



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΕΥΧΟΣ 1

ΓΙΑΝΝΗΣ Ν. ΨΥΧΑΡΗΣ
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα 2016

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Ελαστική σεισμική απόκριση μονοβάθμιων κατασκευών..... 1-1

1.1. Εισαγωγή.....	1-1
1.1.1 Διατύπωση προβλήματος.....	1-1
1.1.2 Εσωτερικές δυνάμεις επαναφοράς.....	1-2
1.2. Εξίσωση κίνησης.....	1-4
1.3. Ελεύθερες ταλαντώσεις.....	1-5
1.3.1 Περιγραφή της απόκρισης.....	1-5
1.3.2 Υπολογισμός της απόσβεσης.....	1-6
1.4. Απόκριση για αρμονική διέγερση.....	1-7
1.4.1 Δυναμική μεγέθυνση.....	1-7
1.4.2 Πείραμα συντονισμού.....	1-7
1.5. Απόκριση για σεισμική διέγερση.....	1-8
1.5.1 Ολοκλήρωμα Duhamel.....	1-8
1.5.2 Μέθοδος κεντρικής διαφοράς.....	1-8
1.6. Φάσμα απόκρισης.....	1-9
1.6.1 Ορισμός και τρόπος κατασκευής.....	1-9
1.6.2 Ψευδοφάσματα.....	1-11
1.6.3 Όρια φασμάτων.....	1-12
1.6.4 Τετραλογαριθμική μορφή φάσματος.....	1-12
1.6.5 Φάσματα σε μορφή ADRS.....	1-13
1.6.6 Χαρακτηριστικές περιοχές φασμάτων.....	1-13
1.6.7 Ενεργός επιτάχυνση και ενεργός ταχύτητα.....	1-14
1.7. Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού.....	1-15
1.7.1 Τυπική μορφή φάσματος σχεδιασμού.....	1-15
1.7.2 Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού ΕΚ8.....	1-18
1.7.3 Μεθοδολογία Newmark and Hall.....	1-19

Κεφάλαιο 2

Ανελαστική σεισμική απόκριση μονοβάθμιων κατασκευών & βασικές

αρχές αντισεισμικού σχεδιασμού..... 2-1

2.1. Εισαγωγή.....	2-1
2.2. Ανελαστική συμπεριφορά.....	2-2
2.2.1 Εξίσωση κίνησης.....	2-2
2.2.2 Διγραμμικοποίηση καμπύλης ικανότητας.....	2-5
2.3. Μεθοδολογία σεισμικού σχεδιασμού για ανελαστική απόκριση.....	2-7
2.3.1 Σύγκριση ελαστικής και ανελαστικής απόκρισης.....	2-7
2.3.2 Δείκτης πλαστιμότητας μ	2-9
2.3.3 Συντελεστής συμπεριφοράς q	2-9
2.3.4 Ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού ΕΚ8.....	2-12
2.3.5 Σχέση πλαστιμότητας – συντελεστή συμπεριφοράς.....	2-13
2.3.6 Υπολογισμός μετακινήσεων.....	2-16
2.3.7 Ανακεφαλαίωση μεθοδολογίας αντισεισμικού σχεδιασμού.....	2-17

2.4. Ανελαστικά φάσματα απόκρισης.....	2-17
2.5. Γενική και τοπική πλαστιμότητα.....	2-19
2.5.1 Ορισμός	2-19
2.5.2 Βάθρο γέφυρας με ελαστικά εφάδρανα	2-19
2.5.3 Μονώροφο κτίριο με έντονη στροφή.....	2-21

Κεφάλαιο 3

Σεισμική απόκριση και σχεδιασμός πολυβαθμίων συστημάτων..... 3-1

3.1. Εισαγωγή.....	3-1
3.2. Ελαστική απόκριση πολυωρόφου κτιρίου με διαφραγματική λειτουργία.....	3-2
3.2.1 Διαφραγματική λειτουργία.....	3-2
3.2.2 Εξίσωση κίνησης	3-4
3.2.3 Κανονικές μορφές.....	3-7
3.2.4 Ορθογωνικότητα ιδιομορφών.....	3-9
3.2.5 Ιδιομορφική ανάλυση.....	3-9
3.2.6 Ειδικές περιπτώσεις.....	3-12
3.2.7 Παράδειγμα	3-13
3.3. Μέθοδος ανάλυσης φάσματος απόκρισης.....	3-17
3.3.1 Σεισμικά φορτία ιδιομορφής	3-18
3.3.2 Ιδιομορφική εντατική κατάσταση.....	3-19
3.3.3 Συνδυασμός ιδιομορφικών αποκρίσεων	3-20
3.3.4 Ταυτόχρονα μεγέθη	3-22
3.4. Μέθοδος ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης.....	3-24
3.4.1 Προϋποθέσεις εφαρμογής.....	3-24
3.4.2 Θεμελιώδης ιδιοπερίοδος	3-25
3.4.3 Τέμνουσα βάσης.....	3-26
3.4.4 Σεισμικά φορτία ορόφων.....	3-27
3.4.5 Εντατικά μεγέθη μελών.....	3-28
3.5. Χωρική επαλληλία.....	3-28
3.6. Επιρροή της στροφής	3-30
3.6.1 Ορισμοί.....	3-30
3.6.2 Μονώροφο κτίριο	3-31
3.6.3 Στρεπτικά εύκαμπτα συστήματα.....	3-34
3.6.4 Τυχηματική εκκεντρότητα.....	3-39
3.7. Σεισμική απόκριση συνεχών συστημάτων.....	3-40
3.7.1 Διατμητικός πρόβολος.....	3-41
3.7.2 Καμπτικός πρόβολος.....	3-42
3.8. Ικανοτικός σχεδιασμός	3-43
3.8.1 Σκοπός	3-43
3.8.2 Ικανοτική τέμνουσα δοκών	3-44
3.8.3 Αποφυγή σχηματισμού μαλακού ορόφου	3-45
3.8.4 Ικανοτική τέμνουσα υποστυλωμάτων	3-46

Βιβλιογραφία..... 1

Κεφάλαιο 1

Ελαστική σεισμική απόκριση μονοβάθμιων κατασκευών

1.1. Εισαγωγή

1.1.1 Διατύπωση προβλήματος

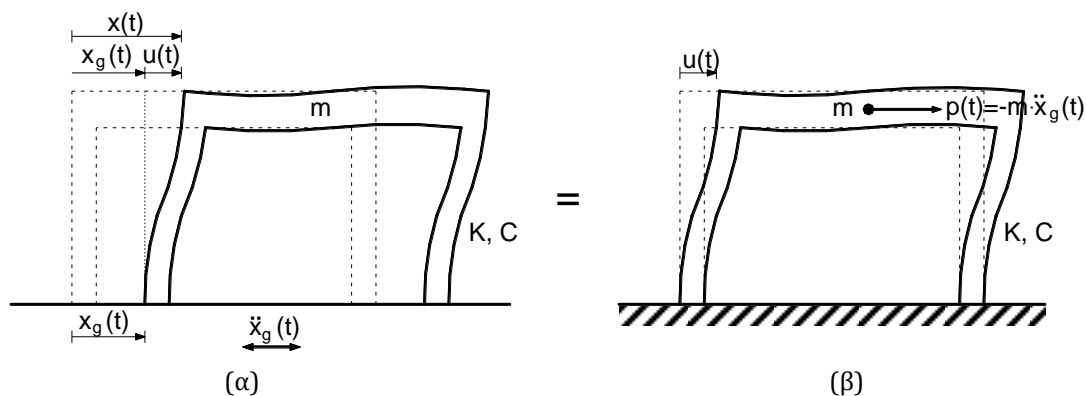
Κατά τη διάρκεια ενός σεισμού, το έδαφος, και επομένως και η βάση μιας κατασκευής που είναι θεμελιωμένη πάνω σ' αυτό, κινείται γρήγορα, με εναλλασόμενο πρόσημο, γύρω από την αρχική θέση ηρεμίας. Από δυναμική θεώρηση, το μέγεθος που μας ενδιαφέρει σε αυτήν την κίνηση της βάσης είναι η επιτάχυνση, η οποία συμβολίζεται με $\ddot{x}_g(t)$.

Η μάζα της κατασκευής, λόγω της αδράνειάς της, δεν ακολουθεί την κίνηση της βάσης αλλά κινείται με διαφορετικό τρόπο κάνοντας μία δική της ταλάντωση [Σχ. 1.1(α)]. Λόγω αυτής της διαφορετικής κίνησης μάζας και βάσης, προκαλείται παραμόρφωση και κατ' επέκταση ένταση στην κατασκευή.

Η μετακίνηση του εδάφους συμβολίζεται με $x_g(t)$ και η σχετική μετακίνηση της μάζας ως προς τη βάση της με $u(t)$. Η συνολική μετακίνηση τη χρονική στιγμή t , μετρούμενη από την αρχική θέση της κατασκευής (απόλυτη μετακίνηση) είναι: $x(t) = x_g(t) + u(t)$

Σύμφωνα με τη θεώρηση d' Alembert:

- Το σύστημα του Σχ. 1.1(α) (πραγματική κατάσταση) είναι ισοδύναμο με το σύστημα του Σχ. 1.1(β).
- Στο σύστημα Σχ. 1.1(β) η βάση δεν κινείται, αλλά στο κέντρο μάζας εξασκείται οριζόντια δύναμη: $p(t) = -m \cdot \ddot{x}_g(t)$.



Σχ. 1.1. Παραμόρφωση της κατασκευής κατά τη διάρκεια σεισμικής καταπόνησης.

1.1.2 Εσωτερικές δυνάμεις επαναφοράς

Λόγω του φορτίου $p(t)$, η κατασκευή παραμορφώνεται και αναπτύσσονται εσωτερικές δυνάμεις επαναφοράς, που τείνουν να επαναφέρουν την κατασκευή στην αρχική θέση ισορροπίας. Το μέγεθος αυτών των δυνάμεων είναι ανάλογο της *δυσκαμψίας* K και της *απόσβεσης* C της κατασκευής, ο υπολογισμός των οποίων παρουσιάζεται παρακάτω.

Δυσκαμψία

Η δυσκαμψία της κατασκευής δηλώνει το μέγεθος της αντίστασης που παρουσιάζει στην παραμόρφωσή της. Εάν K είναι η συνολική δυσκαμψία της κατασκευής, η δύναμη επαναφοράς $f_s(t)$ που αναπτύσσεται για σχετική μετακίνηση της μάζας ως προς τη βάση $u(t)$, δηλαδή η εσωτερική δύναμη που ενεργεί στη μάζα m μέσω των υποστυλωμάτων, συνδέεται με τη σχετική μετακίνηση $u(t)$ με τη σχέση:

$$f_s(t) = K \cdot u(t) \quad (1.1)$$

Η δυσκαμψία της κατασκευής προέρχεται από τη δυσκαμψία των υποστυλωμάτων, η οποία επηρεάζεται από τη δυνατότητα στροφής στα άκρα τους. Έτσι, σε μία πλαισιακή κατασκευή με υποστυλώματα πακτωμένα στη βάση τους (παραδοχή απαραμόρφωτης θεμελίωσης), η δυσκαμψία κάθε υποστυλώματος εξαρτάται από τη δυνατότητα στροφής στην κορυφή του, την οποία καθορίζει η σχετική δυσκαμψία δοκού-υποστυλώματος.

Για δοκούς με μεγάλη ροπή αδράνειας ως προς τη ροπή αδράνειας των υποστυλωμάτων ($I_{δοκ} \gg I_{υπ}$), τα υποστυλώματα συμπεριφέρονται ως **αμφίπακτα** και η δυσκαμψία κάθε υποστυλώματος μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση (αγνοώντας το έργο από τέμνουσες):

$$K_i = \frac{12EI_y}{h^3} \quad (1.2)$$

όπου

E = μέτρο ελαστικότητας του υλικού

h = ύψος του υποστυλώματος

I_y = ροπή αδράνειας της διατομής ως προς άξονα κάθετο στη διεύθυνση κίνησης (ως διεύθυνση κίνησης θεωρείται η διεύθυνση x).

Στην άλλη ακραία περίπτωση, στην οποία η ροπή αδρανείας των δοκών είναι μικρή ως προς αυτή των υποστυλωμάτων ($I_{δοκ} \ll I_{υπ}$), τα υποστυλώματα συμπεριφέρονται ως **μονόπακτα**, δηλαδή ως να ήταν ελεύθερη η στρόφη στην κορυφή τους, και η δυσκαμψία κάθε υποστυλώματος μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$K_i = \frac{3EI_y}{h^3} \quad (1.3)$$

Σε συνήθεις περιπτώσεις κτιρίων, η πραγματική συμπεριφορά των υποστυλωμάτων δεν είναι πλήρως αμφίπακτη, αφού πάντοτε υπάρχει ενδοσιμότητα στη στρόφη των άκρων του (οι δοκοί και η θεμελίωση προσφέρουν *μερική πάκτωση* στην κορυφή και τη βάση των στύλων). Επομένως, στην πραγματικότητα ισχύει:

$$K_i = \frac{\lambda EI_y}{h^3} \quad (1.4)$$

όπου ο συντελεστής λ παίρνει τιμές μεταξύ 3 και 12.

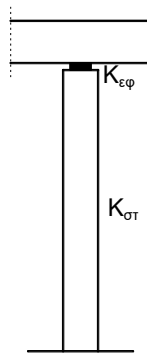
Εάν ένα υποστυλώμα i αποτελείται από τμήματα με διαφορετικές επιμέρους δυσκαμψίες K_{ij} που συνδέονται μεταξύ τους εν σειρά, η συνολική δυσκαμψία του K_i υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{K_i} = \sum_j \frac{1}{K_{ij}} \quad (1.5)$$

Παράδειγμα

Ένα βάθρο γέφυρας αποτελείται από στύλο από Ω.Σ. και εφέδρανα (Σχ. 1.2). Εάν $K_{στ}$ και $K_{εφ}$ η δυσκαμψία του στύλου και η ατένεια των εφεδράνων, αντίστοιχα, η σχέση (1.5) οδηγεί στην παρακάτω εξίσωση για τη συνολική δυσκαμψία του βάθρου:

$$K_{\text{βάθρου}} = \frac{K_{στ} \cdot K_{εφ}}{K_{στ} + K_{εφ}} \quad (1.6)$$



Σχ. 1.2. Βάθρο γέφυρας με εφέδρανα.

Θεωρώντας ότι τα υποστυλώματα της κατασκευής του Σχ. 1.1 συνδέονται μεταξύ τους με σύστημα δοκών-πλάκας που πρακτικά είναι απαραμόρφωτο στο επίπεδο της πλάκας, όλα τα υποστυλώματα έχουν την ίδια μετακίνηση στην κορυφή τους, ίση με τη σχετική μετακίνηση της μάζας, u . Επομένως, η τέμνουσα που θα αναπτυχθεί σε κάθε υποστυλώμα είναι:

$$V_i = K_i \cdot u \quad (1.7)$$

Η δύναμη επαναφοράς ισούται με τη συνολική τέμνουσα, επομένως:

$$f_s = \sum V_i = \left(\sum K_i \right) \cdot u \quad (1.8)$$

Συγκρίνοντας την (1.1) με την (1.8) προκύπτει ότι η συνολική δυσκαμψία της κατασκευής είναι:

$$K = \sum K_i \quad (1.9)$$

Η σχέση (1.9) δίνει τη συνολική δυσκαμψία ενός κτιρίου, εάν είναι γνωστές οι δυσκαμψίες των υποστυλωμάτων. Η συνολική δυσκαμψία K μπορεί να υπολογιστεί και απ' ευθείας από την (1.1) ως εξής:

- Επιβάλλεται οριζόντιο φορτίο f_s
- Υπολογίζεται η μετακίνηση u
- Η δυσκαμψία της κατασκευής προκύπτει από τη σχέση: $K = f_s / u$.

Απόσβεση

Όλες οι κατασκευές κατά την ταλάντωσή τους παρουσιάζουν *απόσβεση*, δηλαδή απορρόφηση ενέργειας. Αποτέλεσμα της απόσβεσης είναι η σταδιακή μείωση των ελεύθερων ταλαντώσεων με το χρόνο. Απόσβεση παρατηρείται και σε ιδανικά υλικά και οφείλεται στην εσωτερική τριβή που αναπτύσσεται κατά την παραμόρφωση. Σε πραγματικές κατασκευές οφείλεται επιπρόσθετα και σε άλλους παράγοντες, όπως σε μικρορωγμές που εμφανίζονται σε κατασκευές από Ω.Σ., στην τριβή που αναπτύσσεται στους κόμβους μεταλλικών κατασκευών, στην ανελαστική παραμόρφωση των μη-φερόντων στοιχείων (π.χ. τοιχοποιίες) κ.λπ.

Στη μαθηματική προσομοίωση της απόσβεσης θεωρούμε ότι αναπτύσσεται μία πρόσθετη δύναμη επαναφοράς $f_d(t)$, η οποία είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας $\dot{u}(t)$ (θεώρηση ισοδύναμου βισκοϊξώδους ρευστού):

$$f_d(t) = C \cdot \dot{u}(t) \quad (1.10)$$

Η τιμή του συντελεστή C δεν είναι εύκολο να υπολογιστεί, γι' αυτό στην πράξη χρησιμοποιείται ο συντελεστής απόσβεσης ζ , ο οποίος εκφράζει την απόσβεση ως ποσοστό της *κρίσιμης*. Ο συντελεστής ζ ορίζεται παρακάτω.

1.2. Εξίσωση κίνησης

Όπως φαίνεται στο Σχ. 1.3, οι δυνάμεις που ασκούνται στη μάζα στην οριζόντια διεύθυνση είναι οι p , f_s και f_d . Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει:

$$p - f_s - f_d = m\ddot{u} \quad (1.11)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις που δίνουν τις p , f_s και f_d στην (1.11) προκύπτει:

$$m\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -m\ddot{x}_g \quad (1.12)$$

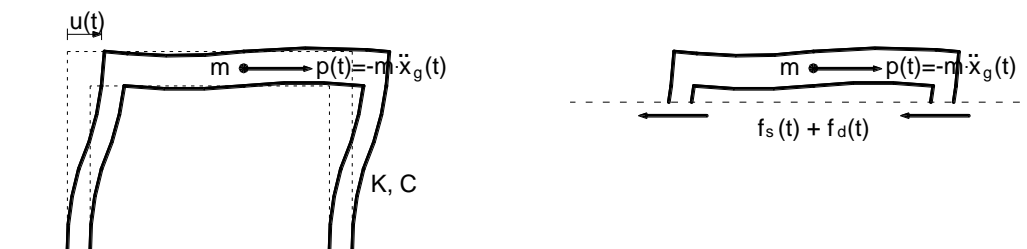
ή διαιρώντας με την μάζα m :

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{x}_g \quad (1.13)$$

όπου ω είναι η *ιδιοσυχνότητα* της κατασκευής που ορίζεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (1.14)$$

και ζ ο *συντελεστής απόσβεσης* που ορίζεται από τη σχέση:



Σχ. 1.3. Οριζόντιες δυνάμεις στη μάζα της κατασκευής.

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{mK}} \quad (1.15)$$

Αντί για την ιδιοσυχνότητα, πολλές φορές χρησιμοποιείται η *ιδιοπερίοδος* T της κατασκευής, η οποία σχετίζεται με την ιδιοσυχνότητα μέσω της σχέσης:

$$T = 2\pi/\omega \quad (1.16)$$

Επομένως,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (1.17)$$

Η ιδιοσυχνότητα και η ιδιοπερίοδος της κατασκευής εξαρτώνται μόνο από τη μάζα και τη δυσκαμψία της και όχι από τη διέγερση.

Ο συντελεστής απόσβεσης ζ είναι καθαρός αριθμός (δεν έχει διαστάσεις) και μπορεί να υπολογιστεί πειραματικά. Εξαρτάται κυρίως από το υλικό της κατασκευής. Για συνήθεις κατασκευές πολιτικού μηχανικού είναι πάντοτε μικρότερος της μονάδας. Συνήθεις τιμές απόσβεσης δίνονται στον Πίνακα 1.1.

Πίνακας 1.1. Συνήθεις τιμές απόσβεσης των κατασκευών.

Περιγραφή κατασκευής	ζ (%)
Οπλισμένο σκυρόδεμα	3-5
Προεντεταμένο σκυρόδεμα	2-3
Μεταλλικές κατασκευές με συγκολλητές συνδέσεις	2-3
Μεταλλικές κατασκευές με κοχλιωτές συνδέσεις	5-7

1.3. Ελεύθερες ταλαντώσεις

1.3.1 Περιγραφή της απόκρισης

Εάν $\ddot{x}_g = 0$, το σύστημα εκτελεί ελεύθερες ταλαντώσεις (δηλαδή ταλαντώσεις χωρίς επιβαλλόμενο φορτίο) που διέπονται από την εξίσωση:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + \omega^2 u = 0 \quad (1.18)$$

Για να ξεκινήσουν οι ελεύθερες ταλαντώσεις, η κατασκευή πρέπει να διεγερθεί με κάποιο τρόπο. Αυτό μπορεί να γίνει δίνοντας μία αρχική μετακίνηση, $u_0 = u(0)$, ή μία αρχική ταχύτητα $\dot{u}_0 = \dot{u}(0)$, ή και τα δύο ταυτόχρονα.

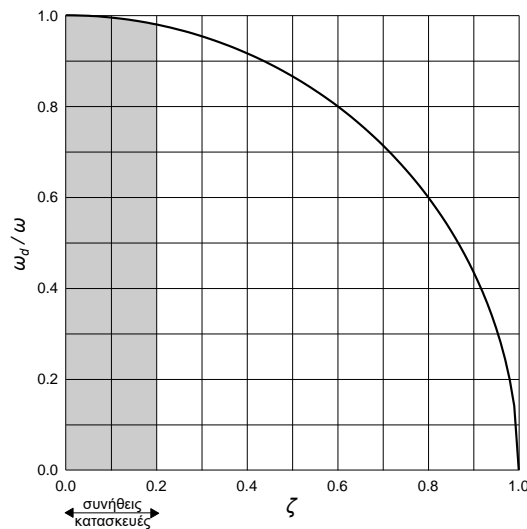
Η λύση της (1.18) είναι:

$$u(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[u_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\dot{u}_0 + \zeta\omega u_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right] \quad (1.19)$$

όπου ω_d είναι η ιδιοσυχνότητα με απόσβεση που δίνεται από τη σχέση:

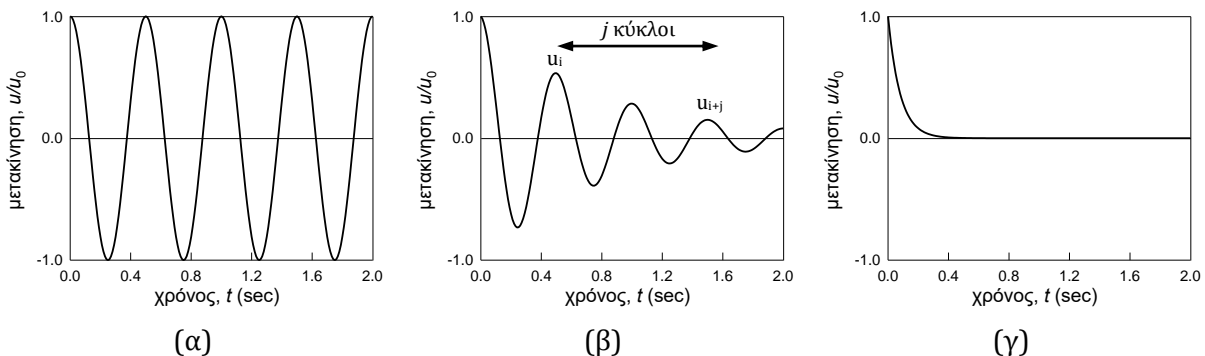
$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.20)$$

Για συνήθεις κατασκευές με $\zeta \leq 0.20$ συνήθως τίθεται $\omega_d \equiv \omega$ που είναι μία αρκετά καλή προσέγγιση όπως φαίνεται στο Σχ. 1.4, στο οποίο δίνεται η μεταβολή του λόγου ω_d/ω για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης ζ .



