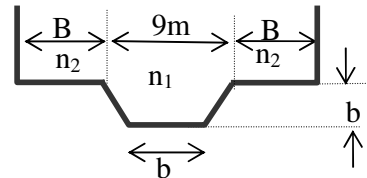


1. (α) Να προσδιορίσετε την παροχή που μεταφέρει η διώρυγα όταν ρέει πλήρης η μικρή κοίτη (ισοσκελές τραπέζιο). Να χαρακτηρίσετε τη ροή.

(β) Σε περίπτωση που μεταφέρεται τριπλάσια παροχή, θεωρώντας ότι **η ταχύτητα δεν είναι ίδια** σε ολόκληρη τη διατομή να υπολογίσετε το βάθος της ομοιόμορφης ροής (χρησιμοποιώντας σύνθετη διατομή όπου $Q = \sum Q_i$).

Δεδομένα: $J_0=0.003$, $n_1=0.016$, $n_2=0.025$, $b=3\text{m}$, $B=5\text{m}$.



Απάντηση

(α) Έχουμε ότι $Z=1$

$$Q_1 = \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} J^{1/2} = 83.14 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ όπου,}$$

$$A_1 = (b + Zb)b = 18 \text{ m}^2, P_1 = b + 2b\sqrt{1 + Z^2} = 11.49 \text{ m}, R_1 = 18/11.49 = 1.57 \text{ m}$$

$$V = Q/A = 4.62 \text{ m/s}, T = 9, D = A/T = 2 \text{ m}, Fr = V/(gD)^{1/2} = 1.04 \text{ (υπερκρίσιμη ροή)}.$$

(β) Έστω y το βάθος νερού στην ευρεία κοίτη και $Q = Q_1 + 2Q_2 = 249.41 \text{ m}^3/\text{s}$ όπου

$$Q_1 = \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} J^{1/2} \text{ και } Q_2 = \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} J^{1/2}$$

$$A_1 = (b + Zb)b + By = 18 + 9y \text{ m}^2, P_1 = b + 2b\sqrt{1 + Z^2} = 11.49 \text{ m}, R_1 = A_1/P_1$$

$$A_2 = By, P_2 = B + y, R_2 = A_2/P_2$$

Με αντικατάσταση

$$Q = \frac{(b + Zb)b + By}{n_1} R_1^{2/3} J^{1/2} + 2 \frac{By}{n_2} R_2^{2/3} J^{1/2} = 249.41 \text{ m}^3/\text{s}$$

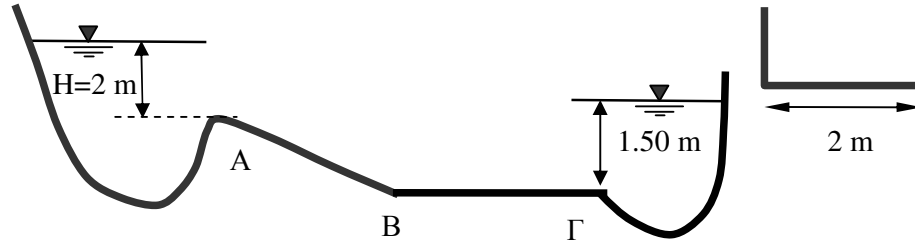
απ' όπου με δοκιμές προκύπτει ότι $y = 1.51 \text{ m}$.

Επομένως το ομοιόμορφο βάθος είναι $y_0 = 4.51 \text{ m}$.

2. Ορθογωνική διώρυγα ΑΒΓ πλάτους 2 m και συντελεστή Manning $n = 0.016$ τροφοδοτείται από ταμιευτήρα με παροχή Q . Στο τμήμα ΑΒ η κατά μήκος κλίση είναι 0.05 και στο τμήμα ΒΓ η κλίση είναι μηδενική. Στο σημείο Γ εκβάλλει σε δεξαμενή όπου το βάθος είναι 1.50 m πάνω από το χείλος της εκβολής όπως φαίνεται στο σχήμα. Ζητείται να υπολογίσετε

(α) Την παροχή Q του αγωγού θεωρώντας ότι ο συντελεστής απωλειών εισόδου είναι $K = 0.50$.

