαριθμική σχέση

Προσαρμογή μιας σχέσης της μορφής

$$y = a + b \ln x$$

σε ένα σύνολο σημείων

$$\{(x_i, y_i), 1, 2, \dots, n\} \text{ με } x_i > 0$$

α. Εκτίμηση συντελεστών

$$b = \frac{\sum y_i (\ln x_i) - \frac{1}{n} \sum \ln x_i \sum y_i}{\sum (\ln x_i)^2 - \frac{1}{n} (\sum \ln x_i)^2}$$

$$a = \frac{1}{n} [\sum y_i - b \sum \ln x_i]$$

β. Συντελεστής προσδιορισμού

$$r^2 = \frac{\left[\sum y_i \ln x_i - \frac{1}{n} \sum \ln x_i \sum y_i \right]^2}{\left[\sum (\ln x_i)^2 - \frac{1}{n} (\sum \ln x_i)^2 \right] \cdot \left[\sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2 \right]}$$

5. Δευτεροβάθμια σχέση (συνάρτηση παραβολής)

Προσαρμογή μιας σχέσης

$$y = a + bx + cx^2$$

σε ένα σύνολο σημείων

$$\{(x_i, y_i), \quad i = 1, 2, \dots, n\}$$

α. Εκτίμηση συντελεστών

$$c = \frac{A - B}{[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum x_i^2 - (\sum x_i^2)^2] - [n\sum x_i^3 - (\sum x_i)(\sum y_i^2)]^2}$$

$$\text{όπου: } A = [n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum x_i^2 y_i - (\sum x_i^2)(\sum y_i)]$$

$$B = [n\sum x_i^3 - (\sum x_i)(\sum x_i^2)][n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)]$$

$$b = \frac{[n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)] - c[n\sum x_i^3 - (\sum x_i)(\sum x_i^2)]}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \frac{1}{n}(\sum y_i - c_2 \sum x_i^2 - b_1 \sum x_i)$$

6. Γραμμική σχέση (ευθεία πολλαπλής παλινδρόμησης)

Προσαρμογή μιας σχέσης

$$z = a + b_1 x + c_2 y$$

στα σημεία

$$(x_i, y_i, z_i), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

α. Εκτίμηση συντελεστών a, b, c

Ο υπολογισμός επιτυγχάνεται με λύση του συστήματος εξισώσεων

$$\sum z_i = an + b\sum x_i + c\sum y_i$$

$$\sum x_i z_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2 + c\sum x_i y_i$$

$$\sum y_i z_i = a\sum y_i + b\sum x_i y_i + c\sum y_i^2$$

όπου $i = 1, 2, \dots, n$

$$\text{Έτσι } c = \frac{A - B}{[n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2] - [n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)]^2}$$

$$\text{όπου: } A = [n\sum z_i^2 - (\sum z_i)^2][n\sum x_i z_i - (\sum x_i)(\sum z_i)]$$

$$B = [n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)][n\sum x_i z_i - (\sum x_i)(\sum z_i)]$$

$$b = \frac{[n\sum x_i z_i - (\sum x_i)(\sum z_i)] - c[n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)]}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

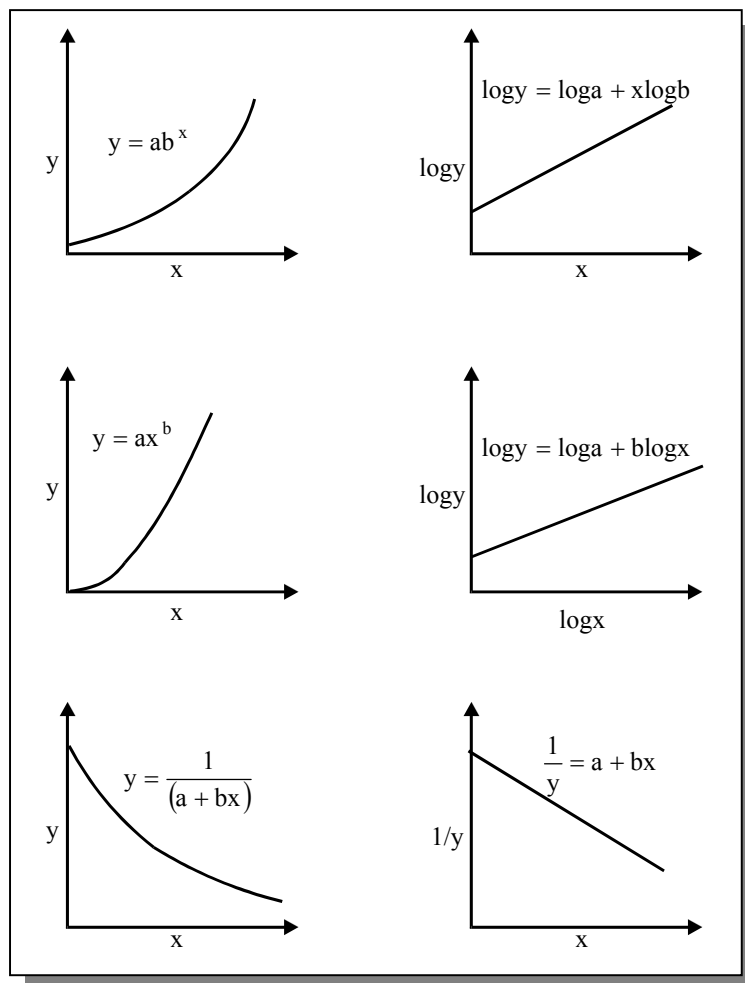
$$a = \frac{1}{n}(\sum z_i - c\sum y_i - b\sum x_i)$$

β. Συντελεστής προσδιορισμού r^2

$$r^2 = \frac{a\sum z_i + b\sum x_i z_i + c\sum y_i z_i - \frac{1}{n}(\sum z_i)^2}{(\sum z_i^2) - \frac{(\sum z_i)^2}{n}}$$

Μετασχηματισμός σε γραμμική μορφή

Η μέθοδος του μετασχηματισμού σε γραμμική μορφή επιτρέπει την προσαρμογή πλήθους μη – γραμμικών συναρτήσεων χρησιμοποιώντας τους απλούς μαθηματικούς τύπους της γραμμικής παλινδρόμησης. Ορισμένα τέτοια παραδείγματα δίδονται στον παρακάτω πίνακα.



Βιβλιογραφία

Mood - Graybill : "Introduction to the Theory of Statistics", Mc Graw - Hill, 1963.

K.A. Brownlee: "Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering", John Wiley & Sons, 1965.

Draper and Smith: " Applied Regression Analysis", John Wiley & Sons, 1966.