Σχ. 1.4. Μεταβολή του λόγου ω_d/ω για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης ζ .

Στο Σχ. 1.5 δίνεται η απόκριση ενός συστήματος με $T = 0.5$ sec, αρχική μετακίνηση u_0 και: (α) μηδενική απόσβεση, (β) απόσβεση $\zeta = 0.10$ και (γ) απόσβεση $\zeta = 1$. Για μηδενική απόσβεση (Σχ. 1.5(α)), ο χρόνος που απαιτείται για κάθε κύκλο ταλάντωσης ισούται με την ιδιοπερίοδο T . Για απόσβεση διάφορη του μηδενός (Σχ. 1.5(β)), ο χρόνος που απαιτείται για κάθε κύκλο ταλάντωσης ισούται με την τιμή $T_d = 2\pi/\omega_d$. Προσέξτε τη μείωση του πλάτους με τους κύκλους ταλάντωσης. Τέλος, για απόσβεση $\zeta = 1$ η κατασκευή δεν κάνει ταλαντώσεις και επανέρχεται στην αρχική θέση ισορροπίας χωρίς η μετακίνηση να αλλάξει πρόσημο. Γι' αυτό, η τιμή $\zeta = 1$ ονομάζεται *κρίσιμη απόσβεση*.



Σχ. 1.5. Ελεύθερες ταλαντώσεις μονοβάθμιου συστήματος με $T = 0.5$ sec για αρχική μετακίνηση u_0 και: (α) $\zeta = 0$, (β) $\zeta = 0.10$, (γ) $\zeta = 1$.

1.3.2 Υπολογισμός της απόσβεσης

Από την καταγραφή των μετακινήσεων κατά τη διάρκεια ενός πειράματος ελεύθερων ταλαντώσεων μπορεί να υπολογιστεί η απόσβεση της κατασκευής με βάση το ρυθμό μείωσης του πλάτους ταλάντωσης. Συγκεκριμένα, εάν u_i είναι το πλάτος ταλάντωσης του i κύκλου και u_{i+j} είναι το πλάτος ταλάντωσης του $i+j$ κύκλου (Σχ. 1.5(β)), ο συντελεστής απόσβεσης δίνεται από τη σχέση:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \cdot \ln \left(\frac{u_i}{u_{i+j}} \right) \quad (1.21)$$

Εκτός από αυτή τη μέθοδο, η απόσβεση μιας κατασκευής μπορεί να υπολογιστεί πειραματικά και από το πείραμα συντονισμού, όπως αναφέρεται παρακάτω.

1.4. Απόκριση για αρμονική διέγερση

1.4.1 Δυναμική μεγέθυνση

Έστω ότι το έδαφος κινείται αρμονικά με συχνότητα ω_g (περίοδος διέγερσης: $T_g = 2\pi/\omega_g$). Η μετακίνηση του εδάφους περιγράφεται από τη σχέση: $x_g(t) = x_{g,\max} \sin(\omega_g t)$ και η επιτάχυνση από τη σχέση: $\ddot{x}_g(t) = -\ddot{x}_{g,\max} \sin(\omega_g t)$, όπου $\ddot{x}_{g,\max} = \omega_g^2 x_{g,\max}$.

Η δύναμη d' Alembert που εξασκείται στην κατασκευή είναι: $p(t) = m\ddot{x}_{g,\max} \sin(\omega_g t)$. Εάν η μέγιστη τιμή της $p(t)$ εφαρμοζόταν στην κατασκευή *στατικά*, η μετακίνηση θα ήταν:

$$u_{st} = \frac{p_{\max}}{K} = \frac{m\ddot{x}_{g,\max}}{K} \quad (1.22)$$

Επειδή το φορτίο εφαρμόζεται *δυναμικά*, η κατασκευή θα κάνει ταλαντώσεις, οι οποίες μετά από ένα αρχικό μεταβατικό στάδιο θα είναι αρμονικές με την ίδια συχνότητα με αυτή της διέγερσης, δηλαδή, $u(t) = u_{\max} \sin(\omega_g t)$.

Το πλάτος ταλάντωσης, u_{\max} , θα είναι διαφορετικό από τη στατική μετακίνηση u_{st} . Ο λόγος u_{\max}/u_{st} εκφράζει τη μεγέθυνση ή μείωση της δυναμικής απόκρισης σε σύγκριση με τη στατική και ονομάζεται *δυναμική μεγέθυνση*. Δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{u_{\max}}{u_{st}} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega_g/\omega)^2]^2 + [2\zeta(\omega_g/\omega)]^2}} \quad (1.23)$$

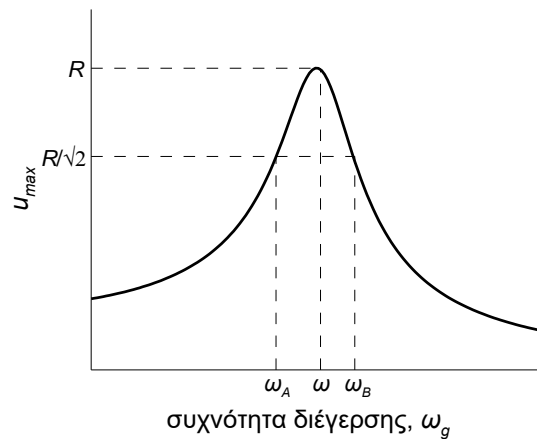
Προσέξτε ότι:

- Η δυναμική μεγέθυνση εξαρτάται από το λόγο της συχνότητας της διέγερσης προς την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής και μπορεί να είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη μονάδα.
- Η μέγιστη απόκριση (βλ. Σχ. 1.6) συμβαίνει για $\omega_g \approx \omega$ (συντονισμός).

1.4.2 Πείραμα συντονισμού

Με το πείραμα συντονισμού μπορεί να υπολογιστεί η ιδιοσυχνότητα και η απόσβεση μιας κατασκευής. Το πείραμα συντονισμού εκτελείται ως εξής:

- Επιβάλλονται ημιτονικές διεγέρσεις για διάφορες συχνότητες διέγερσης και για κάθε συχνότητα υπολογίζεται το πλάτος ταλάντωσης της κατασκευής.
- Κατασκευάζεται η καμπύλη συντονισμού, η οποία δίνει το πλάτος απόκρισης ανάλογα με τη συχνότητα διέγερσης, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.6.



Σχ. 1.6. Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας και απόσβεσης από το πείραμα συντονισμού.

Υπολογισμός ιδιοσυχνότητας

Για συνήθεις τιμές αποσβέσεων ($\zeta \leq 0.20$), η μέγιστη τιμή της καμπύλης συντονισμού αντιστοιχεί προσεγγιστικά στην ιδιοσυχνότητα της κατασκευής.

Υπολογισμός απόσβεσης

Από την καμπύλη συντονισμού υπολογίζονται οι συχνότητες ω_A και ω_B που αντιστοιχούν σε τιμή $R/\sqrt{2}$, όπου R η μέγιστη τιμή της καμπύλης. Ο συντελεστής απόσβεσης δίνεται από τη σχέση:

$$\zeta = \frac{\omega_B - \omega_A}{2\omega} \quad (1.24)$$

1.5. Απόκριση για σεισμική διέγερση

1.5.1 Ολοκλήρωμα Duhamel

Για τυχαία διέγερση βάσης με επιτάχυνση $\ddot{x}_g(t)$, η απόκριση μπορεί να υπολογιστεί από το ολοκλήρωμα Duhamel:

$$u(t) = \frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega_d(t-\tau)] d\tau \quad (1.25)$$

όπου τ είναι η μεταβλητή της ολοκλήρωσης που παίρνει τιμές στο διάστημα $0 \leq \tau \leq t$. Για τον υπολογισμό της ιστορίας $u(t)$ απαιτείται εφαρμογή της Εξ. (1.25) για κάθε t .

Στην πράξη, αντί της Εξ. (1.25) η απόκριση $u(t)$ υπολογίζεται με απ' ευθείας ολοκλήρωση της Εξ. (1.13) με αριθμητικές μεθόδους. Παρακάτω παρουσιάζεται μία τέτοια απλή μέθοδος.

1.5.2 Μέθοδος κεντρικής διαφοράς

Μία απλή μέθοδος για την απ' ευθείας ολοκλήρωση της εξίσωσης κίνησης είναι η *μέθοδος της κεντρικής διαφοράς*. Παρά την απλότητά της, η μέθοδος δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα εάν δεν απαιτείται πολύ μεγάλη ακρίβεια. Στην πράξη, συνήθως χρησιμοποιούνται περισσότερο

ακριβείς μέθοδοι, εδώ όμως παραυσιάζεται η μέθοδος της κεντρικής διαφοράς λόγω της απλότητάς της και της ευκολίας προγραμματισμού της σε φύλλο excel.

Ο υπολογισμός της μετακίνησης γίνεται σταδιακά σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές που απέχουν μεταξύ τους χρόνο ίσο με το βήμα ολοκλήρωσης Δt .

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε υπολογίσει τη μετακίνηση μέχρι το βήμα i και θέλουμε να υπολογίσουμε τη μετακίνηση u_{i+1} που αντιστοιχεί στο βήμα $i+1$. Έστω u_{i-1} και u_i οι μετακινήσεις που υπολογίστηκαν στα βήματα $i-1$ και i αντίστοιχα. Η μετακίνηση στο βήμα $i+1$ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u_{i+1} = \frac{\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (1.26)$$

όπου

$$\hat{p}_i = -m\ddot{x}_{g,i} - \left[\frac{m}{(\Delta t)^2} - \frac{C}{2\Delta t} \right] u_{i-1} - \left[K - \frac{2m}{(\Delta t)^2} \right] u_i \quad (1.27)$$

$$\hat{k} = \frac{m}{(\Delta t)^2} + \frac{C}{2\Delta t} \quad (1.28)$$

και $\ddot{x}_{g,i}$ είναι η επιτάχυνση του εδάφους τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο βήμα i .

Σύμφωνα με αυτές τις σχέσεις, για τον υπολογισμό της μετακίνησης u_1 στο 1^ο βήμα απαιτείται να γνωρίζουμε τη μετακίνηση στα βήματα 0 και -1. Το βήμα 0 αντιστοιχεί στις αρχικές συνθήκες (τη χρονική στιγμή $t = 0$) και επομένως οι τιμές u_0 και \dot{u}_0 θεωρούνται γνωστές (συνήθως έχουμε μηδενικές αρχικές συνθήκες, άρα $u_0 = 0$ και $\dot{u}_0 = 0$). Η τιμή της u_{-1} υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u_{-1} = u_0 - (\Delta t)\dot{u}_0 + \frac{(\Delta t)^2}{2}\ddot{u}_0 \quad (1.29)$$

όπου

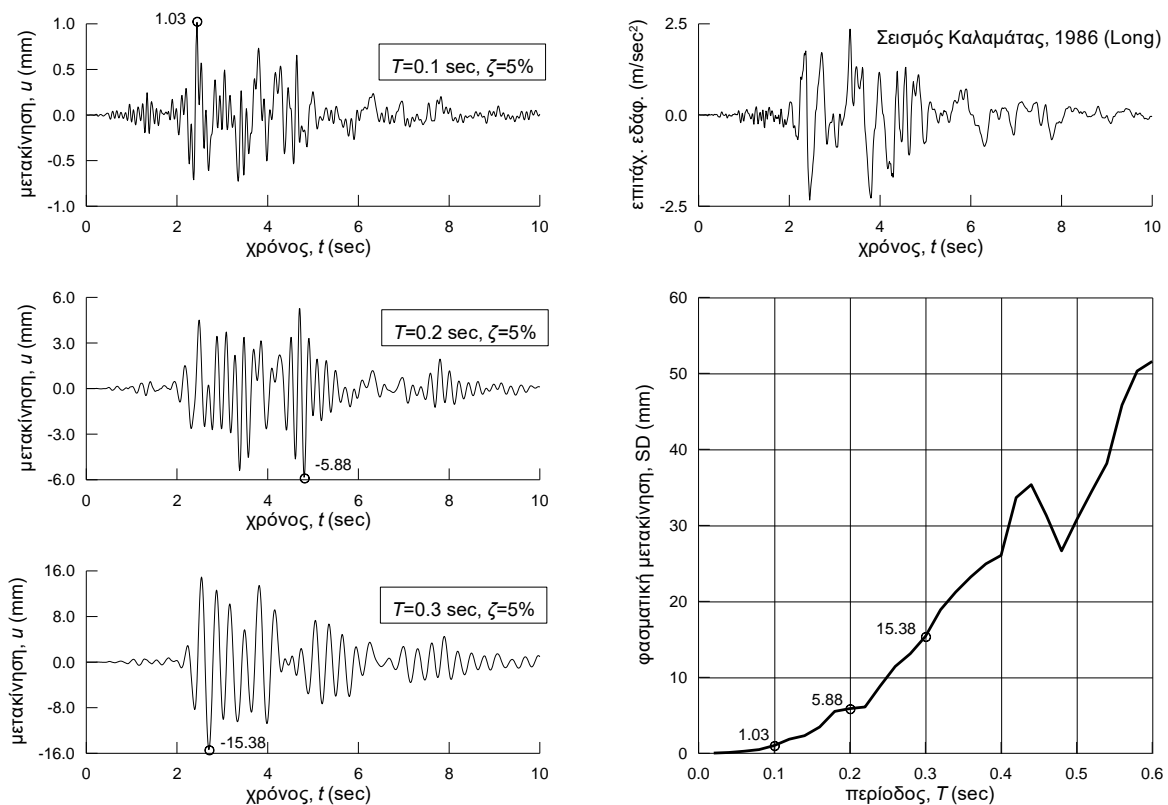
$$\ddot{u}_0 = \frac{-m\ddot{x}_{g,0} - C\dot{u}_0 - Ku_0}{m} \quad (1.30)$$

1.6. Φάσμα απόκρισης

1.6.1 Ορισμός και τρόπος κατασκευής

Το φάσμα απόκρισης είναι ένα διάγραμμα που δίνει τη μέγιστη τιμή κάποιου μεγέθους απόκρισης (π.χ. απόλυτη επιτάχυνση, σχετική μετακίνηση, κλπ) που θα αναπτυχθεί σε μονοβάθμιους ταλαντωτές με συγκεκριμένη απόσβεση ζ σε κάποια δεδομένη σεισμική διέγερση. Εφόσον η απόσβεση είναι ίδια σε όλους τους ταλαντωτές, η παράμετρος που προσδιορίζει τις ιδιότητες κάθε ταλαντωτή είναι η ιδιοπερίοδός του.

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να κατασκευάσουμε το φάσμα απόκρισης σχετικών μετακινήσεων για κάποια τιμή απόσβεσης, π.χ. $\zeta = 5\%$, ενός δεδομένου σεισμού. Η διαδικασία που ακολουθούμε είναι η εξής (Σχ. 1.7):



Σχ. 1.7. Μέθοδος κατασκευής φάσματος απόκρισης.

- Καθορισμός ιδιοπεριόδου T του ταλαντωτή για την οποία θα γίνει ο υπολογισμός της τιμής του φάσματος, π.χ. $T = 0.1 \text{ sec}$.
- Υπολογισμός της χρονοϊστορίας της απόκρισης, $u(t)$, για τη δεδομένη σεισμική διέγερση (π.χ. με τη μέθοδο κεντρικής διαφοράς). Στο παράδειγμα του Σχ. 1.7 για το σεισμό της Καλαμάτας (1986), αυτή η χρονοϊστορία δίνεται στο πάνω διάγραμμα της αριστερής στήλης.
- Υπολογισμός της απόλυτης τιμής της μέγιστης μετακίνησης, $\max|u(t)|$. Για το σεισμό της Καλαμάτας, αυτή η τιμή προκύπτει 1.03 mm.
- Επανάληψη της διαδικασίας για πολλές τιμές περιόδων T και κατασκευή του διαγράμματος $\max|u(t)|$ ως προς T .

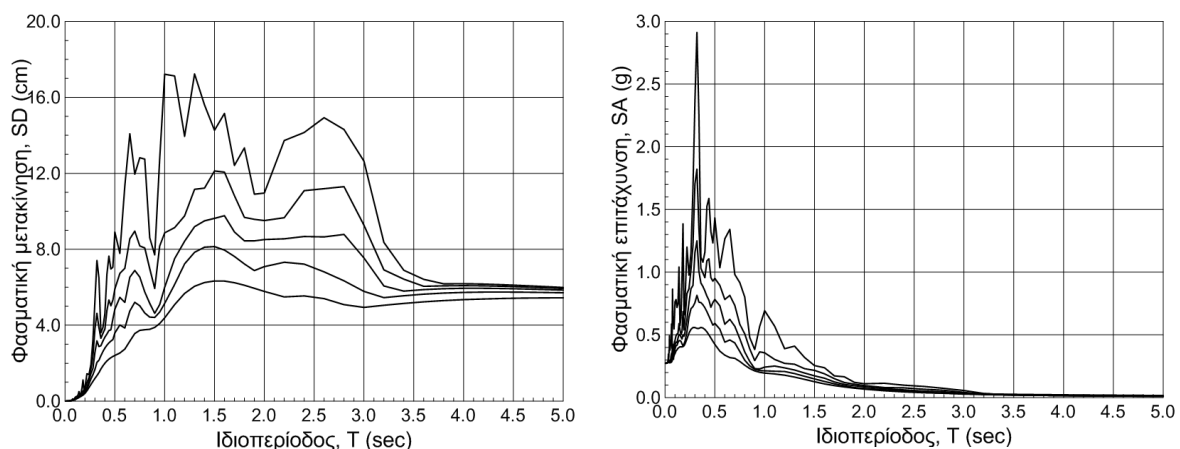
Επειδή τα φάσματα δεν είναι ομαλές καμπύλες, αλλά παρουσιάζουν αιχμές, η διακριτοποίηση των τιμών ιδιοπεριόδων πρέπει να είναι πυκνή, ώστε το διάγραμμα που θα προκύψει να περιλαμβάνει όλες τις αιχμές.

Από την καμπύλη που προκύπτει με αυτή τη διαδικασία (κάτω δεξιά διάγραμμα του Σχ. 1.7) μπορεί να υπολογιστεί η μέγιστη μετακίνηση οποιασδήποτε κατασκευής με απόσβεση ίση με αυτή του φάσματος στη δεδομένη σεισμική διέγερση. Αυτό επιτυγχάνεται προβάλλοντας το σημείο της καμπύλης που αντιστοιχεί στην ιδιοπερίοδο της κατασκευής στον άξονα των φασματικών μετακινήσεων. Για παράδειγμα, από το φάσμα του Σχ. 1.7 προκύπτει ότι μία κατασκευή στην Καλαμάτα με ιδιοπερίοδο $T = 0.25 \text{ sec}$ και απόσβεση $\zeta = 5\%$ θα είχε αναπτύξει μέγιστη μετακίνηση 10 mm.

Εκτός από τη σχετική μετακίνηση, φάσμα απόκρισης μπορεί να κατασκευαστεί και για οποιοδήποτε άλλο μέγεθος (π.χ. απόλυτη επιτάχυνση). Συνήθως κατασκευάζονται:

- Φάσμα απόκρισης *σχετικών μετακινήσεων*
Δίνει τις τιμές $\max|u(t)|$ και συμβολίζεται με **SD** ή **S_d** (Spectral Displacement)
- Φάσμα απόκρισης *σχετικών ταχυτήτων*
Δίνει τις τιμές $\max|\dot{u}(t)|$ και συμβολίζεται με **SV** ή **S_v** (Spectral Velocity)
- Φάσμα απόκρισης *απόλυτων επιταχύνσεων*
Δίνει τις τιμές $\max|\ddot{x}(t)|$ και συμβολίζεται με **SA** ή **S_a** (Spectral Acceleration)

Για συνήθεις τιμές ιδιοπεριόδων και συντελεστών απόσβεσης, αύξηση της απόσβεσης γενικά συνεπάγεται μείωση των φασματικών τιμών. Γι' αυτό συνήθως, στο ίδιο διάγραμμα κατασκευάζονται φάσματα απόκρισης που αντιστοιχούν σε διαφορετικούς συντελεστές απόσβεσης (Σχ. 1.8). Η αντιστοίχιση κάθε καμπύλης με τον αντίστοιχο συντελεστή απόσβεσης, παρότι δεν δηλώνεται ρητά στα αντίστοιχα διαγράμματα, είναι εύκολο να γίνει με εφαρμογή της παραπάνω παρατήρησης.



Σχ. 1.8. Φάσματα απόκρισης σχετικών μετακινήσεων και απόλυτων επιταχύνσεων του σεισμού της Καλαμάτας (1986, Νομαρχία, διεύθυνση Trans) για $\zeta = 0, 2, 5, 10$ και 20% .

1.6.2 Ψευδοφάσματα

Για μικρές τιμές του συντελεστή απόσβεσης ισχύει προσεγγιστικά:

$$SA \cong \omega^2 \cdot SD = PSA \quad (1.31)$$

$$SV \cong \omega \cdot SD = PSV \quad (1.32)$$

όπου:

PSA (Pseudo Spectral Acceleration) = ψευδοφασματική επιτάχυνση και

PSV (Pseudo Spectral Velocity) = ψευδοφασματική ταχύτητα.

Οι σχέσεις (1.31) και (1.32) είναι ακριβείς για μηδενική απόσβεση και ισχύουν με ικανοποιητική προσέγγιση για αποσβέσεις έως 20% , εκτός από την περιοχή των μεγάλων περιόδων όπου η (1.32) παρουσιάζει σημαντικό σφάλμα.

Η χρήση των ψευδοτιμών *PSA* και *PSV*, αντί των ακριβών φασματικών τιμών *SA* και *SV* αντίστοιχα, επιτρέπει τον υπολογισμό των φασμάτων απόλυτων επιταχύνσεων και σχετικών ταχυτήτων από το φάσμα σχετικών μετακινήσεων *SD*, χωρίς να επαναληφθεί η παραπάνω διαδικασία κατασκευής φασμάτων που θα απαιτούνταν για την κατασκευή των *SA* και *SV*. Σημειώνεται ότι το φάσμα σχετικών μετακινήσεων είναι αυτό που κατασκευάζεται πρώτο, γι' αυτό είναι πάντα ακριβές και ποτέ ψευδοφάσμα.