(β) Το μήκος L του αγωγού ΒΓ, ώστε το υδραυλικό άλμα να εμφανίζεται στο σημείο αλλαγής της κλίσης. Το τμήμα ΑΒ έχει επαρκές μήκος για ομοιόμορφη ροή.



Απάντηση

(α) Θεωρώντας ότι η ροή είναι υπερκρίσιμη, το βάθος ροής εισόδου είναι κρίσιμο, δηλαδή

$$H = y_c + \frac{V_c^2}{2g} + K \frac{V_c^2}{2g} = y_c + (1 + K) \frac{y_c}{2} = (3 + K) \frac{y_c}{2} = 1.75 y_c \Rightarrow y_c = 1.14 \text{ m}$$

Η παροχή επομένως υπολογίζεται από τη σχέση

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \Rightarrow Q = b(gy_c^3)^{1/2} = 7.653 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Το ομοιόμορφο βάθος είναι $y = 0.55 \text{ m} < y_c$ επομένως η ροή είναι όντως υπερκρίσιμη.

$V = Q/by = 6.99 \text{ m/s}$, $D = y$, $Fr = V/(gy)^{1/2} = 3.017$ (όντως υπερκρίσιμη ροή).

(β) Για να εμφανίζεται το υδραυλικό άλμα να στο σημείο αλλαγής της κλίσης πρέπει το βάθος στα κατάντη να είναι το συζυγές του ομοιόμορφου, δηλαδή

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left[\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right] = 2.08 \text{ m}.$$

Καμπύλη H_2 κατά μήκος του ΒΓ. Αριθμητική ολοκλήρωση δίνει $L(B\Gamma) = 206 \text{ m}$.

y	A	S_o	P	R	V	E	ΔE	S_f	$S_f(\text{bar})$	$S_o - S_f$	Δx	XΘ
1.50	3.000	0	5.00	0.60	2.55	1.832		0.0033				0
1.60	3.200	0	5.20	0.62	2.39	1.892	0.06	0.0028	0.0030	-0.0030	-19.65	-20
1.70	3.400	0	5.40	0.63	2.25	1.958	0.07	0.0024	0.0026	-0.0026	-25.65	-45
1.80	3.600	0	5.60	0.64	2.13	2.030	0.07	0.0021	0.0022	-0.0022	-32.12	-77
1.90	3.800	0	5.80	0.66	2.01	2.107	0.08	0.0018	0.0020	-0.0020	-39.07	-116
2.00	4.000	0	6.00	0.67	1.91	2.187	0.08	0.0016	0.0017	-0.0017	-46.50	-163
2.08	4.160	0	6.16	0.68	1.84	2.253	0.07	0.0015	0.0015	-0.0015	-42.92	-206

3. Ορθογωνική διώρυγα με συντελεστή Manning 0.018 και κλίση πυθμένα 0.003 μεταφέρει παροχή 14 m³/s.

(1) Εάν η ροή είναι ομοιόμορφη και η διατομή βέλτιστη να υπολογίσετε τα ομοιόμορφο βάθος ροής και το πλάτος της διατομής.

(2) Σε κάποιο σημείο η διατομή γίνεται τραπεζοειδής με πλάτος πυθμένα 2 m και κλίση πρανών Z=1.5. Να υπολογίσετε τα στοιχεία της συναρμογής (μήκος L και υψομετρική διαφορά Δz) αμελώντας τις απώλειες ενέργειας κατά μήκος αυτής.

(3) Να υπολογίσετε το βάθος ροής σε τρία σημεία της συναρμογής (x=L/3, x=2L/3 και x=L) αμελώντας τις απώλειες ενέργειας.

Απάντηση

(1) Από την εξίσωση Manning για b=2y προκύπτει

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} J^{1/2} = \frac{2y^2}{n} \left(\frac{2y^2}{4y} \right)^{2/3} J^{1/2} \Rightarrow y = 1.625 \text{ m και } b = 3.25 \text{ m.}$$

Επίσης, $y_c = 1.24 \text{ m}$ (υποκρίσιμη ροή).

