



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
Τομέας Μαθηματικών
ΕΞΕΤΑΣΗ «ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ»
2^{ΟΥ} ΚΑΙ 4^{ΟΥ} ΕΞΑΜΗΝΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, ΟΜΑΔΑ Β 2018

ΖΗΤΗΜΑ 1^ο:

α) Να πρόβλημα των αρχικών τιμών: $x y' = -2y + x^2 - x + 1$ με $y(2) = 1$. (μον. 1)

β) Να βρεθεί η γενική λύση της δ. ε. $y' = -\frac{4x+3y}{2x+y}$. $y = 0 \times$ (μον. 1)

ΖΗΤΗΜΑ 2^ο:

α) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$y''(x) - y'(x) + e^{2x}y(x) = xe^{2x} - 1$, αν $y_1(x) = \sin(e^x)$ είναι μία λύση της αντίστοιχης ομογενούς. (μον. 1.75)

β) Να βρεθεί η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$y''(x) + y(x) = 2 \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) + e^x$ (μον. 1.25)

ΖΗΤΗΜΑ 3^ο:

α) Να λυθεί με χρήση ολοκληρωτικού μετασχηματισμού η εξίσωση

$y'' + y' = \begin{cases} 3t+8, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t < \infty \end{cases}$ $y(0) = 0, y'(0) = 0$ (μον. 1.25)

β) Με την μέθοδο των ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων να λυθεί το πρόβλημα αρχικών τιμών:

$\underline{x}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{x}(t)$, $\underline{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Να προσδιορισθεί το είδος και η ευστάθεια του κρίσιμου σημείου του συστήματος. (μον. 1.5)

ΖΗΤΗΜΑ 4^ο:

Να λυθεί το πρόβλημα συνοριακών τιμών

$\Delta u(\rho, \varphi) = \rho \cos \varphi$, $0 \leq \rho < 3, 0 \leq \varphi < 2\pi$. (μον. 2.25)

$u(3, \varphi) = \cos 2\varphi$, $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Δίνεται ο τελεστής Laplace σε πολικές συντεταγμένες

$$\Delta u(\rho, \varphi) = u_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} u_{\rho} + \frac{1}{\rho^2} u_{\varphi\varphi}$$

Δίνεται ο μετασχηματισμός Laplace των συναρτήσεων:

$$L(t^n) = \frac{n!}{s^{n+1}}, L(\cos at) = \frac{s}{s^2 + a^2}, L(\sin at) = \frac{a}{s^2 + a^2}, L(e^{at} f(t)) = F(s-a),$$

$$L(u_a(t) f(t-a)) = e^{-sa} F(s), \text{ αν } F(s) = L(f(t)) \text{ και}$$

$$u_a(t) = H(t-a) = \begin{cases} 0, & t < a, \\ 1, & t \geq a, \end{cases} a \geq 0.$$

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ **ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**