1.6.3 Όρια φασμάτων

Τα φάσματα τείνουν σε χαρακτηριστικές τιμές για πολύ μικρές και πολύ μεγάλες περιόδους ως εξής (συνιστάται η κατανόηση της φυσικής σημασίας των παρακάτω ορίων):

- Για πολύ δύσκαμπτες κατασκευές ($T \rightarrow 0$) :

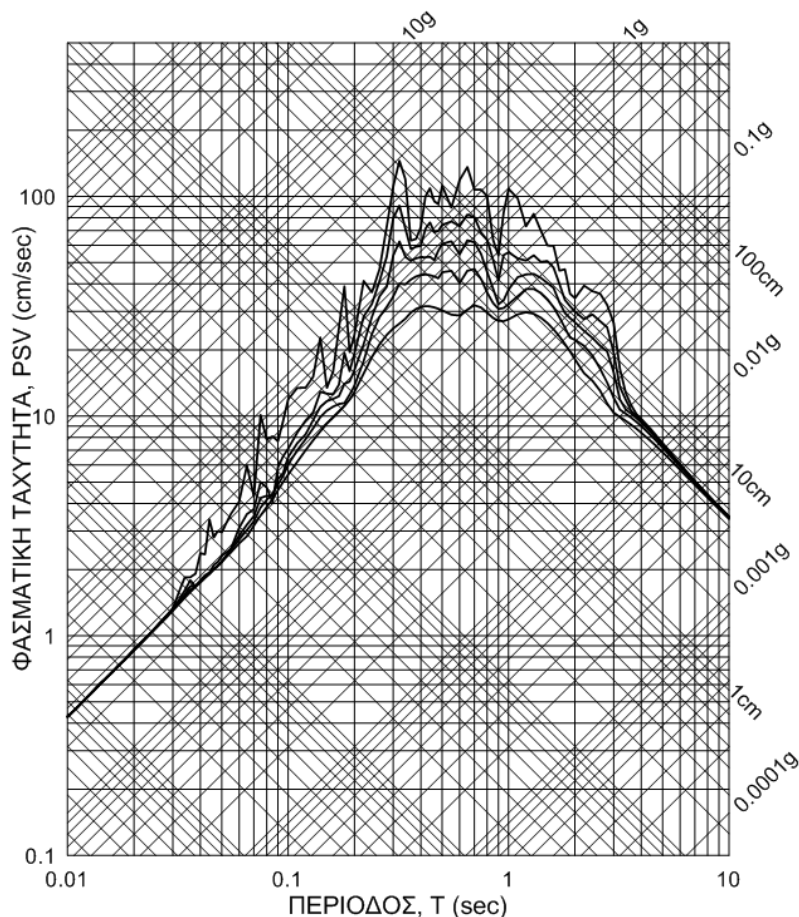
$$SD \rightarrow 0 \quad SV \rightarrow 0 \quad SA \rightarrow \ddot{x}_{g,\max}$$

- Για πολύ εύκαμπτες κατασκευές ($T \gg 1$):

$$SD \rightarrow x_{g,\max} \quad SV \rightarrow \dot{x}_{g,\max} \quad SA \rightarrow 0$$

1.6.4 Τετραλογαριθμική μορφή φάσματος

Οι λογαριθμικά γραμμικές σχέσεις (1.31) και (1.32) επιτρέπουν τη σχεδίαση και των τριών φασμάτων σε ένα τριμερές διάγραμμα με λογαριθμικούς άξονες (Σχ. 1.9). Ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στην ιδιοπερίοδο T και ο κατακόρυφος στην ψευδοταχύτητα PSV . Εκτός από αυτούς τους άξονες, υπάρχουν δύο ακόμη άξονες υπο γωνία 45° και 135° που αντιστοιχούν στη φασματική μετακίνηση SD και την ψευδοεπιτάχυνση PSA .



Σχ. 1.9. Φάσματα απόκρισης του σεισμού της Καλαμάτας (1986) για $\zeta = 0, 2, 5, 10$ και 20% σε τετραλογαριθμική μορφή.

Προβολή ενός σημείου του φάσματος, που αντιστοιχεί σε περίοδο T , στους τρεις άξονες SD , PSV και PSA δίνει τις τιμές των αντίστοιχων φασματικών μεγεθών για μονοβάθμιους ταλαντωτές με αυτή την ιδιοπερίοδο. Σημειώνεται ότι, αντί για τους κεκλιμένους άξονες PSA και

SD , συνήθως δίνονται οι τιμές που αντιστοιχούν στις αντίστοιχες gridlines, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.9.

Αυτή η απεικόνιση του φάσματος ονομάζεται *τετραλογαριθμική μορφή φάσματος*, λόγω των τεσσάρων λογαριθμικών αξόνων των φασματικών μεγεθών. Πολλές φορές αναφέρεται επίσης και ως *τριλογαριθμική* λόγω της λογαριθμικής απεικόνισης των τριών φασματικών μεγεθών.

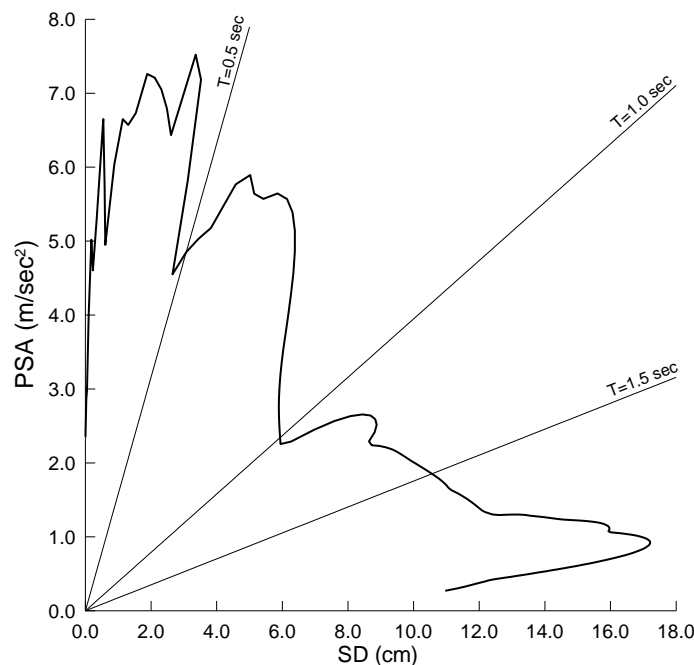
1.6.5 Φάσματα σε μορφή ADRS

Στην απεικόνιση των φασμάτων σε μορφή ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectrum), ο κατακόρυφος άξονας αντιστοιχεί στη φασματική ψευδοεπιτάχυνση PSA και ο οριζόντιος στη φασματική μετακίνηση SD . Τα φάσματα ADRS δίνουν τη σχέση μεταξύ της επιτάχυνσης της κατασκευής, και επομένως του σεισμικού φορτίου που αναπτύσσεται, και της μετακίνησης που αυτό προκαλεί.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.31) προκύπτει:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{SD}{PSA}} \quad (1.33)$$

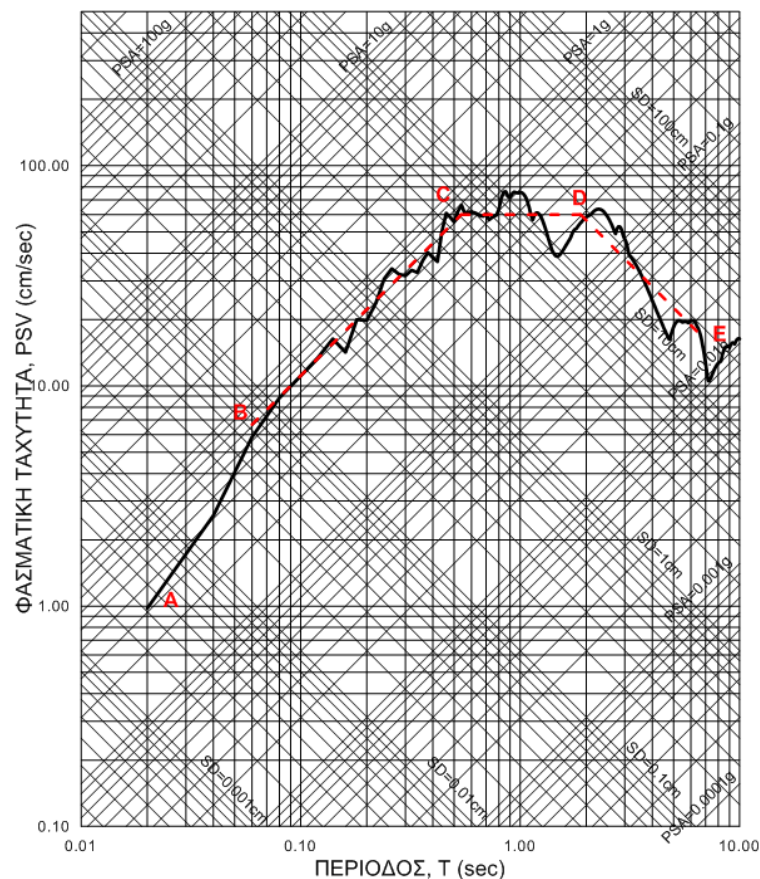
Επομένως, ακτινικές γραμμές από την αρχή των αξόνων, πάνω στις οποίες ο λόγος SD/PSA είναι σταθερός, αντιστοιχούν σε σταθερή περίοδο. Έτσι μπορεί να υπολογιστεί η περίοδος στην οποία αντιστοιχεί κάθε σημείο του φάσματος. Στο Σχ. 1.10 παρουσιάζεται το φάσμα του σεισμού της Καλαμάτας για $\zeta = 5\%$ σε μορφή ADRS.



Σχ. 1.10. Φάσμα απόκρισης του σεισμού της Καλαμάτας (1986) για $\zeta=5\%$, σε μορφή ADRS.

1.6.6 Χαρακτηριστικές περιοχές φασμάτων

Διάφορες χαρακτηριστικές περιοχές μπορούν να διακριθούν στα φάσματα απόκρισης, ιδιαίτερα στην τετραλογαριθμική τους απεικόνιση (Σχ. 1.11). Συγκεκριμένα:



Σχ. 1.11. Φάσμα απόκρισης του σεισμού El Centro (1940) για $\zeta=5\%$.

- Για μικρές περιόδους (πριν το σημείο A), η φασματική επιτάχυνση πρακτικά ισούται με την επιτάχυνση του εδάφους.
- Στην περιοχή BC, η φασματική επιτάχυνση είναι περίπου σταθερή.
- Στην περιοχή CD, η φασματική ταχύτητα είναι περίπου σταθερή.
- Στην περιοχή DE, η φασματική μετακίνηση είναι περίπου σταθερή.

Το εύρος περιόδων για κάθε περιοχή εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της σεισμικής δόνησης που επηρεάζονται από το μέγεθος του σεισμού, το μηχανισμό γένεσης και την απόσταση από το επίκεντρο, αλλά και από τις ιδιότητες του εδάφους στη θέση της καταγραφής.

1.6.7 Ενεργός επιτάχυνση και ενεργός ταχύτητα

Η μέγιστη επιτάχυνση $\ddot{x}_{g,max}$ (peak ground acceleration – *pga*) και η μέγιστη ταχύτητα $\dot{x}_{g,max}$ (peak ground velocity – *pgv*) της εδαφικής κίνησης δεν είναι κατάλληλοι δείκτες για τον καθορισμό της έντασης και της «καταστροφικότητας» της σεισμικής δόνησης, επειδή δεν δίνουν πληροφορία για τη διάρκεια του σεισμού και είναι δυνατόν να έχουν επηρεαστεί από αιχμές (spikes) των αντίστοιχων χρονοϊστοριών, οι οποίες όμως δεν έχουν σημαντική επιρροή στην απόκριση. Γι' αυτό, στην κατασκευή φασμάτων σχεδιασμού (βλ. επόμενο υποκεφάλαιο) χρησιμοποιείται η ενεργός επιτάχυνση EPA (Effective Peak Acceleration) και η ενεργός ταχύτητα EPV (Effective Peak Velocity) για τον προσδιορισμό της έντασης της εδαφικής κίνησης.

Οι ενεργές τιμές της επιτάχυνσης και της ταχύτητας δεν έχουν φυσική σημασία αλλά αποτελούν μία κανονικοποίηση των παραμέτρων της σεισμικής δόνησης. Για τον προσδιορισμό τους χρησιμοποιούνται οι τιμές των περιοχών σταθερής φασματικής επιτάχυνσης και σταθερής φασματικής ταχύτητας που αναφέρθηκαν παραπάνω. Δεν υπάρχει σαφής τρόπος προσδιορισμού τους, αλλά συνήθως χρησιμοποιούνται οι σχέσεις (Newmark & Hall, 1969, McGuire, 1975):

$$EPA = PSA_{BC} / 2.5 \quad (1.34\alpha)$$

$$EPV = PSV_{CD} / 2.5 \quad (1.34\beta)$$

όπου PSA_{BC} είναι η μέση τιμή των φασματικών επιταχύνσεων για απόσβεση $\zeta = 5\%$ στην περιοχή περιόδων από 0.1 έως 0.5 sec περίπου (βλ. Σχ. 1.11) και PSV_{CD} η μέση τιμή των φασματικών ταχυτήτων στην περιοχή περιόδων κοντά στο 1.0 sec.

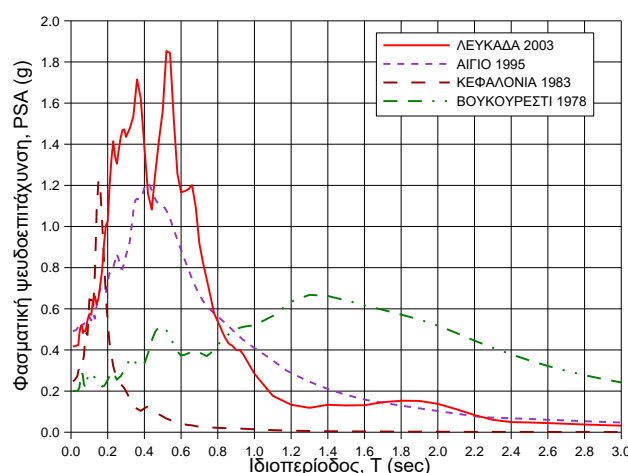
Ο συντελεστής 2.5, με τον οποίο διαιρούνται οι φασματικές τιμές στις σχέσεις (1.34 α&β), αντιστοιχεί σε σεισμούς κανονικής διάρκειας. Για σεισμούς πολύ μικρής διάρκειας ή πολύ μεγάλης διάρκειας οι τιμές που προκύπτουν από τις παραπάνω σχέσεις πρέπει να διορθωθούν κατάλληλα. Συγκεκριμένα, για σεισμούς μικρής διάρκειας οι τιμές πρέπει να μειωθούν και για σεισμούς μεγάλης διάρκειας να αυξηθούν. Η απαιτούμενη δόρθωση δεν καθορίζεται από κάποια συγκεκριμένη μεθοδολογία και γίνεται με ορθή κρίση, συνεκτιμώντας και τα λοιπά χαρακτηριστικά της σεισμικής δόνησης.

Οι τιμές των ενεργών τιμών EPA και EPV που προκύπτουν από την παραπάνω διαδικασία μπορεί να είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες από τις αντίστοιχες μέγιστες τιμές της εδαφικής κίνησης, pga και pgv . Συνήθως, $EPA < pga$ και $EPV > pgv$.

1.7. Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού

1.7.1 Τυπική μορφή φάσματος σχεδιασμού

Τα φάσματα απόκρισης καταγεγραμμένων σεισμών παρουσιάζουν σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ τους (Σχ. 1.12), ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της σεισμικής δόνησης και των εδαφικών συνθηκών. Γι' αυτό, στο σχεδιασμό νέων κατασκευών χρησιμοποιείται ένα εξομαλυσμένο φάσμα που καλύπτει όλες τις μορφές φασμάτων πιθανών σεισμών που μπορούν να πλήξουν την περιοχή του έργου.



Σχ. 1.12. Σύγκριση φασμάτων απόκρισης διαφόρων σεισμών για $\zeta=5\%$.

Για την κατασκευή του φάσματος σχεδιασμού λαμβάνονται υπόψη:

- Οι ενεργές τιμές της εδαφικής κίνησης στην περιοχή του έργου (βλ. παραπάνω)
- Οι εδαφικές συνθήκες στην περιοχή του έργου.

Εδαφική επιτάχυνση

Οι αναμενόμενες τιμές της εδαφικής επιτάχυνσης και ταχύτητας (η εδαφική μετακίνηση χρησιμοποιείται σπανίως) προκύπτουν από μελέτες σεισμικής επικινδυνότητας, μετά από στατιστική επεξεργασία των σεισμικών γεγονότων που έχουν συμβεί στην ευρύτερη περιοχή του έργου. Τέτοιες μελέτες εκπονούνται για μεγάλα και σημαντικά έργα, ενώ για συνήθεις κατασκευές εφαρμόζονται οι τιμές που δίνονται στους κανονισμούς, ανάλογα με την περιοχή στην οποία πρόκειται να γίνει η κατασκευή. Στον Ευρωκώδικα 8 (ΕΚ8) έχουν υιοθετηθεί οι σεισμικές ζώνες του Ελληνικού Αντισεισμικού Κανονισμού (ΕΑΚ), όπου προβλέπονται τρεις ζώνες σεισμικής επικινδυνότητας με τις τιμές εδαφικής επιτάχυνσης αναφοράς a_{gR} που δίνονται στον Πίνακα 1.2.

Πίνακας 1.2. Τιμές ενεργούς επιτάχυνσης σεισμικών ζωνών Ελλάδας

Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας	Εδαφική επιτάχυνση αναφοράς a_{gR} (g)
Z1	0.16
Z2	0.24
Z3	0.36

Οι τιμές αυτές a_{gR} έχουν προκύψει από μελέτες σεισμικής επικινδυνότητας και αντιστοιχούν σε περίοδο επαναφοράς $T_R = 475$ χρόνια, δηλαδή κατά μέσο όρο συμβαίνουν μία φορά κάθε 475 χρόνια. Θεωρώντας ότι οι σεισμοί που συμβαίνουν σε κάθε περιοχή ακολουθούν την κατανομή Poisson, περίοδος επανάληψης 475 χρόνια σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 10% να συμβεί σεισμός στα επόμενα 50 χρόνια (συνήθης διάρκεια ζωής των κατασκευών), ο οποίος θα προκαλέσει εδαφική επιτάχυνση μεγαλύτερη από a_{gR} . Η πιθανότητα αυτή (πιθανότητα υπέρβασης) είναι αποδεκτή για συνήθεις κατασκευές, γι' αυτό και η a_{gR} ονομάζεται *επιτάχυνση αναφοράς* (Reference acceleration, εξ ου και ο δείκτης "R").

Γενικώς, η περίοδος επαναφοράς T_R συνδέεται με την πιθανότητας υπέρβασης p της εδαφικής επιτάχυνσης και τη διάρκεια ζωής της κατασκευής t_d με τη σχέση:

$$T_R = \frac{1}{1 - (1 - p)^{1/t_d}} \quad (1.35)$$

η οποία πολλές φορές δίνεται στη μορφή:

$$T_R = \frac{-t_d}{\ln(1 - p)} \quad (1.36)$$

Για κατασκευές μεγάλης αξίας ή σπουδαιότητας, οι τιμές του Πίνακα 1.2 πολλαπλασιάζονται με το *συντελεστή σπουδαιότητας* γ_i , ο οποίος λαμβάνει τιμές 0.8 για κατασκευές μικρής σημασίας, 1.0 για κατασκευές συνήθους σπουδαιότητας και 1.2 ή 1.4 για κατασκευές μεγάλης σπουδαιότητας (Πίνακας 1.3). Με αυτό τον τρόπο ο αντισεισμικός σχεδιασμός σημαντικών κατασκευών γίνεται για ισχυρότερο σεισμό που συμβαίνει σπανιότερα,

δηλαδή για σεισμό με μεγαλύτερη περίοδο επαναφοράς ($T_R = 1000$ ή 2000 χρόνια), η οποία αντιστοιχεί σε μικρότερη πιθανότητα υπέρβασης της εδαφικής επιτάχυνσης σχεδιασμού ή/και σε μεγαλύτερη διάρκεια ζωής της κατασκευής. Έτσι, η εδαφική επιτάχυνση σχεδιασμού ισούται με $\gamma_I a_{gR}$. Στον ΕΚ8, η τιμή αυτή συμβολίζεται με a_g , δηλαδή,

$$a_g = \gamma_I a_{gR} \quad (1.37)$$

Πίνακας 1.3. Τιμές συντελεστή σπουδαιότητας γ_I κατά ΕΚ8

Κατηγορία σπουδαιότητας		Συντελεστής σπουδαιότητας
I	(μικρή σπουδαιότητα)	0.8
II	(συνήθης σπουδαιότητα)	1.0
III	(μεγάλη σπουδαιότητα)	1.2
IV	(πολύ μεγάλη σπουδαιότητα)	1.4

Η τιμή a_g αντιστοιχεί σε βραχώδες ή πολύ σκληρό έδαφος. Σύμφωνα με τον ΕΚ8, σε μαλακά εδάφη η τιμή αυτή πρέπει να επαυξάνεται με το *συντελεστή εδάφους* S , ο οποίος κυμαίνεται από 1.00 έως 1.40, ανάλογα με την κατηγορία εδάφους (Πίνακας 1.4). Στον ΕΚ8 προβλέπονται πέντε κατηγορίες εδάφους Α, Β, C, D και Ε. Σημειώνεται ότι στον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό (ΕΑΚ) που ίσχυε πριν την εφαρμογή των Ευρωκωδίκων, η εδαφική επιτάχυνση ήταν ανεξάρτητη των τοπικών εδαφικών συνθηκών.

Πίνακας 1.4. Συντελεστής εδάφους και χαρακτηριστικές περίοδοι φάσματος σχεδιασμού σύμφωνα με τον ΕΚ8.

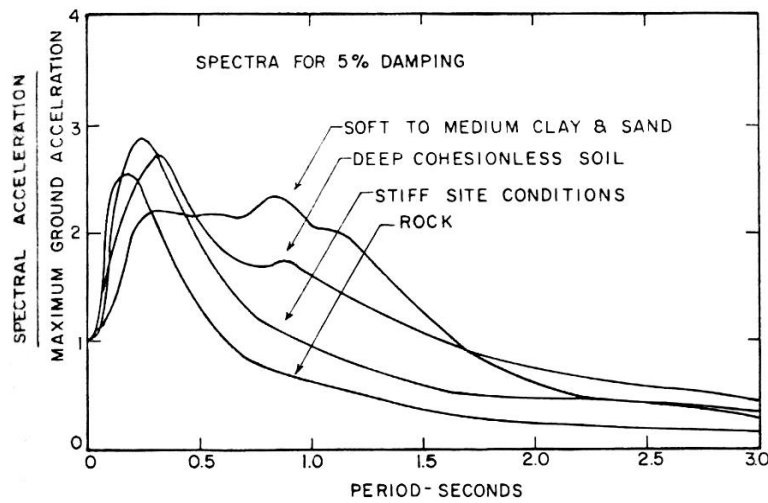
Κατηγορία εδάφους	S	T_B (sec)	T_C (sec)	T_D (sec)
A	1.00	0.15	0.40	2.50
B	1.20	0.15	0.50	2.50
C	1.15	0.20	0.60	2.50
D	1.35	0.20	0.80	2.50
E	1.40	0.15	0.50	2.50

Επιρροή εδάφους στη μορφή του φάσματος σχεδιασμού

Εκτός από την τιμή της εδαφικής επιτάχυνσης που επηρεάζεται από την κατηγορία του εδάφους, η ποιότητα του εδάφους πάνω στο οποίο θα θεμελιωθεί η κατασκευή επηρεάζει σημαντικά και τη μορφή του φάσματος σχεδιασμού που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Η εξάρτηση του φάσματος σχεδιασμού από τις ιδιότητες του εδάφους είναι αναμενόμενη, αφού η κατασκευή θα διεγερθεί με την κίνηση του εδάφους στη στάθμη θεμελίωσης, η οποία είναι αποτέλεσμα της απόκρισης του εδάφους στη σεισμική δόνηση.

Η μεγάλη επιρροή των χαρακτηριστικών του εδάφους στα φάσματα απόκρισης των σεισμών φαίνεται στο Σχ. 1.13, όπου παρουσιάζεται ο μέσος όρος κανονικοποιημένων φασμάτων διαφόρων σεισμών από την Καλιφόρνια και την Ιαπωνία, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του εδάφους πάνω στο οποίο είχε γίνει η καταγραφή. Σε σκληρά και βραχώδη εδάφη, τα φάσματα δείχνουν μεγάλες επιταχύνσεις σε μικρές περιόδους, οι οποίες μειώνονται

γρήγορα όσο μεγαλώνει η περίοδος της κατασκευής. Αντίθετα, σε μαλακά εδάφη εμφανίζονται μεγάλες φασματικές επιταχύνσεις ακόμη και σε αρκετά μεγάλες περιόδους.