(2) Για την τραπεζοειδή διατομή υπολογίζουμε ομοιόμορφο και κρίσιμο βάθος κατά τα γνωστά

Q	B	Z	J	n	y_c	V	y	Fr
14.00	2	1.5	0.0030	0.018	1.254	2.596	1.343	0.715

Τα ύψη ενέργειας για τον ορθογωνικό και τραπεζοειδή αγωγό είναι

$$H_o = y_o + \frac{V_o^2}{2g} = 1.98 \text{ m και } H_T = y_T + \frac{V_T^2}{2g} = 1.69 \text{ m} < 1.98 \text{ m}$$

Επομένως χρειάζεται να υπερυψώσουμε τον πυθμένα της τραπεζοειδούς κατά 0.29 m.

Το πλάτος της ελ. επιφάνειας στην τραπεζοειδή είναι $T = b + 2Zy = 6.03 \text{ m}$.

Έστω ότι η γωνία συναρμογής ύψους και ελ. επιφάνειας είναι 12° για να αποφύγουμε αποκόλληση της ροής τότε,

$$L_1 = dz / \tan 12^\circ = 1.41 \text{ m, } L_2 = (T - b) / (2 \tan 12^\circ) = (6.03 - 2) / (2 \tan 12^\circ) = 6.54 \text{ m,}$$

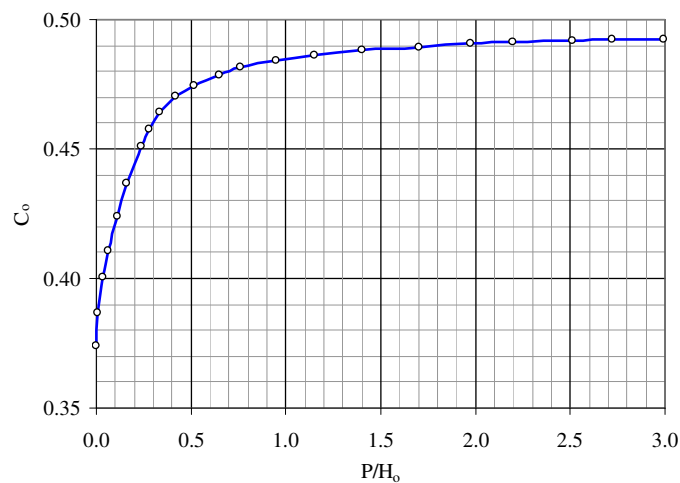
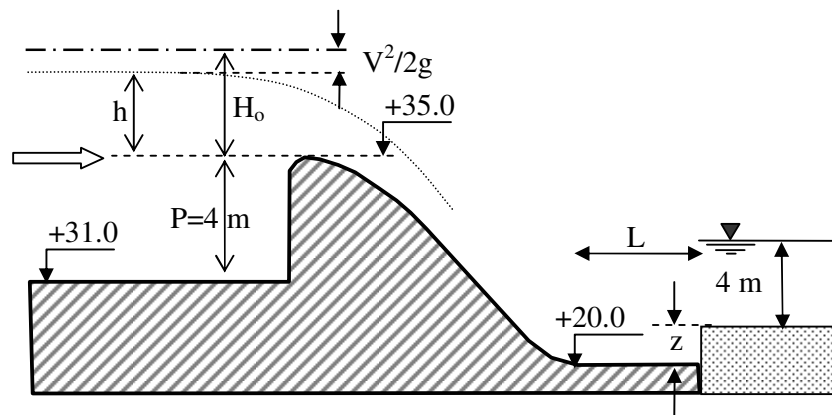
Δηλαδή το μήκος της συναρμογής θα είναι 6.60 m.

