

8 Μαΐου 2017

18^η ΑΣΚΗΣΗ

(Παράδοση: 15 Μαΐου 2017)

Σε συνέχεια της Άσκησης 17, στη βάση του υποστυλώματος Κ1 ζητούνται να υπολογιστούν:

1. Τα ερωτήματα της Άσκησης 17, για σεισμική φόρτιση κατά τη διεύθυνση Υ.
2. Οι ακραίες τιμές exN της αξονικής δύναμης, των ροπών exM_{x-x} και exM_{y-y} και των τεμνουσών exV_{x-x} και exV_{y-y} για χωρική επαλληλία των σεισμικών διεγέρσεων κατά Χ και Υ.
3. Οι πιθανές ταυτόχρονες προς την exM_{y-y} τιμές: (α) της ροπής M_{x-x} και (β) της αξονικής δύναμης N για χωρική επαλληλία των σεισμικών διεγέρσεων κατά Χ και Υ.

Δεδομένα από Άσκηση 17:

Εντατικά μεγέθη 1^{ης} και 2^{ης} ιδιομορφής για σεισμό κατά Χ στη βάση του υποστυλώματος Κ1:

$$\begin{Bmatrix} N_1^x \\ V_{x,1}^x \\ V_{y,1}^x \\ M_{y-y,1}^x \\ M_{x-x,1}^x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -21.35 \\ 19.31 \\ -58.02 \\ 41.77 \\ 119.07 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} N_2^x \\ V_{x,2}^x \\ V_{y,2}^x \\ M_{y-y,2}^x \\ M_{x-x,2}^x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 117.13 \\ 208.31 \\ 71.94 \\ 440.15 \\ -149.32 \end{Bmatrix}$$

Εντατικά μεγέθη 1^{ης} και 2^{ης} ιδιομορφής για σεισμό κατά Υ στη βάση του υποστυλώματος Κ1:

$$\begin{Bmatrix} N_1^y \\ V_{x,1}^y \\ V_{y,1}^y \\ M_{y-y,1}^y \\ M_{x-x,1}^y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 39.75 \\ -35.93 \\ 108.04 \\ -77.72 \\ -221.70 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} N_2^y \\ V_{x,2}^y \\ V_{y,2}^y \\ M_{y-y,2}^y \\ M_{x-x,2}^y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 58.57 \\ 104.18 \\ 35.97 \\ 220.12 \\ -74.66 \end{Bmatrix}$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 18

1^ο Ερώτημα

Οι ακραίες τιμές exN της αξονικής δύναμης και των ροπών περί τον Χ και Υ άξονα (exM_{x-x} και exM_{y-y}).

$$exN^Y = \sqrt{[N^Y]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} [N^Y]} = \sqrt{[N_1^Y \quad N_2^Y] \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^Y \\ N_2^Y \end{bmatrix}}$$

$$= \sqrt{[39.75 \quad 58.57] \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39.75 \\ 58.57 \end{bmatrix}} = \pm 98.11 \text{ kN}$$

$$exM_{x-x}^Y = \sqrt{[M_{x-x}^Y]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} [M_{x-x}^Y]} = [221.70 \quad -74.66] \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 221.70 \\ -74.66 \end{bmatrix} = \pm 148.03 \text{ kNm}$$

$$exM_{y-y}^Y = \sqrt{[M_{y-y}^Y]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} [M_{y-y}^Y]} = [-77.72 \quad 220.12] \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -77.72 \\ 220.12 \end{bmatrix} = \pm 143.45 \text{ kNm}$$

Η πιθανή ταυτόχρονη προς την exM_{y-y} τιμή της αξονικής δύναμης N.

$$N^Y_{M_{y-y}^Y} = \frac{P_{M_{y-y}^Y, N^Y}}{exM_{y-y}^Y} = \frac{[M_{y-y}^Y]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} [N^Y]}{exM_{y-y}^Y} = \frac{[M_{y-y,1}^Y \quad M_{y-y,2}^Y] \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1^Y \\ N_2^Y \end{bmatrix}}{exM_{y-y}^Y}$$

$$= \frac{[-77.72 \quad 220.12] \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39.75 \\ 58.57 \end{bmatrix}}{\pm 143.45} = \frac{13963.83}{\pm 143.45} = \pm 97.34 \text{ kN}$$

Η πιθανή ταυτόχρονη προς την exM_{y-y} τιμή της ροπής M_{x-x} .

$$M_{x-x}^Y_{M_{y-y}^Y} = \frac{P_{M_{y-y}^Y, M_{x-x}^Y}}{exM_{y-y}^Y} = \frac{[M_{y-y}^Y]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} [M_{x-x}^Y]}{exM_{y-y}^Y} = \frac{[M_{y-y,1}^Y \quad M_{y-y,2}^Y] \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{x-x,1}^Y \\ M_{x-x,2}^Y \end{bmatrix}}{exM_{y-y}^Y}$$

$$= \frac{[-77.72 \quad 220.12] \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -221.70 \\ -74.66 \end{bmatrix}}{\pm 143.45} = \frac{-41823.28}{\pm 143.45} = \mp 291.55 \text{ kNm}$$