Σχ. 1.13. Μέσα φάσματα απόκρισης απόλυτων επιταχύνσεων διαφόρων σεισμών για $\zeta=5\%$, ανάλογα με το είδος του εδάφους (Seed et al, 1976).

1.7.2 Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού ΕΚ8

Οι σύγχρονοι αντισεισμικοί κανονισμοί λαμβάνουν υπόψη τους την επιρροή των ιδιοτήτων του εδάφους στη μορφή του φάσματος τροποποιώντας τις χαρακτηριστικές περιόδους T_B και T_C που καθορίζουν την έναρξη της περιοχής σταθερής φασματικής επιτάχυνσης και σταθερής φασματικής ταχύτητας, αντίστοιχα (βλ. Κεφ. 1.6.6). Επισημαίνεται ότι η χαρακτηριστική περίοδος T_D που ορίζει την έναρξη της περιοχής σταθερής φασματικής μετακίνησης δεν εξαρτάται από το έδαφος. Στον Πίνακα 1.4 δίνονται οι τιμές των χαρακτηριστικών περιόδων για κάθε κατηγορία εδάφους. Οι αναλυτικές σχέσεις που δίνουν την ελαστική φασματική επιτάχυνση S_e σε κάθε περιοχή είναι:

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2.5 - 1) \right] \quad \text{για } 0 \leq T \leq T_B \quad (2.19\alpha)$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \quad \text{για } T_B \leq T \leq T_C \quad (2.19\beta)$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C}{T} \quad \text{για } T_C \leq T \leq T_D \quad (2.19\gamma)$$

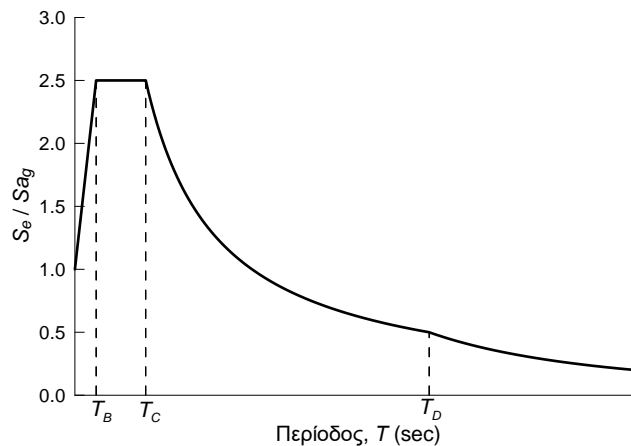
$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \quad \text{για } T_D \leq T \leq 4 \text{ sec} \quad (2.19\delta)$$

όπου η είναι ο συντελεστής απόσβεσης που δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = \sqrt{\frac{0.10}{\zeta + 0.05}} \quad (2.20)$$

και τροποποιεί κατάλληλα τις φασματικές τιμές σε περίπτωση που η απόσβεση της κατασκευής είναι διαφορετική από 5%.

Στο Σχ. 1.14 δίνεται η μορφή του ελαστικού φάσματος σχεδιασμού του ΕΚ8 για οριζόντια σεισμική δράση και για απόσβεση 5%. Παρατηρούμε ότι:



Σχ. 1.14. Ελαστικό φάσμα σχεδιασμού για οριζόντια σεισμική δράση και για απόσβεση 5% σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 8.

- Για $T \leq T_B$ η φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού S_e παρουσιάζει ανωδική πορεία με την αύξηση της περιόδου.
- Για $T_B \leq T \leq T_C$ η φασματική επιτάχυνση παραμένει σταθερή.
- Για $T_C \leq T \leq T_D$ η φασματική ταχύτητα παραμένει σταθερή και επομένως η φασματική επιτάχυνση μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με την αύξηση της ιδιοπεριόδου της κατασκευής.
- Για $T_D \leq T$ η φασματική μετακίνηση παραμένει σταθερή και επομένως η φασματική επιτάχυνση μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της ιδιοπεριόδου της κατασκευής.

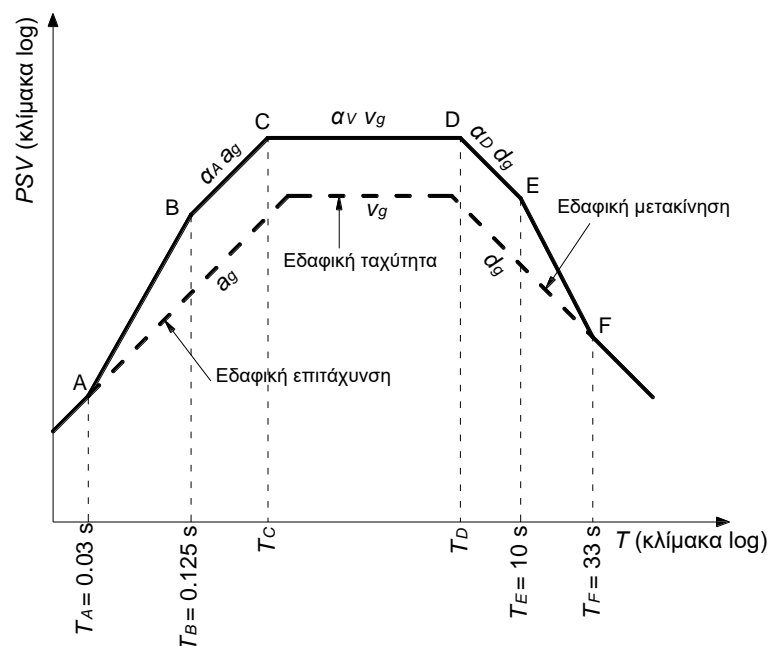
1.7.3 Μεθοδολογία Newmark and Hall

Οι Newmark and Hall (1982) πρότειναν την παρακάτω μεθοδολογία κατασκευής του φάσματος σχεδιασμού σε τετραλογαριθμικούς άξονες (Σχ. 1.15):

- Κατασκευάζουμε τις ευθείες που αντιστοιχούν στην εδαφική επιτάχυνση, a_g , την εδαφική ταχύτητα, v_g και την εδαφική μετακίνηση, d_g (διακεκομμένες γραμμές στο Σχ. 1.15).
- Ορίζουμε τις κατακόρυφες ευθείες που αντιστοιχούν σε περιόδους: $T_A = 0.03$ sec, $T_B = 0.125$ sec, $T_E = 10$ sec και $T_F = 33$ sec. Οι χαρακτηριστικές περίοδοι T_C και T_D θα ορισθούν αργότερα.
- Κατασκευάζουμε ευθεία παράλληλη προς την εδαφική επιτάχυνση που αντιστοιχεί σε τιμή $\alpha_A a_g$, όπου α_A είναι ο συντελεστής φασματικής μεγέθυνσης για την επιτάχυνση που ορίζεται στον Πίνακα 1.5 ανάλογα με την απόσβεση. Η ευθεία αυτή της σταθερής φασματικής επιτάχυνσης ξεκινάει από την περίοδο T_B .
- Κατασκευάζουμε ευθεία παράλληλη προς την εδαφική ταχύτητα που αντιστοιχεί σε τιμή $\alpha_V v_g$, όπου α_V είναι ο συντελεστής φασματικής μεγέθυνσης για την ταχύτητα που ορίζεται στον Πίνακα 1.5 ανάλογα με την απόσβεση. Το σημείο τομής B αυτής της

ευθείας (ευθεία σταθερής φασματικής ταχύτητας) με την ευθεία σταθερής φασματικής επιτάχυνσης ορίζει την περίοδο T_C .

- Κατασκευάζουμε ευθεία παράλληλη προς την εδαφική μετακίνηση που αντιστοιχεί σε τιμή $\alpha_D \cdot d_g$, όπου α_D είναι ο συντελεστής φασματικής μεγέθυνσης για τη μετακίνηση που ορίζεται στον Πίνακα 1.5 ανάλογα με την απόσβεση. Το σημείο τομής C αυτής της ευθείας (ευθεία σταθερής φασματικής μετακίνησης) με την ευθεία σταθερής φασματικής ταχύτητας ορίζει την περίοδο T_D .
- Για $T < T_A$ θεωρούμε ότι η φασματική επιτάχυνση ισούται με την εδαφική επιτάχυνση a_g .
- Για $T > T_F$ θεωρούμε ότι η φασματική μετακίνηση ισούται με την εδαφική μετακίνηση d_g .
- Στις περιοχές $T_A < T < T_B$ και $T_E < T < T_F$ το φάσμα συμπληρώνεται με ευθείες που ενώνουν τα σημεία A-B και E-F αντίστοιχα.



Σχ. 1.15. Κατασκευή ελαστικού φάσματος σχεδιασμού κατά Newmark and Hall (1982).

Οι συντελεστές φασματικής μεγέθυνσης που δίνονται στον Πίνακα 1.5 έχουν προκύψει από στατιστική επεξεργασία πολλών φασμάτων απόκρισης. Δίνονται δύο τιμές: η μέση τιμή και η μέση τιμή συν μία τυπική απόκλιση. Οι τιμές δίνονται συναρτήσει της απόσβεσης ζ , για την οποία θέλουμε να κατασκευάσουμε το φάσμα σχεδιασμού.

Πίνακας 1.5. Συντελεστές φασματικής μεγέθυνσης⁽¹⁾

Συντελεστής	Μέση τιμή	Μέση τιμή + μία τυπική απόκλιση
α_A	$3.21 - 0.68 \ln \zeta$	$4.38 - 1.04 \ln \zeta$
α_V	$2.31 - 0.41 \ln \zeta$	$3.38 - 0.67 \ln \zeta$
α_D	$1.82 - 0.27 \ln \zeta$	$2.73 - 0.45 \ln \zeta$

(1) Η τιμή του συντελεστή απόσβεσης ζ τίθεται ως ποσοστό %.

Κεφάλαιο 2

Ανελαστική σεισμική απόκριση μονοβάθμιων κατασκευών & βασικές αρχές αντισεισμικού σχεδιασμού

2.1. Εισαγωγή

Ο αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών που εφαρμόζεται διεθνώς και περιγράφεται στους σύγχρονους Αντισεισμικούς Κανονισμούς (π.χ. Ευρωκώδικας 8, ΕΑΚ) βασίζεται στη λεγόμενη *μέθοδο των δυνάμεων* (force-based design). Ο όρος *μέθοδος των δυνάμεων* δεν είναι ευρέως διαδεδομένος, επειδή μέχρι πρόσφατα αυτή η μεθοδολογία ήταν η μόνη που εφαρμοζόταν στον αντισεισμικό σχεδιασμό και επομένως δεν υπήρχε λόγος ονομασίας της ώστε να γίνεται η διάκρισή της από άλλες μεθοδολογίες. Τα τελευταία όμως έτη έχει προταθεί και μία διαφορετική μεθοδολογία αντισεισμικού σχεδιασμού, η *μέθοδος των μετακινήσεων* (displacement-based design), και έτσι κατέστη αναγκαία η διάκριση μεταξύ των δύο μεθόδων. Όπως εμφανώς προκύπτει από την ονομασία των δύο μεθόδων, η μία βασίζεται στις δυνάμεις που αναπτύσσονται στην κατασκευή κατά τη διάρκεια του σεισμού και η άλλη στις μετακινήσεις. Επειδή, όπως αναπτύσσεται παρακάτω, ο αντισεισμικός σχεδιασμός γίνεται θεωρώντας ότι η κατασκευή επιτρέπεται να συμπεριφέρεται ανελαστικά κατά τη διάρκεια του σεισμού, η φιλοσοφία σχεδιασμού είναι τελείως διαφορετική στις δύο μεθόδους.

Ο σεισμός είναι μία δυναμική φόρτιση των κατασκευών, η οποία όμως συμβαίνει σπάνια και διαρκεί λίγα μόνο δευτερόλεπτα. Ειδικότερα ο *σεισμός σχεδιασμού*, για τον οποίο σχεδιάζονται οι κατασκευές, είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει κατά μέσον όρο κάθε 500 περίπου χρόνια για συνήθεις κατασκευές (κτίρια κατοικιών και γραφείων) και ακόμη πιο σπάνια (έως και 2000 χρόνια) για κατασκευές μεγάλης σπουδαιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η πιθανότητα να συμβεί αυτός ο σεισμός στη διάρκεια ζωής της κατασκευής είναι μικρή. Συγκεκριμένα, για συνήθεις κατασκευές με διάρκεια ζωής 50 έτη η πιθανότητα να συμβεί ο σεισμός σχεδιασμού είναι μόλις 10%, ενώ για κατασκευές μεγάλης σπουδαιότητας ο αντίστοιχος σεισμός σχεδιασμού έχει ακόμη μικρότερη πιθανότητα να συμβεί.

Οι συνήθεις κατασκευές πολιτικού μηχανικού, και ιδιαίτερα αυτές από οπλισμένο σκυρόδεμα και χάλυβα, έχουν την ικανότητα να διατηρούν την αντοχή τους για σημαντικά μεγάλες οριζόντιες παραμορφώσεις, όπως αυτές που προκαλούνται κατά τη διάρκεια ισχυρών σεισμών, που αντιστοιχούν σε μετακινήσεις αρκετά μετά τη διαρροή τους. Επίσης, παρότι η δυσκαμψία τους μειώνεται σημαντικά (σχεδόν μηδενίζεται) κατά τη διάρκεια που οι κατασκευές αποκρίνονται στην πλαστική περιοχή, κατά την αποφόρτιση το σύστημα ανακτά τη δυσκαμψία του. Η σεισμική φόρτιση διαρκεί λίγα μόνο δευτερόλεπτα, κατά τη διάρκεια των οποίων συμβαίνουν πολλές εναλλαγές προσήμου των σεισμικών φορτίων, δηλαδή συνεχείς φορτίσεις – αποφορτίσεις με εναλλασσόμενο πρόσημο.

Με βάση τα παραπάνω, και επειδή όπως προαναφέρθηκε η σεισμική δόνηση για την οποία γίνεται η μελέτη μιας κατασκευής έχει μικρή πιθανότητα να συμβεί κατά τη διάρκεια της ζωής της, θα ήταν αντιοικονομικό να σχεδιαστεί έτσι ώστε να μην πάθει καμία ζημιά (δηλαδή να συμπεριφερθεί ελαστικά) όταν συμβεί ο σεισμός αυτός και να μην εκμεταλλευτούμε την ικανότητά της να μπορεί να παραμορφωθεί στην πλαστική περιοχή χωρίς να χάνει την αντοχή και τη δυσκαμψία της. Με άλλα λόγια, είναι περισσότερο οικονομικό να αφήσουμε την κατασκευή να πάθει κάποιες μικρές ζημιές εάν συμβεί ο σεισμός σχεδιασμού, τις οποίες θα επισκευάσουμε μετά το σεισμό, παρά να την κατασκευάσουμε εξ αρχής τόσο ισχυρή ώστε να μπορεί να ανταπεξέλθει σε αυτό το σεισμό χωρίς καθόλου ζημιές. Φυσικά, πρέπει να ληφθούν κατάλληλα μέτρα ώστε οι ζημιές να είναι ελεγχόμενες και επισκευάσιμες.

Αυτή η φιλοσοφία αντισεισμικού σχεδιασμού, η οποία έχει υιοθετηθεί από όλους τους σύγχρονους αντισεισμικούς κανονισμούς, διέπεται από τις παρακάτω βασικές αρχές:

- Σε μικρούς σεισμούς, η κατασκευή πρέπει να μην υποστεί ζημιές (ελαστική συμπεριφορά).
- Σε μεγάλους σεισμούς με μικρή πιθανότητα να συμβούν στη χρήσιμη ζωή του έργου, η κατασκευή επιτρέπεται να παραμορφωθεί στην πλαστική περιοχή και επομένως να υποστεί ζημιές. Οι ζημιές αυτές πρέπει να είναι περιορισμένης έκτασης και επιδιορθώσιμες.
- Πρέπει να εξασφαλιστεί ότι δεν θα υπάρξει κανένας κίνδυνος κατάρρευσης. Για το λόγο αυτό πρέπει να αποκλειστούν μορφές αστοχίας που εγκυμονούν κίνδυνο κατάρρευσης, όπως ο σχηματισμός μαλακού ορόφου (μηχανισμός κατάρρευσης) και ψαθυρές μορφές αστοχίας (π.χ. διατμητική αστοχία).

Σε συνήθεις κατασκευές, η πρώτη απαίτηση της ελαστικής συμπεριφοράς σε μικρούς σεισμούς συνήθως δεν ελέγχεται, επειδή πρακτικά καλύπτεται από την εξασφάλιση της δεύτερης απαίτησης των περιορισμένων ζημιών για το σεισμό σχεδιασμού. Αυτό συμβαίνει γιατί, όπως θα αναπτυχθεί παρακάτω, ο αντισεισμικός σχεδιασμός για την εξασφάλιση της δεύτερης απαίτησης προϋποθέτει ελαστική συμπεριφορά μέχρι ένα επίπεδο φόρτισης που μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε μικρό σεισμό.

Η δεύτερη απαίτηση καθορίζει τον υπολογισμό των δυνάμεων που λαμβάνονται υπόψη στον αντισεισμικό σχεδιασμό και θα αναπτυχθεί στο επόμενο υπο-κεφάλαιο.

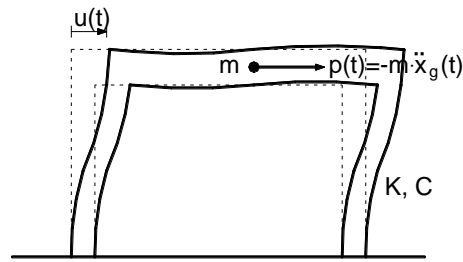
Η τρίτη απαίτηση εξασφαλίζεται με ειδικούς ελέγχους που βασίζονται στη φιλοσοφία του *ικανοτικού σχεδιασμού*.

2.2. Ανελαστική συμπεριφορά

2.2.1 Εξίσωση κίνησης

Όπως αναπτύχθηκε στο Κεφ. 1, η εξίσωση που περιγράφει την απόκριση ενός μονοβάθμιου συστήματος που υποβάλλεται σε εδαφική επιτάχυνση $\ddot{x}_g(t)$ που εφαρμόζεται στη βάση του προκύπτει από την εφαρμογή της δεύτερης εξίσωσης του Νεύτωνα στο “ισοδύναμο” σύστημα του Σχ. 2.1, στο οποίο η βάση δεν κινείται αλλά στο κέντρο μάζας εξασκείται οριζόντια δύναμη d’Alembert:

$$p(t) = -m \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (2.1)$$



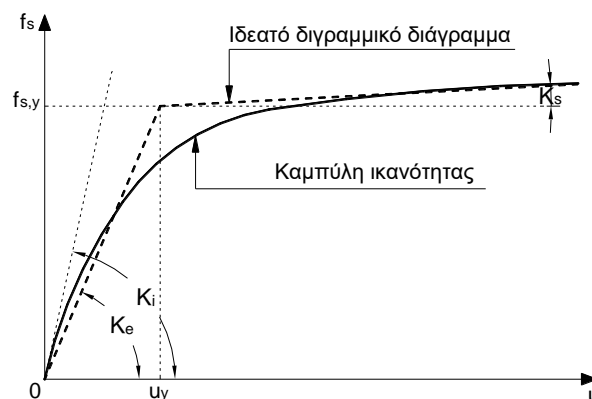
Σχ. 2.1. Παραμόρφωση της κατασκευής κατά τη διάρκεια σεισμικής καταπόνησης.

Λόγω του φορτίου $p(t)$, η κατασκευή παραμορφώνεται και αναπτύσσονται εσωτερικές δυνάμεις επαναφοράς, που τείνουν να επαναφέρουν την κατασκευή στην αρχική θέση ισορροπίας. Το μέγεθος αυτών των δυνάμεων είναι ανάλογο της δυσκαμψίας $K(u)$ και της σχετικής μετακίνησης $u(t)$ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f_s(t) = K(u) \cdot u(t) \quad (2.2)$$

Για ελαστική συμπεριφορά, η δυσκαμψία είναι σταθερή, ανεξάρτητη του χρόνου t . Για ανελαστική όμως συμπεριφορά, η δυσκαμψία αλλάζει με το χρόνο και επομένως για τον υπολογισμό της σεισμικής απόκρισης απαιτείται να δοθεί ο νόμος συμπεριφοράς (constitutive law) της κατασκευής, δηλαδή η σχέση της δύναμης f_s συναρτήσει της μετακίνησης u . Η καμπύλη που περιγράφει το νόμο συμπεριφοράς ονομάζεται *καμπύλη ικανότητας* (ή *καμπύλη αντοχής*) και είναι συνήθως της μορφής του Σχ. 2.2 (συνεχής καμπύλη). Η καμπύλη ικανότητας μπορεί να υπολογιστεί επιβάλλοντας, στατικά, σταδιακά αυξανόμενο οριζόντιο φορτίο στη μάζα της κατασκευής και υπολογίζοντας την αντίστοιχη μετακίνηση λαμβάνοντας υπόψη την ανελαστική συμπεριφορά των μελών σε κάθε επίπεδο παραμόρφωσης. Η διαδικασία αυτή (διαδικασία pushover) περιγράφεται στο Κεφ. 4.

Για τον υπολογισμό της ανελαστικής συμπεριφοράς των κατασκευών, αντί της κανονικής καμπύλης ικανότητας χρησιμοποιούμε την ισοδύναμη ιδεατή διγραμμική του απεικόνιση (διακεκομμένη γραμμή στο Σχ. 2.2). Σύμφωνα με τη διγραμμική απεικόνιση, η διαρροή της κατασκευής συμβαίνει σε συγκεκριμένη μετακίνηση u_y (μετακίνηση διαρροής), για την οποία η αντίστοιχη τιμή της δύναμης είναι $f_{s,y}$. Η κατασκευή συμπεριφέρεται ελαστικά με δυσκαμψία K_e για μετακίνηση $u < u_y$, ενώ η απόκρισή της είναι πλαστική για μετακίνηση $u > u_y$ (μετελαστικός κλάδος) όπου η δυσκαμψία της μειώνεται σημαντικά στην τιμή K_s . Τυπικά τίθεται:



Σχ. 2.2. Τυπική μορφή καμπύλης ικανότητας και αντίστοιχο ιδεατό διγραμμικό διάγραμμα.

$$K_s = r \cdot K_e \quad (2.3)$$

με την τιμή του συντελεστή r να κυμαίνεται μεταξύ μηδέν και 5% συνήθως. Πολλές φορές τίθεται για απλοποίηση $r = 0$ (ελαστική – τελείως πλαστική συμπεριφορά χωρίς κράτυνση).

Η ελαστική δυσκαμψία K_e ονομάζεται *τέμνουσα δυσκαμψία στο θεωρητικό σημείο διαρροής*. Επισημαίνεται ότι η τιμή της K_e διαφέρει από την αρχική δυσκαμψία K_i , δηλαδή την κλίση εφαπτομένης στην αρχή του διαγράμματος. Η αρχική δυσκαμψία K_i αντιστοιχεί στις αρηγμάτωτες διατομές των μελών (σε περίπτωση κατασκευών από Ω.Σ.) και υπολογίζεται από τις γεωμετρικές διαστάσεις των διατομών, γι' αυτό πολλές φορές ονομάζεται και *γεωμετρική δυσκαμψία* και συμβολίζεται ως K_g .