(3) Τα στοιχεία των διατομών και το βάθος ροής στα σημεία που απέχουν από την ορθογωνική διατομή L/3, 2L/3 και L καθώς επίσης και το βάθος ροής εκεί που προέκυψε με δοκιμές θεωρώντας την ενέργεια σταθερά φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί

Q	b	x	Z	y	A	V	dz	H
14	3.25	L=0	0.0	1.625	5.281	2.65	0.0	1.983
14	2.83	L=2.20 m	0.5	1.015	3.392	4.13	0.1	1.983
14	2.42	L=4.40 m	1.0	1.075	3.755	3.73	0.2	1.983
14	2.00	L=6.60 m	1.5	1.34	4.458	3.14	0.296	1.983

4. Ο καθολικός υπερχειλιστής του σχήματος σχεδιάζεται για μέγιστο ύψος υπερχείλισης $h=3$ m. Το πλάτος του υπερχειλιστή είναι 30 m και είναι ίσο με το πλάτος του ποταμού στα κατάντη του φράγματος, όπου το βάθος ροής για την παροχή σχεδιασμού είναι 4 m. Ζητούνται:

- (1) Για το ύψος υπερχείλισης $h=3$ m να υπολογίσετε την παροχή σχεδιασμού.
- (2) Να προσδιορίσετε το βάθος ροής στον πόδα του υπερχειλιστή αμελώντας τις απώλειες ενέργειας.
- (3) Να διερευνήσετε τη λύση με ανύψωση πυθμένα ώστε το υδραυλικό άλμα να γίνεται στον πόδα του υπερχειλιστή και να υπολογίσετε το ύψος z και απόσταση L του αναβαθμού από τον πόδα, όταν η το βάθος ροής του ποταμού είναι 4 m.



Απάντηση

(1) Η λύση επιτυγχάνεται με δοκιμές. Υποθέτουμε αρχικά $h=H_o$, υπολογίζουμε το P/H_o και από το διάγραμμα το C_o και την παροχή Q από τη σχέση $Q = C_o L \sqrt{2g} H_o^{3/2}$. Με την νέα παροχή υπολογίζουμε το H_o , όπου

$$H_o = h + \frac{V^2}{2g}; \quad V = \frac{Q}{b(P+h)}$$

το P/H_o και από το διάγραμμα το C_o και την νέα παροχή Q_1 και επαναλαμβάνουμε έως ότου συμπέσει με την προηγούμενη. Ο υπολογισμός φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

Q	P	h	L	g	V	H _o	P/H _o	C _o	$Q = C_o L \sqrt{2g} H_o^{3/2}$
(m ³ /s)	(m)	(m)	(m)	(m/s ²)	(m/s)	(m)			(m ³ /s)
-----	4	3.000	30	9.81	-----	3.000	1.333	0.4880	336.96
336.96	4	3.000	30	9.81	1.605	3.131	1.277	0.4875	358.94
358.94	4	3.000	30	9.81	1.709	3.149	1.270	0.4875	361.98
361.98	4	3.000	30	9.81	1.724	3.151	1.269	0.4875	362.42
362.42	4	3.000	30	9.81	1.726	3.152	1.269	0.4875	362.48

(2) Εξίσωση ενέργειας στα ανάντη του Ogee και στον πόδα του

$$H_1 = H_2 \Rightarrow z + P + H_o = z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2g(by_1)^2} \Leftrightarrow$$

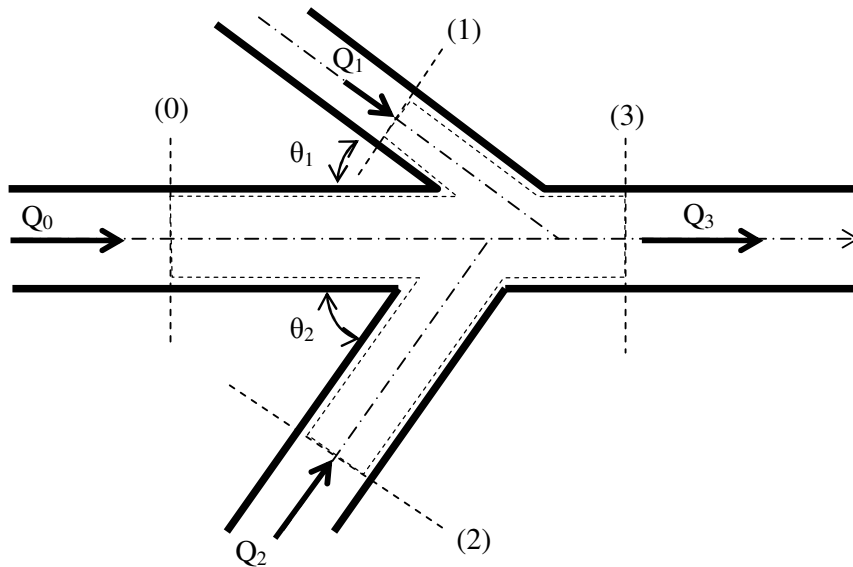
$$31 + 4 + 3.15 = 20 + y_1 + \frac{362.50^2}{2g(30y_1)^2}$$