2^ο Ερώτημα

Χωρική Επαλληλία

$$exN = \sqrt{(exN^x)^2 + (exN^y)^2} = \sqrt{(96.01)^2 + (98.11)^2} = \pm 137.27 \text{ kN}$$

$$exM_{x-x} = \sqrt{(exM_{x-x}^x)^2 + (exM_{x-x}^y)^2} = \sqrt{(35.04)^2 + (148.03)^2} = \pm 152.12 \text{ kNm}$$

$$exM_{y-y} = \sqrt{(exM_{y-y}^x)^2 + (exM_{y-y}^y)^2} = \sqrt{(481.58)^2 + (143.45)^2} = \pm 502.49 \text{ kNm}$$

Ιδιομορφική Επαλληλία

Σεισμός Χ

$$\begin{aligned} exV_{x-x}^x &= \sqrt{\left[V_{x-x}^x \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[V_{x-x}^x \right]} = \sqrt{\left[V_{x-x,1}^x \quad V_{x-x,2}^x \right] \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{x-x,1}^x \\ V_{x-x,2}^x \end{bmatrix}} \\ &= \sqrt{\begin{bmatrix} 19.31 & 208.31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19.31 \\ 208.31 \end{bmatrix}} = \pm 227.46 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} exV_{y-y}^x &= \sqrt{\left[V_{y-y}^x \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[V_{y-y}^x \right]} = \sqrt{\left[V_{y-y,1}^x \quad V_{y-y,2}^x \right] \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{y-y,1}^x \\ V_{y-y,2}^x \end{bmatrix}} \\ &= \sqrt{\begin{bmatrix} -58.02 & 71.94 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -58.02 \\ 71.94 \end{bmatrix}} = \pm 16.35 \text{ kN} \end{aligned}$$

Σεισμός Υ

$$exV_{x-x}^y = \sqrt{\left[V_{x-x}^y \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[V_{x-x}^y \right]} = \sqrt{\begin{bmatrix} -35.93 & 104.18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -35.93 \\ 104.18 \end{bmatrix}} = \pm 68.73 \text{ kN}$$

$$exV_{y-y}^y = \sqrt{\left[V_{y-y}^y \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[V_{y-y}^y \right]} = \sqrt{\begin{bmatrix} 108.04 & 35.97 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 108.04 \\ 35.97 \end{bmatrix}} = \pm 143.77 \text{ kN}$$

Χωρική επαλληλία

$$exV_{x-x} = \sqrt{(exV_{x-x}^x)^2 + (exV_{x-x}^y)^2} = \sqrt{(227.46)^2 + (68.73)^2} = \pm 237.62 \text{ kN}$$

$$exV_{y-y} = \sqrt{(exV_{y-y}^x)^2 + (exV_{y-y}^y)^2} = \sqrt{(16.35)^2 + (143.77)^2} = \pm 144.70 \text{ kN}$$

3^ο Ερώτημα

Η πιθανή ταυτόχρονη προς την exM_{y-y} τιμή της ροπής M_{x-x} για χωρική επαλληλία των σεισμικών διεγέρσεων κατά Χ και Υ

$$\begin{aligned} M_{x-x}, M_{y-y} &= \frac{P_{M_{y-y}^x, M_{x-x}^x} + P_{M_{y-y}^y, M_{x-x}^y}}{exM_{y-y}} = \frac{\left[M_{y-y}^x \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[M_{x-x}^x \right] + \left[M_{y-y}^y \right]^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \left[M_{x-x}^y \right]}{exM_{y-y}} \\ &= \frac{\begin{bmatrix} 41.77 & 440.15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 119.07 \\ -149.32 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -77.72 & 220.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -221.70 \\ -74.66 \end{bmatrix}}{\pm} \\ &= \frac{-14984.39 - 41823.28}{\pm 502.49} = \mp 113.05 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Η πιθανή ταυτόχρονη προς την exM_{y-y} τιμή της αξονικής δύναμης N για χωρική επαλληλία των σεισμικών διεγέρσεων κατά X και Y.

$$\begin{aligned}
 N_{M_{y-y}} &= \frac{P_{M_{y-y}, N^x} + P_{M_{y-y}, N^y}}{exM_{y-y}} = \frac{\begin{bmatrix} M_{y-y}^x \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{y-y}^y \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^y \end{bmatrix}}{exM_{y-y}} \\
 &= \frac{\begin{bmatrix} 41.77 & 440.15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -21.35 \\ 117.13 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -77.72 & 220.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.9912 \\ 0.9912 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39.75 \\ 58.57 \end{bmatrix}}{\pm 481.58} \\
 &= \frac{46197.94 + 13963.83}{\pm 502.49} = \pm 119.73 \text{ kN}
 \end{aligned}$$