Για να υπολογιστεί η δυσκαμψία K_e απαιτείται να γίνει διγραμμικοποίηση της καμπύλης ικανότητας. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι διγραμμικοποίησης, οι οποίες περιγράφονται στο επόμενο Κεφ. 2.2. Επειδή η διαδικασία αυτή απαιτεί την κατασκευή της καμπύλης ικανότητας, επιτρέπεται στον Ευρωκώδικα 8 να υπολογίζεται προσεγγιστικά. Για κατασκευές από Ω.Σ. προτείνεται να χρησιμοποιείται η σχέση:

$$K_e = 0.50 K_i \quad (2.4)$$

Η σχέση αυτή προβλέπει γενικώς μεγαλύτερη δυσκαμψία από αυτή που θα προέκυπτε από τη διγραμμικοποίηση της αντίστοιχης καμπύλης ικανότητας, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε πολύ μικρές τιμές K_e , ακόμη και μικρότερες από 10 – 20% της K_i . Προτείνεται όμως στον Ευρωκώδικα επειδή αποτελεί άνω όριο της K_e και είναι μία παραδοχή υπέρ της ασφαλείας στη μέθοδο των δυνάμεων, αφού οδηγεί σε περισσότερο δύσκαμπτες κατασκευές.

Στις δυνάμεις που αντιστέκονται στην παραμόρφωση της κατασκευής πρέπει να προστεθεί και η δύναμη απόσβεσης $f_d(t)$, η οποία είναι ανάλογη της σχετικής ταχύτητας $\dot{u}(t)$ (θεώρηση ισοδύναμου βισκοϊξώδους ρευστού):

$$f_d(t) = C \cdot \dot{u}(t) \quad (2.5)$$

Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στην οριζόντια διεύθυνση προκύπτει:

$$p - f_s - f_d = m\ddot{u} \quad (2.6)$$

Αντικαθιστώντας τις (2.1) και (2.5) στη (2.6) προκύπτει:

$$m\ddot{u} + C\dot{u} + f_s = -m\ddot{x}_g \quad (2.7)$$

Διαιρώντας με την μάζα m , η Εξ. (2.7) μπορεί να γραφεί ως:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega\dot{u} + f_s/m = -\ddot{x}_g \quad (2.8)$$

όπου ω είναι η *ιδιοσυχνότητα* της κατασκευής για ελαστική συμπεριφορά, δηλαδή:

$$\omega = \sqrt{\frac{K_e}{m}} \quad (2.9)$$

και ζ είναι ο *συντελεστής απόσβεσης* που ορίζεται από τη σχέση:

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{mK_e}} \quad (2.10)$$

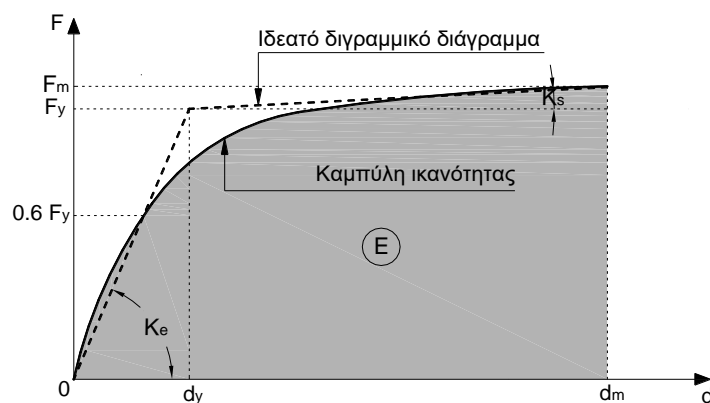
Για την επίλυση της εξίσωσης (2.8) απαιτείται ο υπολογισμός της δύναμης f_s σε κάθε χρονική στιγμή t ανάλογα με τη μετακίνηση u σύμφωνα με τη σχέση (2.2) και τη διγραμμική καμπύλη ικανότητας. Σμειώνεται ότι κατά τη διάρκεια της σεισμικής απόκρισης συμβαίνουν συνεχείς φορτίσεις (αύξηση της μετακίνησης u) και αποφορτίσεις (μείωση της μετακίνησης u). Κατά την αποφόρτιση, η κατασκευή ανακτά την αρχική της δυσκαμψία K_e , δηλαδή η αποφόρτιση γίνεται παράλληλα με τον ελαστικό κλάδο. Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα που περιγράφουν την ανελαστική συμπεριφορά κατασκευών από Ω.Σ. κατά τη διάρκεια κυκλικών φορτίσεων – αποφορτίσεων, μερικά από τα οποία είναι αρκετά πολύπλοκα ώστε να μπορέσουν να περιγράψουν και φαινόμενα που σχετίζονται με τη διαδοχική αύξηση των βλαβών και την συνακόλουθη απώλεια αντοχής και μείωση δυσκαμψίας. Στις παρούσες Σημειώσεις, αυτά τα φαινόμενα αμελούνται και επομένως θεωρούμε ότι οι φορτίσεις – αποφορτίσεις συμβαίνουν χωρίς απώλεια αντοχής ή μείωση δυσκαμψίας.

2.2.2 Διγραμμικοποίηση καμπύλης ικανότητας

Στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται διαφορετικοί τρόποι διγραμμικοποίησης της καμπύλης ικανότητας, οι οποίοι πρέπει να σημειωθεί ότι οδηγούν σε διαφορετικά αποτελέσματα. Παρακάτω παρουσιάζονται τρεις συνήθεις μέθοδοι διγραμμικοποίησης.

Ο πλέον συνήθης τρόπος διγραμμικοποίησης παρουσιάζεται στο Σχ. 2.3, στο οποίο η δύναμη επαναφοράς f_s συμβολίζεται με F και η μετακίνηση u συμβολίζεται με d . Σε αυτή την περίπτωση, η διγραμμικοποίηση βασίζεται στις εξής παραδοχές:

1. Το σημείο που αντιστοιχεί στη μέγιστη μετακίνηση d_m είναι κοινό για την πραγματική καμπύλη και τη διγραμμική καμπύλη.
2. Το εμβαδόν E κάτω από κάθε καμπύλη που αντιστοιχεί στη μέγιστη μετακίνηση d_m είναι ίδιο και για τις δύο καμπύλες. Το κριτήριο αυτό εξασφαλίζει ότι η ενέργεια που καταναλώνεται στον κύκλο που αντιστοιχεί στη μέγιστη παραμόρφωση του συστήματος είναι ίδια για τις δύο απεικονήσεις του νόμου συμπεριφοράς.
3. Ο ελαστικός κλάδος της διγραμμικής καμπύλης τέμνει την πραγματική καμπύλη ικανότητας σε σημείο που αντιστοιχεί στο 60% της δύναμης διαρροής. Επειδή η δύναμη διαρροής δεν είναι εξ αρχής γνωστή, απαιτούνται δοκιμές για την ικανοποίηση αυτού του κριτηρίου.



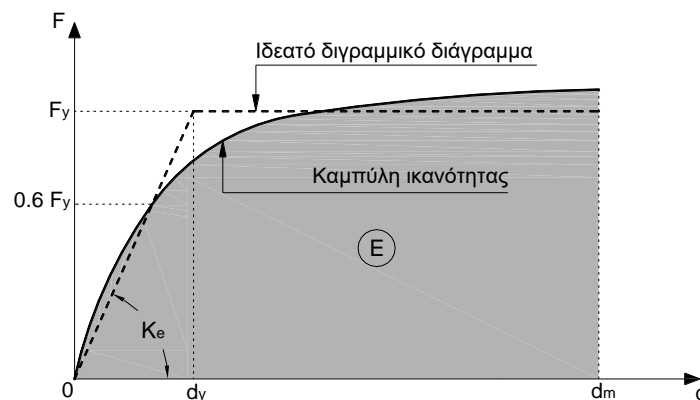
Σχ. 2.3. Συνήθης μέθοδος διγραμμικοποίησης της καμπύλης ικανότητας.

Η εφαρμογή των τριών αυτών κριτηρίων δίνει τις απαραίτητες εξισώσεις για τον καθορισμό των τριών αγνώστων που χρειάζονται για τον ορισμό της διγραμμικής καμπύλης, συγκεκριμένα της μετακίνησης διαρροής d_y , της δύναμης διαρροής F_y και της κλίσης του μετελαστικού κλάδου K_s .

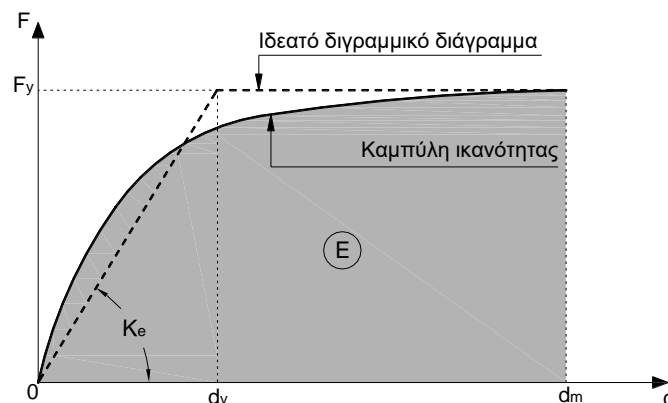
Επειδή σε συνήθεις εφαρμογές η επιρροή της κράτυνσης μετά τη διαρροή (κλίση $K_s > 0$) στην ανελαστική απόκριση είναι μικρή, ο Fajfar πρότεινε μία απλοποίηση της παραπάνω διαδικασίας (Fajfar and Gašperšič 1996, Fajfar 1999) υιοθετώντας την παραδοχή ότι ο μετελαστικός κλάδος είναι οριζόντιος. Η διαδικασία παρουσιάζεται στο Σχ. 2.4 και βασίζεται στις εξής παραδοχές:

1. Το εμβαδόν E κάτω από κάθε καμπύλη που αντιστοιχεί στη μέγιστη μετακίνηση d_m είναι ίδιο και για τις δύο καμπύλες.
2. Ο ελαστικός κλάδος της διγραμμικής καμπύλης τέμνει την πραγματική καμπύλη ικανότητας σε σημείο που αντιστοιχεί στο 60% της δύναμης διαρροής.

Η εφαρμογή των δύο αυτών κριτηρίων δίνει τις απαραίτητες εξισώσεις για τον καθορισμό των δύο αγνώστων που χρειάζονται για τον ορισμό της διγραμμικής καμπύλης, συγκεκριμένα της μετακίνησης διαρροής d_y και της δύναμης διαρροής F_y . Σημειώνεται ότι σε αυτή την περίπτωση, το σημείο που αντιστοιχεί στη μέγιστη μετακίνηση d_m δεν είναι κοινό για την πραγματική καμπύλη και τη διγραμμική καμπύλη.



Σχ. 2.4. Μέθοδος διγραμμικοποίησης της καμπύλης ικανότητας κατά Fajfar.



Σχ. 2.5. Μέθοδος διγραμμικοποίησης της καμπύλης ικανότητας κατά ΕΚ8-1 – Παράρτημα Β.

Μία ακόμη περισσότερο απλοποιημένη διαδικασία προτείνεται στο Παράρτημα Β του ΕΚ8, όπου προσεγγιστικά η δύναμη διαρροής λαμβάνεται ίση με τη δύναμη που αντιστοιχεί στη μέγιστη μετακίνηση. Η διαδικασία διγραμμοποίησης φαίνεται στο Σχ. 2.5. Εφόσον η τιμή της δύναμης διαρροής είναι γνωστή, ο μόνος άγνωστος είναι η μετακίνηση διαρροής d_y . Από την ισότητα των εμβαδών, η οποία είναι η μόνη παραδοχή που απαιτείται, προκύπτει:

$$d_y = 2 \left(d_m - \frac{E}{F_y} \right) \quad (2.11)$$

2.3. Μεθοδολογία σεισμικού σχεδιασμού για ανελαστική απόκριση

2.3.1 Σύγκριση ελαστικής και ανελαστικής απόκρισης

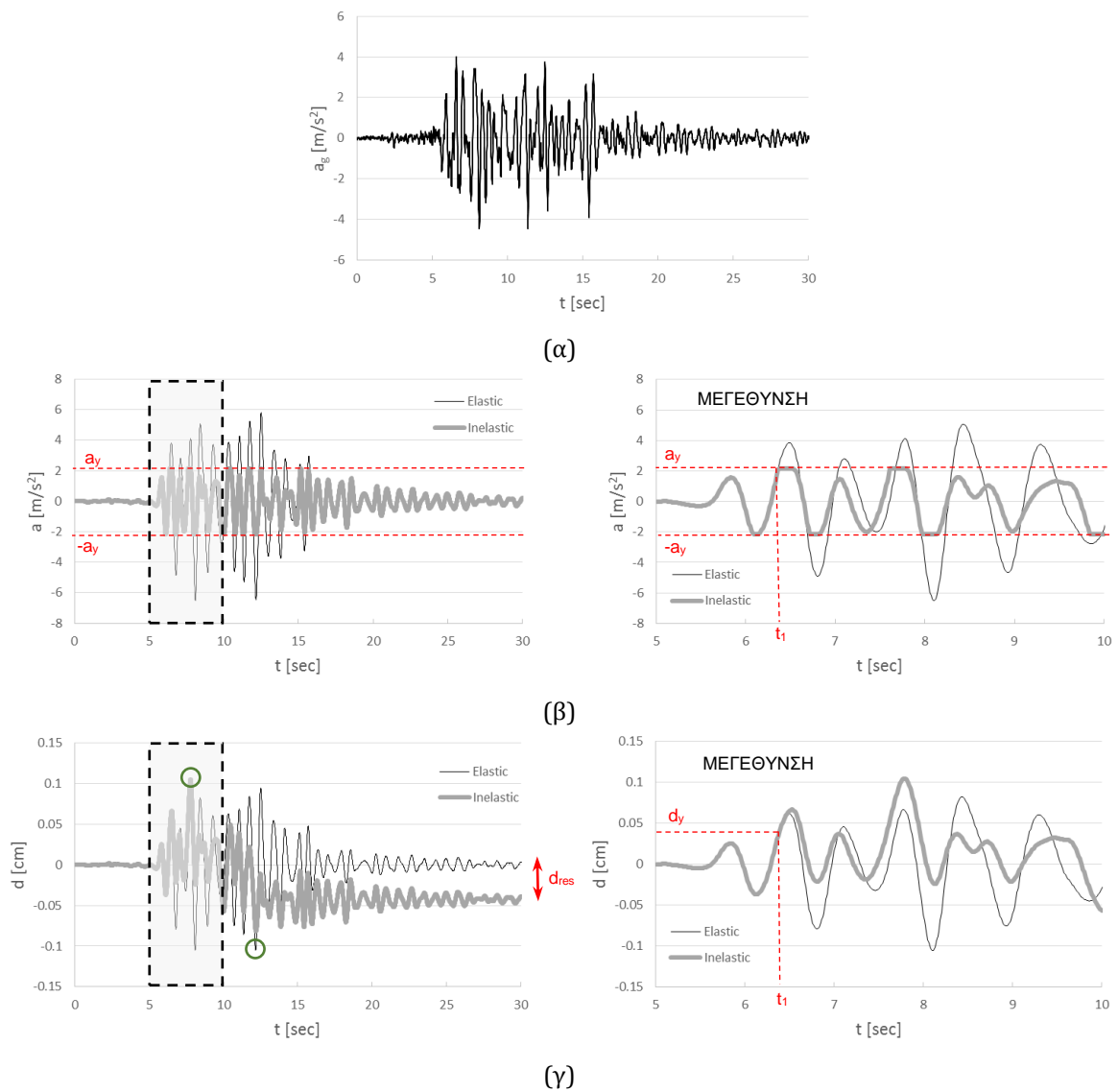
Ας θεωρήσουμε μονοβάθμιο ταλαντωτή μάζας m , ελαστικής δυσκαμψίας K_e και αντίστοιχης ιδιοπερίοδου T , ο οποίος υποβάλλεται σε σεισμική διέγερση στη βάση του με επιτάχυνση $a_g(t)$. Υπολογίζουμε την απόκριση θεωρώντας ότι (α) η συμπεριφορά είναι ελαστική και (β) ότι η κατασκευή διαρρέει σε επιτάχυνση a_y . Ένα παράδειγμα φαίνεται στο Σχ. 2.6 για ταλαντωτή με περίοδο $T = 0.8$ sec, απόσβεση $\zeta = 5\%$ και επιτάχυνση διαρροής $a_y = 2.095$ m/sec², ο οποίος υποβάλλεται στη σεισμική διέγερση του σεισμού Petrovac 1979 (Montenegro) που φαίνεται στο Σχ. 2.6(α).

Μέχρι να συμβεί η πρώτη διαρροή, η απόκριση του ελαστικού και του ανελαστικού συστήματος ταυτίζονται. Η κατασκευή διαρρέει για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1 = 6.37$ sec, όταν η επιτάχυνση φθάνει την επιτάχυνση διαρροής $a_y = 2.095$ m/sec² (κατ' απόλυτη τιμή). Η μετακίνηση αυτή τη στιγμή ισούται με τη μετακίνηση διαρροής $d_y = a_y/\omega^2 = 0.034$ m.

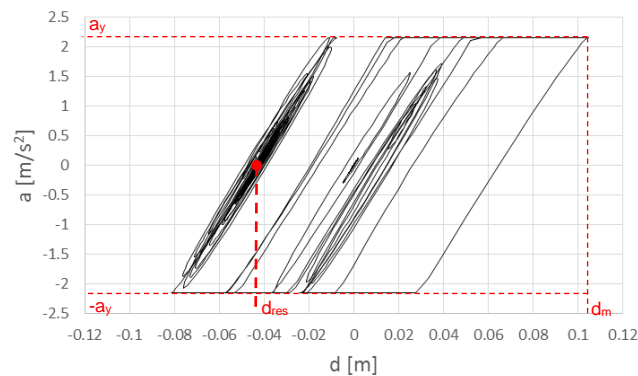
Μετά τη χρονική στιγμή t_1 η απόκριση του ανελαστικού συστήματος διαφοροποιείται από αυτή του ελαστικού και διέπεται από τις εξής ιδιότητες:

- Η επιτάχυνση δεν υπερβαίνει ποτέ την τιμή a_y (για μηδενική κράτυνση μετά τη διαρροή).
- Στο τέλος της σεισμικής δόνησης η κατασκευή δεν γυρίζει στην αρχική της θέση, αλλά υπάρχει παραμένονσα μετακίνηση d_{res} (βλ. Σχ. 2.6(γ)).

Κατά τη διάρκεια της απόκρισής του, το ανελαστικό σύστημα διέπεται από συνεχείς φορτίσεις – αποφορτίσεις, οι οποίες σχηματίζουν βρόχους υστέρησης (Σχ. 2.7), το εμβαδόν των οποίων ισούται με την απορροφούμενη *υστερητική ενέργεια*. Η υστερητική συμπεριφορά αποτελεί μηχανισμό απορρόφησης πρόσθετης ενέργειας, πέραν αυτής που αντιστοιχεί στη βισκοϊξώδη απόσβεση. Γι' αυτό πολλές φορές υπολογίζεται ο αυξημένος συντελεστής απόσβεσης ζ_{eff} , ο οποίος λαμβάνει υπόψη και την απορροφούμενη υστερητική ενέργεια. Ο υπολογισμός του ζ_{eff} παρουσιάζεται στο Κεφ. 4.



Σχ. 2.6. Σύγκριση ελαστικής και ανελαστικής απόκρισης μονοβάθμιου συστήματος περιόδου $T = 0.8$ sec και απόσβεσης $\zeta = 5\%$ στο σεισμό του Petronas: (α) χρονοϊστορία διέγερσης, (β) χρονοϊστορία επιτάχυνσης, (γ) χρονοϊστορία μετακίνησης (με κύκλο δείχνεται η μέγιστη μετακίνηση). Το ανελαστικό σύστημα δεν διαθέτει κράτνηση και διαρρέει σε επιτάχυνση $a_y = 2.095$ m/sec².



Σχ. 2.7. Βρόχοι υστέρησης κατά την απόκριση του συστήματος του Σχ. 2.6.

2.3.2 Δείκτης πλαστιμότητας μ

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σύμφωνα με τη φιλοσοφία του αντισεισμικού σχεδιασμού, οι κατασκευές επιτρέπεται να διαρρεύσουν εάν συμβεί ο σεισμός σχεδιασμού, αλλά θα πρέπει οι βλάβες που θα υποστούν να είναι περιορισμένες και επιδιορθώσιμες. Το πόσο μεγάλες βλάβες θα υποστεί η κατασκευή εξαρτάται από το πόσο πολύ θα παραμορφωθεί στην πλαστική περιοχή. Αυτό εξαρτάται από το πόσο πολύ μεγαλύτερη είναι η μέγιστη ανελαστική μετακίνηση d_m (βλ. Σχ. 2.7) που θα αναπτυχθεί σε σύγκριση με τη μετακίνηση διαρροής d_y . Ποσοτικά, αυτό μετριέται με το δείκτη πλαστιμότητας μ , ο οποίος ορίζεται από τη σχέση:

$$\mu = \frac{d_m}{d_y} \quad (2.12)$$

Όσο μεγαλύτερος από τη μονάδα είναι ο δείκτης πλαστιμότητας που θα αναπτυχθεί σε ένα σεισμό, τόσο μεγαλύτερη είναι η πλαστική παραμόρφωση της κατασκευής, άρα τόσο μεγαλύτερες οι βλάβες. Επομένως, για να περιορίσουμε τις βλάβες πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι, εάν συμβεί ο σεισμός σχεδιασμού, η κατασκευή δεν θα αναπτύξει δείκτη πλαστιμότητας μεγαλύτερο από κάποια μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή.

Η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του δείκτη πλαστιμότητας για κάποια κατασκευή εξαρτάται από δύο βασικούς παράγοντες:

- Το υλικό της κατασκευής. Έτσι, συστήματα κατασκευασμένα από όλκιμα υλικά (π.χ. χάλυβα) επιτρέπεται να αναπτύξουν μεγαλύτερες τιμές μ από συστήματα κατασκευασμένα από ψαθυρά υλικά (π.χ. τοιχοποιία).
- Το στατικό σύστημα. Γενικώς, όσο περισσότερο υπερστατική είναι μία κατασκευή, τόσο καλύτερη η σεισμική συμπεριφορά της, αφού κάποια τοπική στοχία δεν την θέτει, γενικά, σε κίνδυνο, λόγω της ανακατανομής της έντασης που θα συμβεί και της αντοχής που διατηρεί η κατασκευή από τα μέλη της που δεν έχουν υποστεί σημαντικές βλάβες. Αντίθετα, ισοστατικές κατασκευές δεν διαθέτουν δικλείδες ασφαλείας και αστοχία κάποιου μέλους μπορεί να οδηγήσει σε κατάρρευση.

Οι αντισεισμικοί κανονισμοί καθορίζουν έμμεσα, μέσω του συντελεστή συμπεριφοράς q που περιγράφεται παρακάτω, τη μέγιστη τιμή του επιτρεπόμενου δείκτη πλαστιμότητας, με βάση το υλικό και το στατικό σύστημα, ώστε να εξασφαλιστεί το κριτήριο του περιορισμού των βλαβών. Οι τιμές αυτές έχουν προκύψει από παρατηρήσεις μετά από σεισμούς και πληθώρα πειραματικών και αναλυτικών διερευνήσεων.