απ' όπου με δοκιμές προκύπτει ότι $y_1=0.65$ m, $V_1=Q/by_1=18.53$ m/s και $Fr_1=7.33$

(3) Είναι $y_3/y_1=4/0.65=6.14$ και $Fr_1=7.33$, από το διάγραμμα 7-20 προκύπτει $z/y_1=2.8$, δηλαδή $z=1.83$ m. Η απόσταση του αναβαθμού από το πόδι του Ogee είναι $L=5(z+y_3)=5(1.83+4)=29.12 \approx 30$ m.

5. Δύο αγωγοί με παροχές $Q_1=3 \text{ m}^3/\text{s}$ και $Q_2=5 \text{ m}^3/\text{s}$ συμβάλλουν σε τρίτο αγωγό με παροχή $Q_0=7 \text{ m}^3/\text{s}$ υπό γωνίες $\theta_1=30^\circ$ και $\theta_2=45^\circ$, όπως στο σχήμα. Οι αγωγοί είναι ορθογωνικοί, με πλάτη $b_1=1.5 \text{ m}$, $b_2=2 \text{ m}$ και $b_0=5 \text{ m}$, ενώ τα βάθη ροής ανάντη της συμβολής είναι $y_0=y_1=y_2=1.50 \text{ m}$. Οι πυθμένες των αγωγών στη συμβολή βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Μετά τη συμβολή το πλάτος του αγωγού είναι $b_3=b_0$.

Να υπολογίσετε το βάθος ροής y_3 αμέσως κατάντη της συμβολής.



Απάντηση

Πρέπει να υπάρχει ισορροπία των ειδικών δυνάμεων, δηλαδή

$$M_o + M_{1x} + M_{2x} = M_3 = \bar{y}_3 A_3 + \frac{Q_3^2}{gA_3} = \frac{b_3 y_3^2}{2} + \frac{Q_3^2}{gb_3 y_3}$$

Όπου (οι ροές είναι υποκρίσιμες, βλέπε πίνακα που ακολουθεί)

$$M_{1x} + M_{2x} = \left(\frac{Q_1^2}{gA_1} \right)_x + \left(\frac{Q_2^2}{gA_2} \right)_x$$

$$= \frac{Q_1^2}{gA_1} \cos \theta_1 + \frac{Q_2^2}{gA_2} \cos \theta_2 = 0.353 + 0.601 = 0.954 \text{ m}^3$$

$$\text{και } M_o = \bar{y}_o A_o + \frac{Q_o^2}{gA_o} = 6.291 \text{ m}^3$$

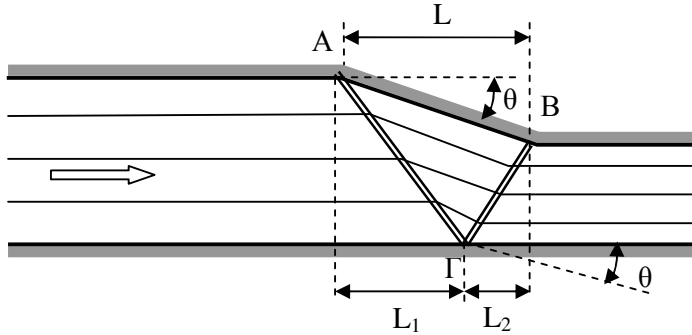
$$\text{Δηλαδή } M_3 = \bar{y}_3 A_3 + \frac{Q_3^2}{gA_3} = \frac{b_3 y_3^2}{2} + \frac{Q_3^2}{gb_3 y_3} = 7.245 \text{ m}^3$$