2.3.3 Συντελεστής συμπεριφοράς q

Σύμφωνα με τη μέθοδο των δυνάμεων, η διαστασιολόγηση μιας κατασκευής έναντι σεισμικών φορτίων βασίζεται στο ότι η κατασκευή πρέπει να συμπεριφέρεται ελαστικά για οριζόντια φορτία μικρότερα ή ίσα της δύναμης διαρροής F_d . Στις συνήθεις περιπτώσεις, δεν εξετάζεται στη μελέτη η συμπεριφορά της κατασκευής μετά τη διαρροή και το ελάχιστο απαιτούμενο επίπεδο ασφάλειας εξασφαλίζεται με την κατάλληλη επιλογή του οριζόντιου φορτίου σχεδιασμού F_d που θα ληφθεί υπόψη για τη διαστασιολόγηση της κατασκευής. Η κατασκευή πρέπει να συμπεριφέρεται ελαστικά τουλάχιστον για οριζόντιο φορτίο ίσο με F_d και

να διαθέτει ικανοποιητική πλαστιμότητα για τον περιορισμό των βλαβών σύμφωνα με τα παραπάνω.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το γεγονός ότι μία κατασκευή σχεδιάζεται να συμπεριφέρεται ελαστικά έως οριζόντιο φορτίο F_d δεν σημαίνει ότι θα διαρρεύσει όταν το οριζόντιο φορτίο γίνει ίσο με F_d . Αυτό συμβαίνει γιατί στο σχεδιασμό λαμβάνονται υπόψη διάφοροι συντελεστές ασφαλείας (π.χ. συντελεστές ασφαλείας υλικών), οι αντοχές των υλικών λαμβάνονται υπόψη με τη χαρακτηριστική και όχι με τη μέση τιμή τους, εφαρμόζονται ελάχιστες διαστάσεις διατομών και οπλισμού, κ.α., με αποτέλεσμα η πραγματική δύναμη διαρροής να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη δύναμη σχεδιασμού. Η διαφορά μεταξύ F_y και F_d ονομάζεται *υπεραντοχή* και συμβολίζεται με γ_{Rd} . Για συνήθεις κατασκευές από Ω.Σ. η υπεραντοχή γ_{Rd} είναι της τάξης του $1.3 \div 1.5$. Επομένως, ισχύει η εξής σχέση μεταξύ δύναμης διαρροής και δύναμης σχεδιασμού:

$$F_y = \gamma_{Rd} \cdot F_d \quad (2.13)$$

Είναι προφανές ότι η τιμή του σεισμικού φορτίου σχεδιασμού F_d , η οποία καθορίζει την επιτάχυνση διαρροής a_y (αφού $F_y = m a_y$) σύμφωνα με τη σχέση (2.13), επηρεάζει την πλαστιμότητα μ που θα αναπτυχθεί. Επομένως, για να εξασφαλιστεί ότι η πλαστιμότητα μ δεν θα υπερβεί κάποια επιτρεπόμενη τιμή πρέπει και το σεισμικό φορτίο σχεδιασμού F_d να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από κάποια αντίστοιχη ελάχιστη τιμή, η οποία προκύπτει διαιρώντας το ελαστικό φορτίο με ένα συντελεστή q που ονομάζεται *συντελεστής συμπεριφοράς*, δηλαδή:

$$q = \frac{F_e}{F_d} \quad (2.14)$$

όπου F_e είναι η μέγιστη δύναμη που θα αναπτυσσόταν στην κατασκευή για ελαστική συμπεριφορά (εάν είχε ικανοποιητική αντοχή ώστε να μη διαρρέει στον εξεταζόμενο σεισμό) και F_y η δύναμη διαρροής. Σημειώνεται ότι ο όρος *συντελεστής συμπεριφοράς* χρησιμοποιείται στους Ευρωπαϊκούς κανονισμούς (ΕΚ8, ΕΑΚ), ενώ στον αμερικάνικο, τον ιαπωνικό και άλλους κανονισμούς χρησιμοποιείται ο όρος *Reduction factor* που συμβολίζεται με R .

Σε μονοβάθμια συστήματα, $F_e = m a_e$, όπου a_e είναι η μέγιστη ελαστική επιτάχυνση που μπορεί να υπολογιστεί από το ελαστικό φάσμα σχεδιασμού με βάση την ιδιοπερίοδο T και την απόσβεση ζ της κατασκευής. Επομένως, $F_e = m \cdot PSA(T, \zeta)$ και το φορτίο σχεδιασμού ισούται με:

$$F_d = \frac{F_e}{q} = m \cdot \left(\frac{PSA(T, \zeta)}{q} \right) \quad (2.15)$$

Οι αντισεισμικοί κανονισμοί ορίζουν τη μέγιστη τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς q που επιτρέπεται να ληφθεί υπόψη στη μελέτη, με βάση το υλικό κατασκευής και το στατικό σύστημα. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι επιτρεπόμενες τιμές q έχουν προκύψει από τις επιτρεπόμενες τιμές μ με βάση τη σχέση πλαστιμότητας – συντελεστή συμπεριφοράς που αναφέρονται στη συνέχεια.

Ο όρος μέσα σε παρένθεση στη σχέση (2.15) ονομάζεται *επιτάχυνση σχεδιασμού* και στον ΕΚ8 συμβολίζεται με $S_d(T, \zeta)$, σε αντιδιαστολή με τον όρο *ελαστική επιτάχυνση σχεδιασμού* που συμβολίζεται με $S_e(T, \zeta)$ και ισούται με $PSA(T, \zeta)$.

Σύμφωνα με την τυπική διαδικασία του αντισεισμικού σχεδιασμού, γίνεται ελαστική ανάλυση για οριζόντιο φορτίο $F_d = F_e/q$ και η κατασκευή διαστασιολογείται με τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης. Η ελαστική δύναμη F_e υπολογίζεται για την ιδιοπερίοδο της

κατασκευής που προκύπτει για δυσκαμψία $K_{e,d} = 0.50 K_i$, όπου K_i είναι η αρχική δυσκαμψία για αρηγμάτωτες διατομές (βλ. Εξ. (2.4))

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το οριζόντιο φορτίο F_y στο οποίο πραγματικά διαρρέει η κατασκευή είναι μεγαλύτερο από το φορτίο σχεδιασμού F_d λόγω της υπεραντοχής. Αντίστοιχα με το συντελεστή συμπεριφοράς q ορίζουμε το *συντελεστή συμπεριφοράς διαρροής* q_y (ή R_y) ως:

$$q_y = \frac{F_e}{F_y} \quad (2.16)$$

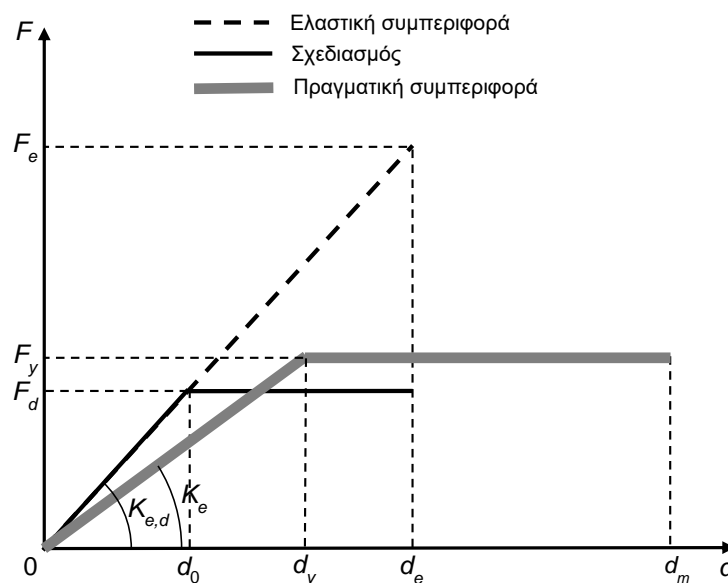
Χρησιμοποιώντας τις (2.13), (2.14) και (2.16) προκύπτει ότι:

$$q = \gamma_{Rd} q_y \quad (2.17)$$

Αντίστοιχα, η επιτάχυνση διαρροής a_y σχετίζεται με την επιτάχυνση σχεδιασμού S_d με τη σχέση:

$$a_y = \gamma_{Rd} S_d \quad (2.18)$$

Με βάση τα παραπάνω, στο Σχ. 2.8 παρουσιάζεται η συμπεριφορά ενός μονοβάθμιου συστήματος τόσο σύμφωνα με τον αντισεισμικό σχεδιασμό για ελαστική συμπεριφορά (διακεκομμένη γραμμή) και ανελαστική συμπεριφορά (συνεχής λεπτή γραμμή) όσο και στην πραγματικότητα (χοντρή γκρι γραμμή). Και στις δύο περιπτώσεις, η καμπύλη ικανότητας της κατασκευής θεωρείται διγραμμική χωρίς κράτυνση (οριζόντιος μετελαστικός κλάδος). Σύμφωνα με το σχεδιασμό, η κατασκευή θα έπρεπε να διαρρέει για δύναμη F_d . Λόγω όμως της υπεραντοχής, η διαρροή συμβαίνει για μεγαλύτερο φορτίο F_y (βλ. Εξ. (2.13)). Επίσης, στην πραγματική συμπεριφορά η ελαστική δυσκαμψία K_e είναι σημαντικά μικρότερη από αυτή που θεωρήθηκε στο σχεδιασμό, αφού η Εξ. (2.4) αποτελεί άνω όριο της πραγματικής δυσκαμψίας. Στο σεισμό σχεδιασμού η κατασκευή παραμορφώνεται με μέγιστη μετακίνηση d_m και η πλαστιμότητα που αναπτύσσεται είναι $\mu = d_m/d_y$, όπου $d_y = F_y/K_e$ είναι η μετακίνηση διαρροής.



Σχ. 2.8. Συμπεριφορά κατασκευών σύμφωνα με το σχεδιασμό και πραγματική ανελαστική συμπεριφορά.

2.3.4 Ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού ΕΚ8

Στον Ευρωκώδικα 8, το ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού ορίζεται διαιρώντας το αντίστοιχο ελαστικό φάσμα (βλ. Κεφ. 1.7.2) με το συντελεστή συμπεριφοράς q , εκτός από την περιοχή περιόδων $0 < T < T_B$ όπου θεωρείται μία γραμμική συνάρτηση για την επιτάχυνση σχεδιασμού, η οποία ξεκινάει από την τιμή $S_d = (2/3) S_{a_g}$ για $T = 0$ (Σχ. 2.9). Ο λόγος που η S_d δεν ισούται με την εδαφική επιτάχυνση S_{a_g} για $T = 0$, είναι επειδή αυτό πρέπει να ισχύει για την επιτάχυνση διαρροής a_y και όχι για την επιτάχυνση σχεδιασμού S_d . Όμως, σύμφωνα με την Εξ. (2.18), $S_d = a_y / \gamma_{Rd}$. Επομένως, εάν θεωρήσουμε ότι οι πολύ δύσκαμπτες κατασκευές ($T \cong 0$) διαθέτουν υπεραντοχή γ_{Rd} τουλάχιστον ίση με 1.5, προκύπτει $S_d(T=0) = S_{a_g} / 1.5 = (2/3) S_{a_g}$.

Συγκεκριμένα, στις διάφορες χαρακτηριστικές περιοχές του φάσματος ισχύουν οι εξής σχέσεις:

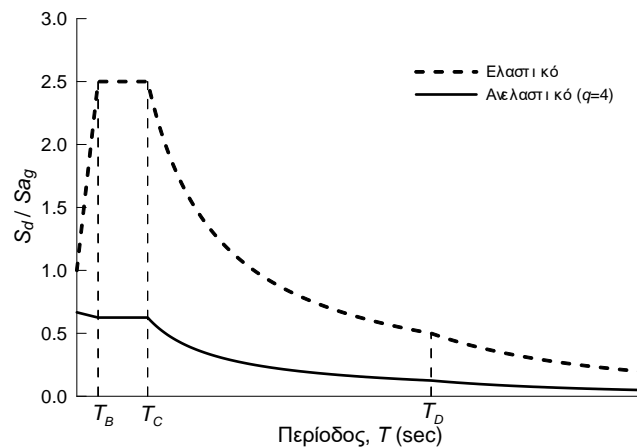
$$S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad \text{για } 0 \leq T \leq T_B \quad (2.19\alpha)$$

$$S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \quad \text{για } T_B \leq T \leq T_C \quad (2.19\beta)$$

$$S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \geq \beta \cdot a_g \quad \text{για } T_C \leq T \leq T_D \quad (2.19\gamma)$$

$$S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \geq \beta \cdot a_g \quad \text{για } T_D \leq T \leq 4 \text{ sec} \quad (2.19\delta)$$

Σύμφωνα με το Εθνικό Προσάρτημα, η τιμή β ορίζεται σε $\beta = 0.2$.



Σχ. 2.9. Ανελαστικό φάσμα σχεδιασμού Ευρωκώδικα 8 για $q = 4$ και αντίστοιχο ελαστικό φάσμα.

Οι τιμές του συντελεστή συμπεριφοράς q δίνονται στα κεφάλαια που αναφέρονται στα διάφορα υλικά και περιέχουν και την επιρροή του συντελεστή απόσβεσης που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο υλικό και στατικό σύστημα, σε περίπτωση που αυτός είναι διάφορος του 5%. Γι' αυτό στις εξισώσεις (2.19α-δ) δεν περιλαμβάνεται ο διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης η όπως στο ελαστικό φάσμα σχεδιασμού, αφού αυτός έχει συμπεριληφθεί στην προτεινόμενη τιμή του q .

2.3.5 Σχέση πλαστιμότητας - συντελεστή συμπεριφοράς

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, καθοριστικός παράγοντας των ζημιών που θα συμβούν σε μία κατασκευή κατά τη διάρκεια ενός σεισμού είναι η πλαστιμότητα μ που θα αναπτυχθεί, αφού το επίπεδο ζημιών είναι συνάρτηση των παραμορφώσεων που θα συμβούν και όχι των δυνάμεων που θα αναπτυχθούν, οι οποίες δεν μεταβάλλονται σημαντικά κατά τη διάρκεια της πλαστικής παραμόρφωσης. Στον αντισεισμικό σχεδιασμό, όμως, χρησιμοποιείται ο συντελεστής συμπεριφοράς q και όχι ο δείκτης πλαστιμότητας μ , επειδή πρέπει να υπολογιστεί το φορτίο F_d για το οποίο σχεδιάζεται η κατασκευή για ελαστική συμπεριφορά. Για να ορίσουμε επομένως το συντελεστή συμπεριφοράς q με βάση την επιτρεπόμενη τιμή της πλαστιμότητας μ χρειαζόμαστε τη σχέση μεταξύ αυτών των δύο παραμέτρων. Τέτοιες σχέσεις δίνονται συνήθως για το συντελεστή συμπεριφοράς διαρροής q_y (ή R_y) και στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως σχέσεις R_y - μ - T επειδή είναι συναρτήσεις της ελαστικής περιόδου T της κατασκευής.

Ας θεωρήσουμε μία μονοβάθμια κατασκευή ελαστικής περιόδου T , όπου $T = 2\pi\sqrt{m/K_e}$. Για ελαστική συμπεριφορά, $F_e = m \cdot a_e$, όπου a_e είναι η ελαστική επιτάχυνση που συνδέεται με την ελαστική μετακίνηση d_e με τη σχέση:

$$a_e \cong \omega^2 d_e = K_e \cdot d_e / m \quad (2.20)$$

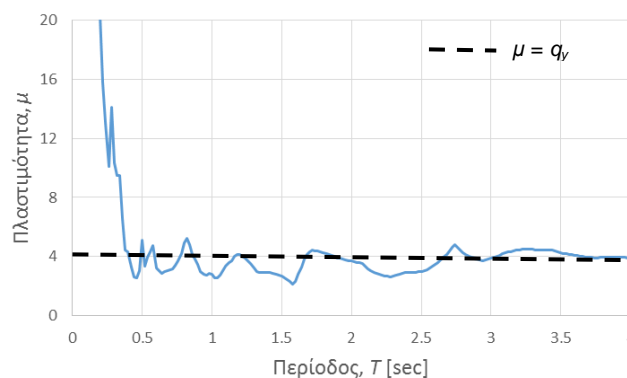
Λαμβάνοντας υπόψη ότι $F_y \cong K_e \cdot d_y$ (αμελώντας τη συμμετοχή της απόσβεσης), για το συντελεστή συμπεριφοράς q_y ισχύει:

$$q_y = F_e / F_y \cong d_e / d_y \quad (2.21)$$

Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση και τον ορισμό της πλαστιμότητας, $\mu = d_m / d_y$, όπου d_m είναι η μετακίνηση για ανελαστική συμπεριφορά, προκύπτει:

$$\mu / q_y \cong d_m / d_e \quad (2.22)$$

δηλαδή η σχέση πλαστιμότητας και συντελεστή συμπεριφοράς είναι ανάλογη της σχέσης ανελαστικής και ελαστικής μετακίνησης.



Σχ. 2.10. Πλαστιμότητα μ που αναπτύσσεται σε μονοβάθμιες κατασκευές για το σεισμό Petronas και για $q_y = 4$. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην τιμή $\mu = q_y$.

Στο Σχ. 2.10 δίνεται η πλαστιμότητα μ που αναπτύσσεται σε μονοβάθμιες κατασκευές που διεγείρονται με το σεισμό Petronas και οι οποίες έχουν σχεδιαστεί να διαρρέουν για $q_y = 4$, δηλαδή σε επιτάχυνση $a_y = SA(T)/4$, όπου $SA(T)$ είναι η ελαστική επιτάχυνση για την

ιδιοπερίοδο T . Είναι εμφανές ότι σε μεγάλες περιόδους, μεγαλύτερες από περίπου 0.5 sec στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι τιμές μ και q_y είναι παρόμοιες. Σε κατασκευές με μικρή περίοδο όμως, η πλαστιμότητα μ που αναπτύσσεται είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς q_y και, γενικώς, μεγαλώνει όσο μικραίνει η ιδιοπερίοδος.

Είναι προφανές, επομένως, ότι η σχέση μεταξύ μ και q_y εξαρτάται από την τιμή της περιόδου της κατασκευής. Παρακάτω δίνονται τρεις συνήθεις σχέσεις μεταξύ μ και q_y και οι περιοχές περιόδων στις οποίες εφαρμόζονται.

Παραδοχή ίσων μετακινήσεων

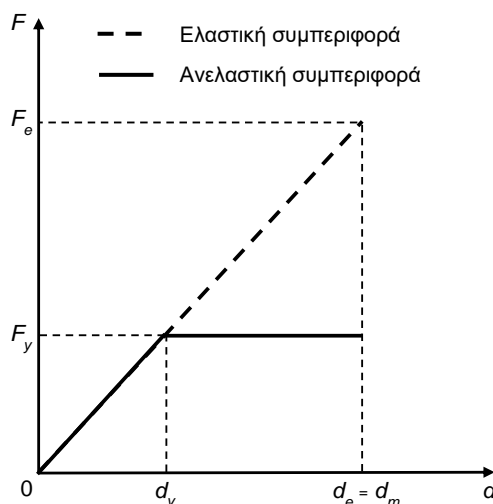
Σε πολλές περιπτώσεις έχει παρατηρηθεί ότι, παρότι η μορφή των χρονοϊστοριών της ελαστικής και της ανελαστικής μετακίνησης είναι διαφορετική (π.χ. βλ. Σχ. 2.6(γ)), η μέγιστη τιμή μετακίνησης είναι περίπου ίδια. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του παραδείγματος του Σχ. 2.6 η μέγιστη μετακίνηση ισούται με 0.105 cm τόσο για ελαστική όσο και για ανελαστική συμπεριφορά, αν και η μέγιστη μετακίνηση συμβαίνει σε τελείως διαφορετική χρονική στιγμή (οι μέγιστες τιμές σημειώνονται με κύκλους στο Σχ. 2.6(γ)). Η ισότητα στην τιμή d_e και d_m δεν ισχύει πάντα, αλλά γενικώς οι τιμές d_e και d_m είναι παραπλήσιες. Μπορούμε επομένως να θεωρήσουμε ότι

$$d_m \cong d_e \quad (2.23)$$

Η παραδοχή αυτή ονομάζεται **παραδοχή των ίσων μετακινήσεων** και είναι αρκετά ακριβής για εύκαμπτες κατασκευές, συγκεκριμένα για κατασκευές με περίοδο μεγαλύτερη από περίπου τη χαρακτηριστική περίοδο T_c (βλ. Κεφ. 1.6.5). Σχηματικά παρουσιάζεται στο Σχ. 2.11.

Θεωρώντας ότι ισχύει η παραδοχή των ίσων μετακινήσεων, η Εξ. (2.22) δίνει:

$$q_y = \mu \quad (2.24)$$

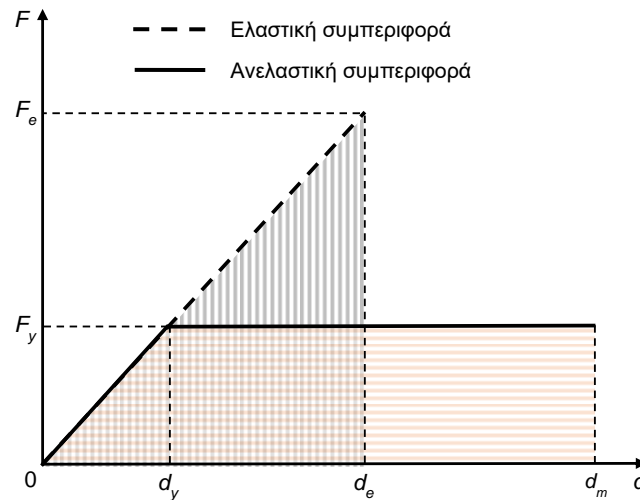


Σχ. 2.11. Συμπεριφορά κατασκευών σύμφωνα με την παραδοχή των ίσων μετακινήσεων.

Παραδοχή ίσων ενεργειών

Σε δύσκαμπτες κατασκευές δεν ισχύει η παραδοχή των ίσων μετακινήσεων και η μέγιστη ανελαστική μετακίνηση d_m είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ελαστική d_e . Μία παραδοχή που συχνά γίνεται για κατασκευές μικρής περιόδου είναι ότι η ενέργεια που καταναλίσκεται στο ανελαστικό σύστημα κατά τη διάρκεια του κύκλου που συμβαίνει η μέγιστη μετακίνηση είναι

ίση με την αντίστοιχη ενέργεια του ελαστικού συστήματος. Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή των ίσων ενεργειών τα εμβαδά κάτω από τις δύο καμπύλες είναι ίσα, όπως φαίνεται στο Σχ. 2.12.



Σχ. 2.12. Συμπεριφορά κατασκευών σύμφωνα με την παραδοχή των ίσων ενεργειών.

Εφαρμόζοντας την ισότητα των εμβαδών και απλές γεωμετρικές σχέσεις, η Εξ. (2.22) οδηγεί στη σχέση:

$$q_y = \sqrt{2\mu - 1} \quad (2.25)$$

Σχέση Vidic et al. (1994)

Στη βιβλιογραφία υπάρχουν πολλές σχέσεις R_y - μ - T που έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές. Μία από αυτές είναι η σχέση των Vidic, Fajfar & Fischinger (1994), η οποία περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$q_y = R_y = (\mu - 1) \frac{T}{T_0} + 1 \quad \text{για } T \leq T_0 \quad (2.26\alpha)$$

$$q_y = R_y = \mu \quad \text{για } T \geq T_0 \quad (2.26\beta)$$

όπου

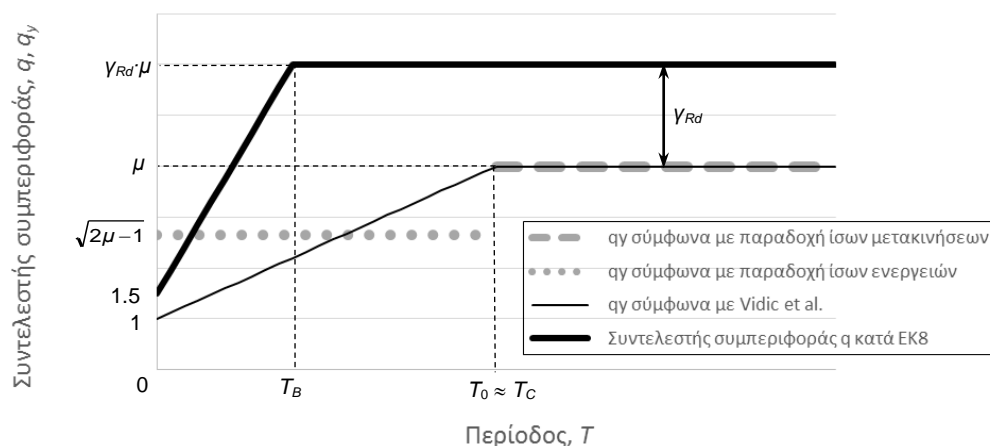
$$T_0 = 0.65 \cdot \mu^{0.3} \cdot T_c \leq T_c \quad (2.27)$$

Στην παραπάνω σχέση, T είναι η ιδιοπερίοδος του μονοβάθμιου ταλαντωτή και T_c η χαρακτηριστική περίοδος του φάσματος απόκρισης που διαχωρίζει την περιοχή της σταθερής φασματικής επιτάχυνσης από την περιοχή της σταθερής φασματικής ταχύτητας. Επίσης, αντί της Εξ. (2.27), η περίοδος T_0 μπορεί προσεγγιστικά να ληφθεί ίση με την T_c .

Η σχέση Vidic et al. υιοθετεί την παραδοχή των ίσων μετακινήσεων για κατασκευές με περίοδο $T > T_0$. Για κατασκευές όμως με μικρότερη περίοδο θεωρεί ότι δεν ισχύει η παραδοχή των ίσων ενεργειών, αλλά ότι η τιμή q_y μειώνεται γραμμικά με την περίοδο σε σύγκριση με την τιμή της πλαστιμότητας μ και τείνει στην τιμή $q_y = 1.0$ για $T = 0$.

Θεώρηση κανονισμών

Οι τιμές του συντελεστή συμπεριφοράς q_y συναρτήσει της πλαστιμότητας μ ανάλογα με την περίοδο της κατασκευής, σύμφωνα με τη σχέση Vidic *et al.* και τις παραδοχές των ίσων μετακινήσεων και ίσων ενεργειών δίνονται στο Σχ. 2.13. Υπενθυμίζεται ότι, σύμφωνα με την Εξ. (2.17), για τον υπολογισμό του συντελεστή συμπεριφοράς q η τιμή του q_y πρέπει να πολλαπλασιαστεί με την υπεραντοχή γ_{Rd} .



Σχ. 2.13. Σχέση μεταξύ q_y μ και T σύμφωνα με τη σχέση Vidic *et al.* και τις παραδοχές των ίσων μετακινήσεων και των ίσων ενεργειών και συντελεστής q σύμφωνα με ΕΚ8.

Με βάση τα παραπάνω, ο ΕΚ8 ορίζει σταθερή τιμή q για κατασκευές με περίοδο μεγαλύτερη από τη χαρακτηριστική περίοδο T_B του φάσματος σχεδιασμού, ενώ για μικρότερες περιόδους η τιμή του q μειώνεται γραμμικά έως την τιμή $q = 1.5$ για $T = 0$. Αντίστοιχη είναι και η θεώρηση του ΕΑΚ, εκτός από το ότι τίθεται $q = 1$ για $T = 0$.

Όπως φαίνεται από το Σχ. 2.13, εάν θεωρήσουμε ότι ισχύει η σχέση των Vidic *et al.*, ο συντελεστής υπεραντοχής γ_{Rd} που θεωρούν οι κανονισμοί δεν είναι σταθερός για όλες τις περιόδους, αλλά είναι γενικώς μεγαλύτερος για κατασκευές με περίοδο μεταξύ T_B και T_C απ' ό,τι για κατασκευές με περίοδο μεγαλύτερη από T_C . Σημειώνεται ότι οι κανονισμοί δίνουν την τελική τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς q χωρίς να αναφέρουν την αντίστοιχη τιμή υπεραντοχής γ_{Rd} για την οποία έχει προκύψει.

2.3.6 Υπολογισμός μετακινήσεων

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο αντισεισμικός σχεδιασμός γίνεται με τα εντατικά μεγέθη που προκύπτουν από ελαστική ανάλυση για το φορτίο σχεδιασμού F_d . Η μετακίνηση d_0 που θα προκύψει από αυτή την ανάλυση αντιστοιχεί στην ελαστική μετακίνηση μέχρι το θεωρητικό σημείο διαρροής (βλ. Σχ. 2.8). Για να υπολογιστεί η πραγματική μετακίνηση πρέπει να προστεθεί και η πλαστική της τιμή. Επειδή όμως η πλαστική μετακίνηση δεν είναι γνωστή, η πραγματική μετακίνηση υπολογίζεται θεωρώντας ότι ισχύει η παραδοχή των ίσων μετακινήσεων σε όλο το φάσμα των περιόδων, δηλαδή:

$$d_m = q \cdot d_0 \quad (2.28)$$

όπου d_0 είναι η υπολογιστική μετακίνηση για ελαστική συμπεριφορά και οριζόντιο φορτίο ίσο με F_d .

2.3.7 Ανακεφαλαίωση μεθοδολογίας αντισεισμικού σχεδιασμού

Η διαδικασία του αντισεισμικού σχεδιασμού που περιγράφηκε παραπάνω μπορεί να συνοψιστεί ως εξής:

- Υπολογισμός της ελαστικής δυσκαμψίας K_e και της ιδιοπεριόδου T που αντιστοιχεί σε αυτή. Σύμφωνα με τον ΕΚ8, ο υπολογισμός της δυσκαμψίας K_e επιτρέπεται να γίνει θεωρώντας το 50% της γεωμετρικής δυσκαμψίας των διατομών των μελών.
- Προσδιορισμός του συντελεστή συμπεριφοράς q για το υλικό και το στατικό σύστημα της κατασκευής σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 8.
- Υπολογισμός του σεισμικού φορτίου $F_d = mS_d(T)$, όπου $S_d(T)$ είναι η επιτάχυνση σχεδιασμού σύμφωνα με τις εξισώσεις (2.19α-δ).
- Στατική επίλυση για οριζόντιο φορτίο F_d . Από αυτή την επίλυση προκύπτουν τα εντατικά μεγέθη των μελών με τα οποία γίνεται η βασική διαστασιολόγηση. Επίσης προκύπτουν οι υπολογιστικές μετακινήσεις της κατασκευής, οι οποίες πολλαπλασιάζονται με το συντελεστή συμπεριφοράς q για να προκύψουν οι μετακινήσεις που θα ληφθούν υπόψη στη διαστασιολόγηση (εάν απαιτούνται έλεγχοι μετακινήσεων).

Η αντισεισμική μελέτη συμπληρώνεται με πληθώρα συμπληρωματικών ελέγχων και κατασκευαστικών διατάξεων που αποσκοπούν στην εξασφάλιση των κριτηρίων σχεδιασμού που αναφέρθηκαν στην Εισαγωγή του κεφαλαίου. Πολλοί από αυτούς τους ελέγχους βασίζονται στον *ικανοτικό σχεδιασμό*, π.χ. ο ικανοτικός σχεδιασμός κόμβων για εξασφάλιση αποφυγής σχηματισμού μηχανισμού κατάρρευσης, οι ικανοτικοί έλεγχοι έναντι αστοχίας σε διάτμηση, ο ικανοτικός σχεδιασμός της θεμελίωσης, κλπ.

2.4. Ανελαστικά φάσματα απόκρισης

Ανάλογα με τα ελαστικά φάσματα απόκρισης μπορούν να κατασκευαστούν ανελαστικά φάσματα απόκρισης κάποιου σεισμού. Επειδή η ανελαστική συμπεριφορά εξαρτάται από την τιμή της επιτάχυνσης διαρροής, τα ανελαστικά φάσματα κατασκευάζονται για συγκεκριμένη τιμή του συντελεστή συμπεριφοράς q_y ή της πλαστιμότητας μ .

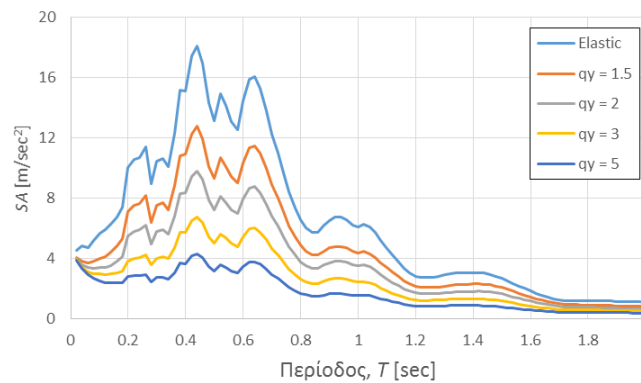
Φάσματα σταθερού συντελεστή συμπεριφοράς

Τα ανελαστικά φάσματα σταθερού συντελεστή συμπεριφοράς κατασκευάζονται ως εξής:

- Για κάθε ιδιοπερίοδο T και για την απόσβεση ζ υπολογίζεται η ελαστική φασματική επιτάχυνση $SA_e(T, \zeta)$ θεωρώντας ελαστική συμπεριφορά.
- Υπολογίζεται η επιτάχυνση διαρροής από τη σχέση: $a_y = SA(T, \zeta)/q_y$.
- Γίνεται ανελαστική ανάλυση και υπολογίζεται η μέγιστη ανελαστική μετακίνηση d_m και η μέγιστη ανελαστική επιτάχυνση a_m . Η τελευταία ισούται με a_y εάν δεν έχει ληφθεί υπόψη κράτυνση μετά τη διαρροή.
- Οι ανελαστικές φασματικές τιμές είναι: $SA(T, \zeta) = a_m$ και $SD(T, \zeta) = d_m$.

Ανελαστικά φάσματα επιταχύνσεων του σεισμού Petronas δίνονται στο Σχ. 2.14 για διάφορες τιμές q_y . Για την κατασκευή αυτών των διαγραμμάτων θεωρήθηκε οριζόντιος μετελαστικός κλάδος και επομένως η τιμή της φασματικής επιτάχυνσης ισούται με την αντίστοιχη επιτάχυνση διαρροής. Επειδή σε κάθε φάσμα η τιμή q_y είναι σταθερή, όλα τα

φάσματα προκύπτουν διαιρώντας το ελαστικό (πάνω γαλάζια γραμμή) με το αντίστοιχο q_y , αφού $a_y = SA_e/q_y$. Γι' αυτό και οι καμπύλες είναι ομόθετες μεταξύ τους. Επομένως, ανελαστικά φάσματα επιταχύνσεων σταθερού συντελεστή συμπεριφοράς δεν έχουν πρακτικό νόημα και συνήθως δεν χρησιμοποιούνται. Έχουν όμως νόημα τα ανελαστικά φάσματα μετακινήσεων, επειδή από αυτά μπορεί να υπολογιστεί η πλαστιμότητα που αναπτύσσεται.



Σχ. 2.14. Ανελαστικά φάσματα επιταχύνσεων σταθερού συντελεστή συμπεριφοράς του σεισμού Petrovac.

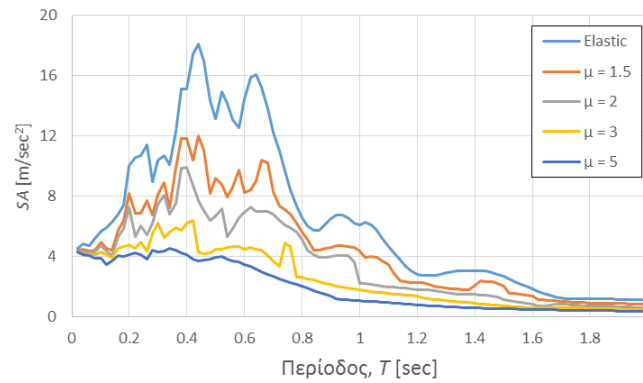
Φάσματα σταθερής πλαστιμότητας

Η κατασκευή των ανελαστικών φασμάτων σταθερής πλαστιμότητας δεν είναι τόσο απλή όπως στην προηγούμενη περίπτωση, επειδή η επιτάχυνση διαρροής, η οποία χρειάζεται για τον υπολογισμό της χρονοϊστορίας της απόκρισης, δεν είναι γνωστή. Ο συνήθης τρόπος κατασκευής τους είναι με δοκιμές και ακολουθεί την εξής διαδικασία:

- Για κάθε ιδιοπερίοδο T και για την απόσβεση ζ υπολογίζεται η ελαστική φασματική επιτάχυνση $SA_e(T, \zeta)$ θεωρώντας ελαστική συμπεριφορά.
- Θεωρούμε ότι η επιτάχυνση διαρροής ισούται με: $a_{y,1} = SA(T, \zeta) - \Delta a$, όπου Δa είναι μία μικρή τιμή.
- Γίνεται ανελαστική ανάλυση και υπολογίζεται η μέγιστη ανελαστική μετακίνηση $d_{m,1}$ και η πλαστιμότητα που αναπτύσσεται: $\mu_1 = d_{m,1}/d_{y,1}$, όπου $d_{y,1} = a_{y,1}/K_e$.
- Ελέγχεται εάν η πλαστιμότητα μ_1 είναι μεγαλύτερη ή ίση από την επιθυμητή πλαστιμότητα μ , για την οποία κατασκευάζεται το φάσμα. Εάν ναι, σταματάμε. Εάν όχι, θέτουμε $a_{y,2} = a_{y,1} - \Delta a$ και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.
- Οι δοκιμές συνεχίζονται μέχρι τη δοκιμή i για την οποία προκύπτει $\mu_i \geq \mu$.
- Οι ανελαστικές φασματικές τιμές είναι: $SA(T, \zeta) = a_{m,i}$ και $SD(T, \zeta) = d_{m,i}$.

Σημειώνεται ότι, γενικώς, η τιμή της επιθυμητής πλαστιμότητας μ μπορεί να επιτευχθεί με περισσότερες από μία τιμές της επιτάχυνσης διαρροής a_y . Η παραπάνω διαδικασία οδηγεί στη μεγαλύτερη τιμή a_y για την οποία προκύπτει πλαστιμότητα μ .

Ανελαστικά φάσματα επιταχύνσεων του σεισμού Petrovac δίνονται στο Σχ. 2.15 για διάφορες τιμές μ . Και σε αυτή την περίπτωση θεωρήθηκε οριζόντιος μετελαστικός κλάδος και επομένως ο κατακόρυφος άξονας δίνει την επιτάχυνση διαρροής ($SA = a_y$).



Σχ. 2.15. Ανελαστικά φάσματα επιταχύνσεων σταθερής πλαστιμότητας του σεισμού Petrovac.

Ο συντελεστής συμπεριφοράς που αντιστοιχεί σε κάποια περίοδο T και πλαστιμότητα μ υπολογίζεται διαιρώντας την τιμή που αντιστοιχεί στο ελαστικό φάσμα ($SA_e(T)$, πάνω γαλάζια γραμμή) με την αντίστοιχη επιτάχυνση διαρροής a_y (δηλαδή την τιμή $SA(T)$ για την καμπύλη που αντιστοιχεί στην πλαστιμότητα μ), αφού $q_y = SA_e/a_y$.

2.5. Γενική και τοπική πλαστιμότητα

2.5.1 Ορισμός

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο αντισεισμικός σχεδιασμός σύμφωνα με τη μέθοδο των δυνάμεων βασίζεται στην ανάλυση της κατασκευής για σεισμικά φορτία F_d που αντιστοιχούν στα ελαστικά διαιρεμένα με το συντελεστή συμπεριφοράς q . Η θεώρηση αυτή υποθέτει ότι όλα τα φέροντα στοιχεία της κατασκευής θα διαρρεύσουν περίπου ταυτόχρονα και ότι σε όλα θα αναπτυχθεί η ίδια περίπου πλαστιμότητα μ που υπολογίζεται από το συντελεστή συμπεριφοράς $q_y = q/\gamma_{Rd}$. Αυτή η πλαστιμότητα αφορά τη γενική συμπεριφορά της κατασκευής και ισούται με $\mu = d_m/d_y$, όπου d_m είναι η μέγιστη μετακίνηση του ΚΜ και d_y η αντίστοιχη μετακίνηση διαρροής που προκύπτει από το διγραμμικό διάγραμμα συμπεριφοράς. Η πλαστιμότητα αυτή ονομάζεται *γενική πλαστιμότητα*.

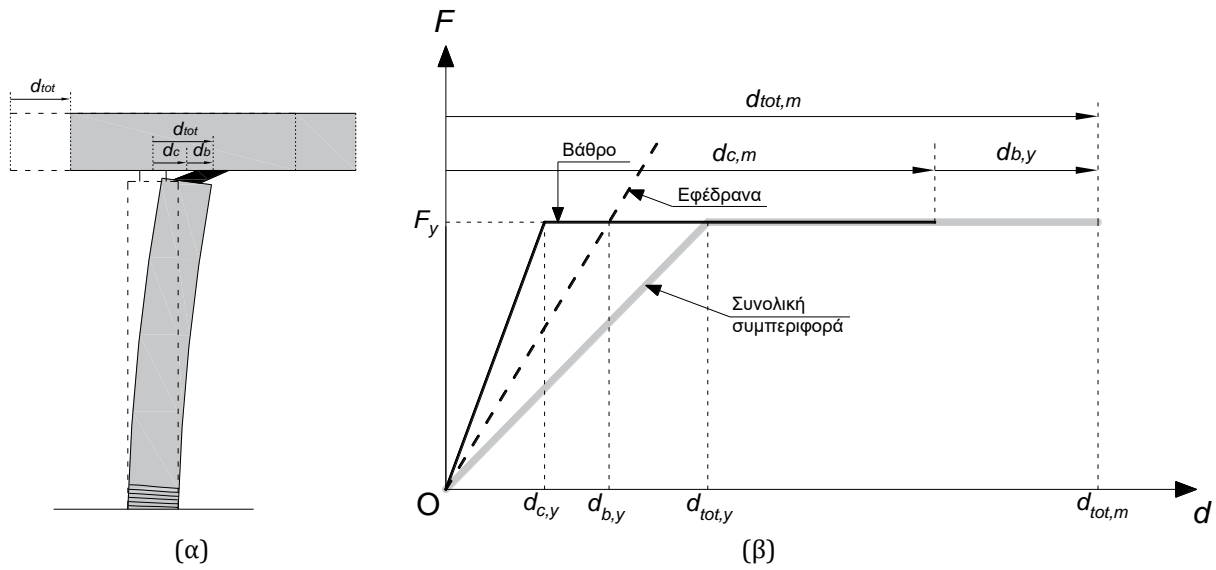
Στην πραγματικότητα όμως, τα φέροντα στοιχεία μιας κατασκευής δεν έχουν όλα την ίδια αντοχή, ούτε καταπονούνται όλα με τον ίδιο τρόπο. Έτσι, στην πράξη, η πλαστιμότητα που αναπτύσσεται σε κάθε στοιχείο διαφέρει από τη γενική πλαστιμότητα της κατασκευής. Η πλαστιμότητα που αναπτύσσεται σε ένα στοιχείο, π.χ. σε ένα υποστύλωμα, ονομάζεται *τοπική πλαστιμότητα*. Για παράδειγμα, η πλαστιμότητα ενός υποστυλώματος K_i ορίζεται ως: $\mu_i = d_{im}/d_{iy}$, όπου d_{im} είναι η μέγιστη σχετική μετακίνηση της κορυφής του υποστυλώματος ως προς τη βάση του και d_{iy} η αντίστοιχη μετακίνηση διαρροής.

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις, στις οποίες υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ γενικής και τοπικής πλαστιμότητας.

2.5.2 Βάθρο γέφυρας με ελαστικά εφέδρανα

Σε γέφυρες που συνδέονται με τα βάθρα με ελαστικά εφέδρανα, η συνολική οριζόντια μετατόπιση d_{tot} του καταστρώματος (φορέα), η οποία θεωρούμε ότι ταυτίζεται με τη μετατόπιση του ΚΜ, ισούται με το άθροισμα της μετακίνησης της κορυφής του βάθρου ως προς

τη βάση του, d_c , και της σχετικής μετακίνησης της κορυφής του εφεδράνου ως προς τη βάση του, d_b (Σχ. 2.16(α)), δηλαδή:



Σχ. 2.16. Ελαστοπλαστική συμπεριφορά βάθρου με ελαστομεταλλικά εφέδρανα.

$$d_{tot} = d_c + d_b \quad (2.29)$$

Ας θεωρήσουμε ότι το βάθρο συμπεριφέρεται ελαστικά – τελείως πλαστικά (χωρίς κράτυνση) όπως δείχνεται στο διάγραμμα συμπεριφοράς του Σχήματος 2.16(β) με μαύρη συνεχή γραμμή, ενώ τα εφέδρανα συμπεριφέρονται ελαστικά, όπως δείχνεται στο διάγραμμα με διακεκομμένη γραμμή. Τη στιγμή που διαρρέει το βάθρο η μετακίνηση του στύλου είναι $d_{c,y}$, των εφεδράνων $d_{b,y}$ και η συνολική μετακίνηση $d_{tot,y}$.

Η τέμνουσα δύναμη που μπορεί να παραλάβει ο στύλος μετά τη διαρροή του παραμένει σταθερή, ίση με F_y , και επομένως και η τέμνουσα που παραλαμβάνουν τα εφέδρανα παραμένει σταθερή, ίση με F_y , αφού τα εφέδρανα και ο στύλος δέχονται την ίδια οριζόντια δύναμη. Επομένως, αφού τα εφέδρανα παραμένουν ελαστικά και η παραμόρφωσή τους παραμένει σταθερή μετά τη διαρροή του στύλου, ανεξάρτητα από τη συνολική μετακίνηση του συστήματος, ίση με αυτή τη στιγμή της διαρροής: $d_b = d_{b,y}$.

Η πλαστιμότητα μ_f που θα αναπτυχθεί στο σύστημα (γενική πλαστιμότητα) είναι:

$$\mu_f = \frac{d_{tot,m}}{d_{tot,y}} = \frac{d_{c,m} + d_{b,y}}{d_{c,y} + d_{b,y}} \quad (2.30)$$

ενώ η πλαστιμότητα μ_c που θα αναπτυχθεί στο βάθρο (τοπική πλαστιμότητα) είναι:

$$\mu_c = \frac{d_{c,m}}{d_{c,y}} \quad (2.31)$$

Χρησιμοποιώντας την Εξ. (2.31) και θέτοντας

$$\lambda = d_{b,y}/d_{c,y} \quad (2.32)$$

η (2.30) γράφεται:

$$\mu_f = \frac{\mu_c + \lambda}{1 + \lambda} \quad (2.33)$$

ή αντίστοιχα:

$$\mu_c = \mu_f(1 + \lambda) - \lambda \quad (2.33)$$

Ο λόγος λ δηλώνει τη σχετική δυσκαμψία βάθρου – εφεδράνων για ελαστική συμπεριφορά, δηλαδή

$$\lambda = K_c/K_b \quad (2.34)$$

αφού $d_{b,y} = F_y/K_b$ και $d_{c,y} = F_y/K_c$, όπου K_c είναι η καμπτική δυσκαμψία του στύλου του βάθρου και K_b είναι η δυστένεια των εφεδράνων. Συνήθως, η K_c είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την K_b και το λ παίρνει τιμές σημαντικά μεγαλύτερες από 1. Σε αυτή την περίπτωση, η πλαστιμότητα μ_c του βάθρου προκύπτει σημαντικά μεγαλύτερη από τη γενική πλαστιμότητα μ_f . Για παράδειγμα, εάν ο σχεδιασμός γίνεται για γενική πλαστιμότητα $\mu_f = 3$ και $\lambda = 2$, προκύπτει πλαστιμότητα βάθρου $\mu_c = 7$, ενώ για $\lambda = 4$ προκύπτει $\mu_c = 11$.