Αγωγός	Q	b	y _c	y	θ	A	g	M	z	V
1	3	1.50	0.74	1.5	30	2.25	9.81	0.353	0	1.33
2	5	2	0.86	1.5	45	3.00	9.81	0.601	0	1.67
0	7	5	0.58	1.5	0	7.50	9.81	6.291	0	0.93
							ΣΜ	7.245		
3	15	5	0.97	1.13	0	5.63	9.81	7.245	0	2.66

Με δοκιμές προκύπτει ότι $y_3=1.13 \text{ m}$.

6. Ορθογωνικός αγωγός πλάτους 2 m που μεταφέρει παροχή 15 m³/s έχει βάθος ροής 1 m. Στη θέση Α της εξωτερικής παρειάς το ένα κατακόρυφο τοίχωμα αλλάζει ελαφρώς κατεύθυνση κατά γωνία $\theta=4^\circ$ (βλ. σχήμα).

Να εκτιμήσετε τη θέση Β, στην οποία θα πρέπει να αλλάξει ξανά κατεύθυνση το τοίχωμα (παράλληλο στο αρχικό), ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι διαταραχές μετά από δύο ανακλάσεις.



Απάντηση

Q (m ³ /s)	B (m)	y ₁ (m)	V ₁ (m/s)	Fr ₁
15	2	1.00	7.50	2.395

Γνωρίζουμε τον αριθμό Froude της ροής ανάντη και τη γωνία $\theta=4^\circ$ των τοιχωμάτων, μπορούμε επομένως να προσδιορίσουμε τη γωνία β του μετώπου του κύματος με την αρχική κατεύθυνση από την εξίσωση

$$\tan \theta = \frac{\tan \beta (\sqrt{1 + 8Fr^2 \sin^2 \beta} - 3)}{2 \tan^2 \beta + \sqrt{1 + 8Fr^2 \sin^2 \beta} - 1}$$

Με δοκιμές προκύπτει ότι $\beta=28.50^\circ$, επομένως η πρώτη ανάκλαση θα γίνει σε απόσταση $L_1 = b/\tan \beta_1 = 2/\tan(28.50^\circ) = 3.68$ m στα κατάντη της θέσης αλλαγής κατεύθυνσης του τοιχώματος. Όμως

$$y_1 V_1 \sin \beta = y_2 V_2 \sin(\beta - \theta) \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{y_1 \sin \beta}{y_2 \sin(\beta - \theta)} = 7.24 \text{ m/s}$$

και

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fr_1^2 \sin^2 \beta} - 1) = 1.19 \Rightarrow y_2 = 1.19 \text{ m}$$

Κατά τη δεύτερη αλλαγή κατεύθυνσης έχουμε ότι $\theta=4^\circ$ και $Fr_2 = V_2/(gy_2)^{1/2} = 2.118$. Μπορούμε επομένως να προσδιορίσουμε τη γωνία β του μετώπου του κύματος με την αρχική κατεύθυνση από την εξίσωση

$$\tan \theta = \frac{\tan \beta (\sqrt{1 + 8Fr^2 \sin^2 \beta} - 3)}{2 \tan^2 \beta + \sqrt{1 + 8Fr^2 \sin^2 \beta} - 1}$$

Με δοκιμές προκύπτει ότι $\beta_2=32.24^\circ$.

Η δεύτερη ανάκλαση θα γίνει σε απόσταση

$$L_2 = (b - L \sin \theta) / \tan(\beta_2 - \theta) = \{b - (L_1 + L_2) \sin \theta\} / \tan(\beta_2 - \theta) \Rightarrow L_2 = 2.86 \text{ m.}$$

Δηλαδή $L = L_1 + L_2 = 6.54$ m.