2.5.3 Μονώροφο κτίριο με έντονη στρόφη

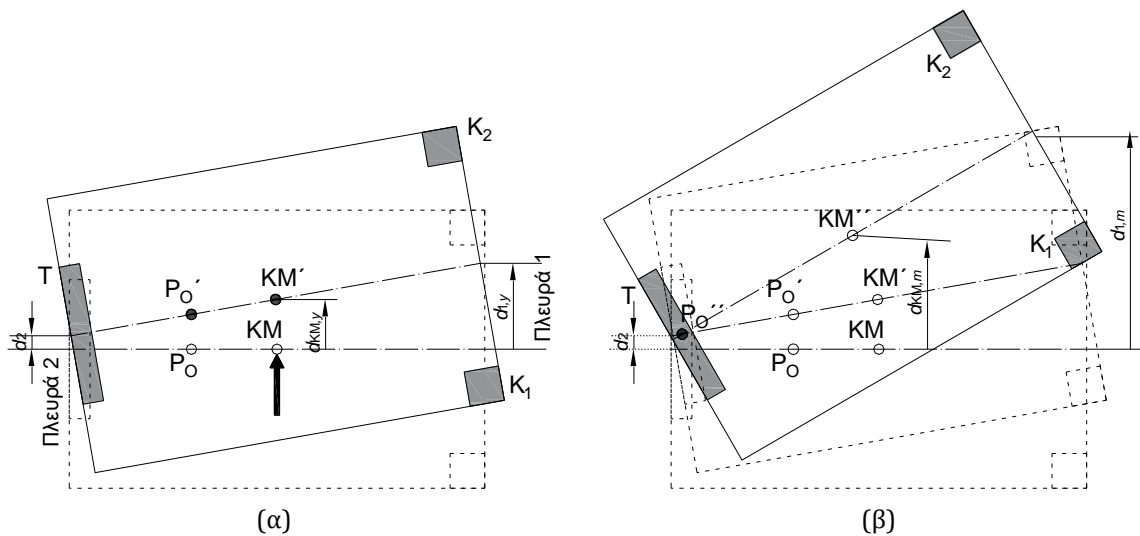
Ας θεωρήσουμε το μονώροφο κτίριο του Σχ. 2.17(α), το οποίο στη δεξιά πλευρά (πλευρά 1) στηρίζεται σε δύο ίδια υποστυλώματα και στην αριστερή (πλευρά 2) σε ένα μεγάλο τοίχωμα. Θεωρούμε ότι τα υποστυλώματα συμπεριφέρονται ως αμφίπακτα και ότι διαρρέουν ταυτόχρονα στη βάση και την κορυφή τους (δηλαδή μηδενίζεται η οριζόντια δυσκαμψία τους μετά τη διαρροή). Η ανελαστική συμπεριφορά των δύο υποστυλωμάτων και του τοιχώματος δίνεται στο Σχ. 2.18(α). Παρατηρούμε ότι τα δύο υποστυλώματα διαρρέουν σε λίγο μεγαλύτερη μετακίνηση απ' ό,τι το τοίχωμα και σε σημαντικά μικρότερη τέμνουσα δύναμη.

Θεωρούμε ότι στην κατασκευή ενεργεί σεισμικό φορτίο στη διεύθυνση y . Λόγω της μεγάλης διαφοράς δυσκαμψίας μεταξύ των πλευρών 1 και 2, το κτίριο θα μετακινηθεί και ταυτόχρονα θα στρίψει γύρω από σημείο P_0 (πόλος στρόφης) που βρίσκεται μεταξύ ΚΜ και τοιχώματος (βλ. παρ. 3.6.2 Κεφ. 3). Λόγω της στρόφης, η μετακίνηση της πλευράς 1, στην οποία βρίσκονται τα υποστυλώματα, είναι σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή της πλευράς 2, στην οποία βρίσκεται το τοίχωμα. Επομένως, τα υποστυλώματα θα διαρρεύσουν πριν το τοίχωμα, όταν η μετακίνηση της πλευράς 1 φθάσει την τιμή $d_{1,y}$. Τη στιγμή που θα διαρρεύσουν τα υποστυλώματα, η μετακίνηση του τοιχώματος θα είναι ίση με d_2 , η οποία είναι σημαντικά μικρότερη τόσο από την $d_{1,y}$, όσο και από τη μετακίνηση διαρροής του τοιχώματος $d_{2,y}$ (βλ. Σχ. 2.18(β)). Την ίδια στιγμή, η μετακίνηση του ΚΜ είναι $d_{KM,y}$. Θεωρώντας ότι το ΚΜ βρίσκεται στο γεωμετρικό κέντρο της κάτοψης, ισχύει:

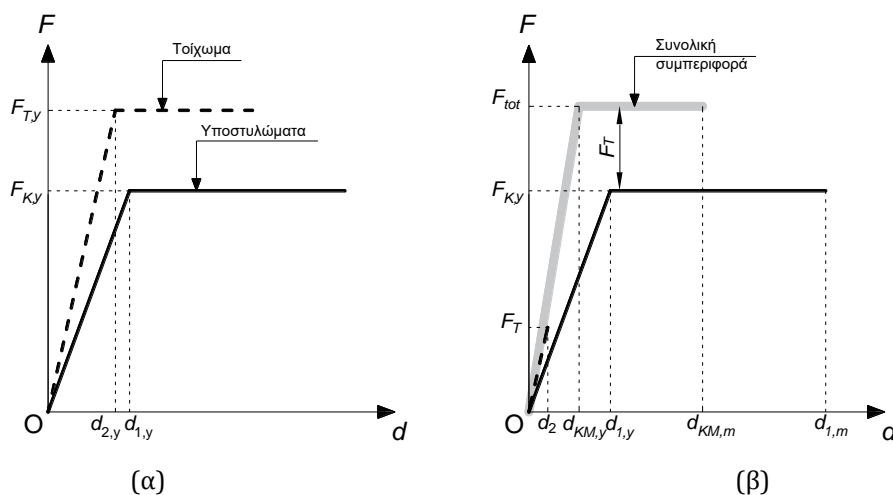
$$d_{KM,y} = \frac{d_{1,y} + d_2}{2} \quad (2.35)$$

Μετά τη διαρροή των υποστυλωμάτων, μηδενίζεται η δυσκαμψία τους, επομένως ο πόλος στρόφης μετακινείται στον άξονα του τοιχώματος, αφού αυτό είναι το μόνο στοιχείο που συνεχίζει να έχει δυσκαμψία. Η στρεπτική δυσκαμψία της κατασκευής είναι πάρα πολύ μικρή, αφού σε αυτή συμμετέχει μόνον η δυστρεψία του τοιχώματος γύρω από τον άξονά του, η οποία είναι μικρή λόγω της ρηγμάτωσης (για τοίχωμα από Ω.Σ.). Επειδή η κατασκευή δεν διαθέτει

ουσιαστική δυστρεψία για να μπορεί να παραλάβει μεγαλύτερη ροπή, το σεισμικό φορτίο δεν μπορεί να αυξηθεί, άρα δεν θα υπάρξει αύξηση της μετακίνησης d_2 του τοιχώματος και η παραμόρφωση του κτιρίου μετά τη διαρροή των υποστυλωμάτων θα συνίσταται κυρίως σε στροφή γύρω από τον πόλο P_0'' που βρίσκεται στον άξονα του τοιχώματος. Λόγω αυτής της στροφής θα μεγαλώσει σημαντικά η μετακίνηση $d_{1,m}$ της πλευράς 1 που βρίσκονται τα υποστυλώματα και η μετακίνηση $d_{KM,m}$ του ΚΜ (βλ. Σχ. 2.17(β)). Σε αυτή την περίπτωση ισχύει:



Σχ. 2.17. Μετατοπίσεις της κατασκευής: (α) στη διαρροή των υποστυλωμάτων, (β) στη μέγιστη μετακίνηση.



Σχ. 2.18. (α) Ανελαστική συμπεριφορά υποστυλωμάτων και τοιχώματος, (β) Συνολική συμπεριφορά στη διαρροή των υποστυλωμάτων και στη μέγιστη μετακίνηση.

$$d_{KM,m} = \frac{d_{1,m} + d_2}{2} \quad (2.36)$$

Λόγω αυτής της συμπεριφοράς, το τοίχωμα δεν πρόκειται να διαρρεύσει ποτέ, αφού η μετακίνησή του παραμένει πρακτικά σταθερή, ίση με d_2 , επομένως το τοίχωμα θα συμπεριφερθεί ελαστικά. Αντίθετα, τα υποστυλώματα μπορούν να αναπτύξουν μεγάλη πλαστιμότητα, αφού θα υποστούν μεγάλες πλαστικές μετατοπίσεις. Αυτή επομένως είναι μία περίπτωση στην οποία η τοπική πλαστιμότητα διαφοροποιείται σημαντικά μεταξύ των μελών

της κατασκευής. Βέβαια, αυτή είναι μία ακραία περίπτωση που δεν είναι πιθανόν να συμβεί στην πράξη, επειδή συνήθως υπάρχουν και άλλα υποστυλώματα τα οποία μπορούν να συνεισφέρουν στην στρεπτική δυσκαμψία.

Όσον αφορά στη σχέση μεταξύ της τοπικής πλαστιμότητας μ_K των υποστυλωμάτων και της γενικής πλαστιμότητας μ_f παρατηρούμε τα εξής:

- Η γενική πλαστιμότητα ισούται με:

$$\mu_f = \frac{d_{KM,m}}{d_{KM,y}} = \frac{d_{1,m} + d_2}{d_{1,y} + d_2} \quad (2.37)$$

- Η πλαστιμότητα των υποστυλωμάτων ισούται με:

$$\mu_K = \frac{d_{1,m}}{d_{1,y}} \quad (2.38)$$

Θέτοντας $\lambda = d_2/d_{1,y}$ και χρησιμοποιώντας την (2.38), η Εξ. (3.37) γράφεται ως

$$\mu_f = \frac{\mu_K + \lambda}{1 + \lambda} \quad (2.39)$$

από την οποία προκύπτει:

$$\mu_K = \mu_f(1 + \lambda) - \lambda \quad (2.40)$$

Για παράδειγμα, εάν ο σχεδιασμός του κτιρίου γίνεται για $\mu_f = 4$ και $\lambda = 0.8$, προκύπτει: $\mu_K = 6.4$.

Κεφάλαιο 3

Σεισμική απόκριση και σχεδιασμός πολυβαθμίων συστημάτων

3.1. Εισαγωγή

Οι συνήθεις κατασκευές πολιτικού μηχανικού συνιστούν σύνθετα συστήματα, τα οποία αποτελούνται από πολλές μάζες και επομένως διαθέτουν πολλούς βαθμούς ελευθερίας. Στη γενική περίπτωση, κάθε μάζα ενός συστήματος μπορεί να κινηθεί σε 6 βαθμούς ελευθερίας, οι οποίοι σε ένα καρτεσιανό σύστημα ορθογώνιων αξόνων είναι οι τρεις μετακινήσεις u_x , u_y , u_z κατά τους τρεις άξονες x , y , z και οι τρεις στροφές θ_x , θ_y , θ_z γύρω από αυτούς τους άξονες. Επομένως, εάν ένα σύστημα μπορεί να προσομοιαστεί με ένα σύστημα n μαζών, διαθέτει συνολικά $6 \cdot n$ βαθμούς ελευθερίας.

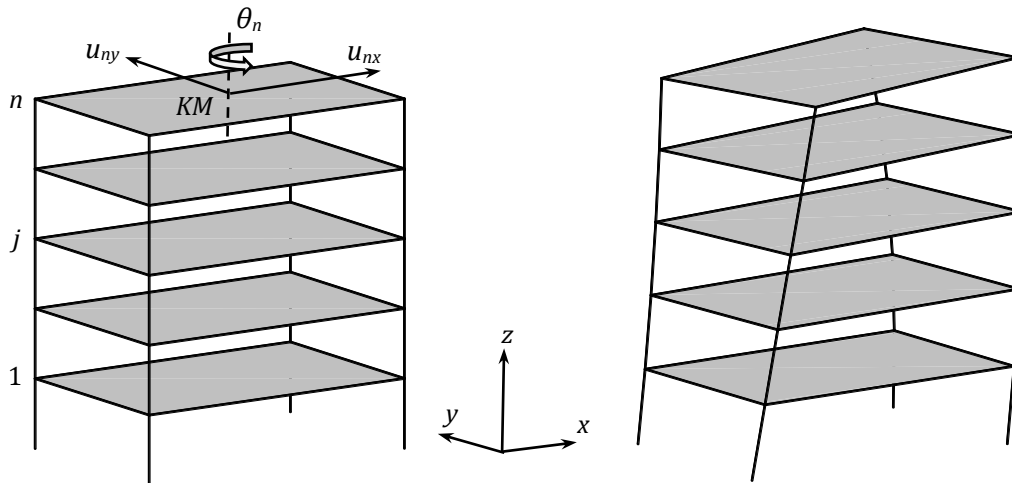
Σε συνήθη οικοδομικά έργα, στα οποία οι μάζες θεωρούνται συγκεντρωμένες στα επίπεδα των πλακών, λόγω της μεγάλης δυστένειας των υποστυλωμάτων σε παραμόρφωση κατά το διαμήκη τους άξονα μπορεί να θεωρηθεί ότι $u_z \cong 0$. Επιπρόσθετα, επειδή και η στροφή των πλακών γύρω από τους οριζόντιους άξονες συνοδεύεται υποχρεωτικά από αξονικές παραμορφώσεις των υποστυλωμάτων, μπορεί να θεωρηθεί ότι και οι αντίστοιχες στροφές είναι σχεδόν μηδενικές, δηλαδή $\theta_x \cong \theta_y \cong 0$. Με αυτό τον τρόπο, σε οικοδομικά έργα οι βαθμοί ελευθερίας περιορίζονται σε $3 \cdot n$.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η διακριτοποίηση των μαζών, δηλαδή η θεώρηση ότι οι μάζες της κατασκευής είναι συγκεντρωμένες σε συγκεκριμένα σημεία, δεν είναι πάντοτε δυνατή, γι' αυτό και οι κατασκευές διακρίνονται σε: (α) *συστήματα με συγκεντρωμένες μάζες (lumped mass systems)* και (β) *σε συνεχή συστήματα (continuous systems)*, στα οποία η μάζα θεωρείται κατανομημένη σε όλη την έκταση της κατασκευής. Στην κατηγορία (α) υπάγονται τα συνήθη οικοδομικά έργα από Ω.Σ., στα οποία οι μάζες μπορούν με ικανοποιητική προσέγγιση να θεωρηθούν συγκεντρωμένες στα επίπεδα των πλακών. Στην κατηγορία (β) ανήκουν τα φράγματα, οι καμινάδες και άλλες κατασκευές στις οποίες δεν υπάρχουν θέσεις με μεγάλες συγκεντρωμένες μάζες.

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται κυρίως συστήματα με συγκεντρωμένες μάζες, ιδιαίτερα οικοδομικά έργα, και μικρή μόνον αναφορά γίνεται σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις συνεχών συστημάτων. Στα οικοδομικά έργα γίνεται η παραδοχή ότι οι πλάκες των ορόφων λειτουργούν ως *διαφράγματα*, δηλαδή ότι είναι απαραμόρφωτες στο επίπεδό τους και μπορούν να κινούνται στο χώρο ως απαραμόρφωτοι δίσκοι. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται *διαφραγματική λειτουργία* και παίζει σημαντικό ρόλο στη δυναμική απόκριση των κτιρίων, επειδή επιβάλλει συγκεκριμένους κινηματικούς περιορισμούς στην παραμόρφωση της κατασκευής. Το θέμα αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά παρακάτω.

3.2. Ελαστική απόκριση πολυωρόφου κτιρίου με διαφραγματική λειτουργία

Στο Σχ. 3.1 παρουσιάζεται σχηματικά η παραμόρφωση ενός πολυωρόφου κτιρίου n ορόφων κατά τη διάρκεια ενός σεισμού. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι μάζες είναι συγκεντρωμένες στα επίπεδα των πλακών και ότι κάθε μάζα διαθέτει τρεις βαθμούς ελευθερίας, συγκεκριμένα μετακίνηση u_x κατά τον άξονα x , μετακίνηση u_y κατά τον άξονα y και στροφή $\theta = \theta_z$ γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z .



Σχ. 3.1. Σεισμική παραμόρφωση πολυωρόφου κτιρίου από Ω.Σ.

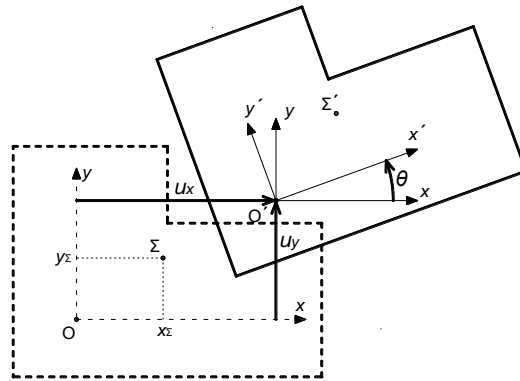
3.2.1 Διαφραγματική λειτουργία

Στις περισσότερες περιπτώσεις πλακών από Ω.Σ. μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάθε πλάκα αποτελεί ένα διαφραγματικό δίσκο που δεν παραμορφώνεται στο επίπεδό του, δηλαδή ότι σε κάθε όροφο υπάρχει *διαφραγματική λειτουργία*. Παραδείγματα περιπτώσεων που δεν ισχύει η διαφραγματική λειτουργία είναι:

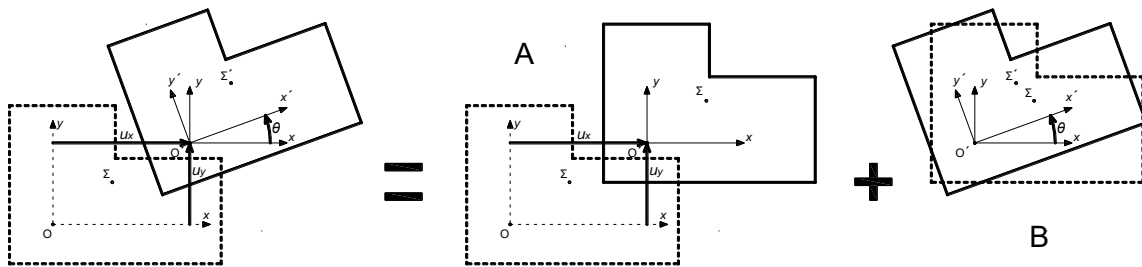
- Κτίρια με ξύλινα πατώματα
- Βιομηχανικά κτίρια με μεταλλικές στέγες από ζευκτά και τεγίδες
- Κτίρια με πλάκες από Ω.Σ., οι οποίες όμως λόγω σχήματος δεν εξασφαλίζουν το απαραμόρφωτο στο επίπεδό τους, όπως πολύ επιμήκεις στη μία διεύθυνση και πλάκες σχήματος Η ή L.

Εάν οι πλάκες των ορόφων λειτουργούν ως διαφράγματα, υπάρχει συσχέτιση των μετακινήσεων όλων των σημείων του διαφράγματος, οι οποίες πρέπει να είναι συμβατές με την κίνηση του διαφράγματος ως απαραμόρφωτο σώμα. Επομένως, εάν είναι γνωστό το διάνυσμα των μετακινήσεων $\mathbf{u}_0 = \{u_{0x} \ u_{0y} \ \theta_0\}^T$ οποιουδήποτε σημείου αναφοράς O , μπορεί να υπολογιστεί το αντίστοιχο διάνυσμα μετακινήσεων και οποιουδήποτε άλλου σημείου Σ πάνω στο διάφραγμα.

Πράγματι, έστω ότι το διάφραγμα έχει μετακινηθεί όπως φαίνεται στο Σχ. 3.2, δηλαδή το σημείο O έχει μετακινηθεί κατά u_{0x} και u_{0y} κατά τους άξονες x και y (σημείο O'), ενώ όλο το διάφραγμα έχει στραφεί και κατά γωνία θ , η οποία είναι ίδια για όλα τα σημεία του διαφράγματος. Όπως φάνετα στο Σχ. 3.3, η συνολική κίνηση μπορεί να αναλυθεί σε: (Α) μία μεταφορική κίνηση χωρίς στροφή και (Β) σε μία στροφή γύρω από το σημείο O' .



Σχ. 3.2. Κίνηση διαφράγματος.



Σχ. 3.3. Ανάλυση της κίνησης του διαφράγματος σε: (Α) μεταφορική κίνηση και (Β) στροφή.

Παρατηρούμε ότι:

- Στη μεταφορική κίνηση (Α) όλα τα σημεία έχουν την ίδια μετακίνηση κατά x και y , επομένως για το τυχαίο σημείο Σ ισχύει:

$$u_{\Sigma,x}^A = u_{0,x} \quad (3.1\alpha)$$

$$u_{\Sigma,y}^A = u_{0,y} \quad (3.1\beta)$$

$$\theta_{\Sigma}^A = 0 \quad (3.1\gamma)$$

- Στη στροφή (Β) όλα τα σημεία στρέφονται γύρω από το σημείο O' κατά γωνία θ , επομένως δημιουργούνται πρόσθετες μετακινήσεις κατά τους άξονες x και y . Θεωρώντας ότι η γωνία στροφής θ είναι μικρή ώστε να μπορούμε να θέσουμε: $\cos\theta \cong 1$ και $\sin\theta \cong \theta$, εύκολα αποδεικνύεται ότι:

$$u_{\Sigma,x}^B = -\theta \cdot y_{\Sigma} \quad (3.2\alpha)$$

$$u_{\Sigma,y}^B = +\theta \cdot x_{\Sigma} \quad (3.2\beta)$$

$$\theta_{\Sigma}^B = \theta \quad (3.2\gamma)$$

όπου x_{Σ} και y_{Σ} είναι οι συντεταγμένες του σημείου Σ στο σύστημα Oxy (βλ. Σχ. 3.2).

Επομένως, οι μετακινήσεις του τυχαίου σημείου Σ μπορούν να υπολογιστούν από τις μετακινήσεις του σημείου αναφοράς O και τη στροφή θ του διαφράγματος από τις σχέσεις:

$$u_{\Sigma,x} = u_{0,x} - \theta \cdot y_{\Sigma} \quad (3.3\alpha)$$

$$u_{\Sigma,y} = u_{0,y} + \theta \cdot x_{\Sigma} \quad (3.3\beta)$$

$$\theta_{\Sigma} = \theta \quad (3.3\gamma)$$

Συνήθως, ως σημείο αναφοράς για τον υπολογισμό των μετακινήσεων θεωρούμε το κέντρο μάζας (KM) κάθε διαφράγματος.

3.2.2 Εξίσωση κίνησης

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για την περιγραφή της κίνησης του κτιρίου είναι αρκετό να υπολογιστούν οι μετακινήσεις u_{jx} και u_{jy} του KM κάθε ορόφου j , καθώς και η στροφή θ_j . Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση μιας πολυβάθμιας κατασκευής για διέγερση της βάσης της με σεισμική επιτάχυνση $\ddot{x}_g(t)$ που ενεργεί σε διεύθυνση που ορίζεται από το διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{r} μπορεί να γραφεί σε μητρωική μορφή ως εξής:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g \quad (3.4)$$

Τα μητρώα που υπεισέρχονται σε αυτή την εξίσωση σχολιάζονται παρακάτω.

Διάνυσμα μετακινήσεων

Για ένα κτίριο με n ορόφους το διάνυσμα των αγνώστων μετακινήσεων έχει $3 \cdot n$ όρους:

$$\mathbf{u} = \left\{ \begin{array}{l} u_{1x} \\ u_{1y} \\ \theta_1 \\ \hline u_{2x} \\ u_{2y} \\ \theta_2 \\ \hline \dots \\ \dots \\ \dots \\ \hline u_{nx} \\ u_{ny} \\ \theta_n \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1^{\text{ος}} \text{ όροφος} \\ \\ \\ 2^{\text{ος}} \text{ όροφος} \\ \\ \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ n \text{ όροφος} \end{array} \quad (3.5)$$

Για λόγους καλύτερης διαχείρισης των σχέσεων συνιστάται η αναδιάταξη του διανύσματος των μετακινήσεων στη μορφή:

$$\mathbf{u} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_y \\ \boldsymbol{\theta} \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

όπου

$$\mathbf{u}_x = \begin{Bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \\ \dots \\ \dots \\ u_{nx} \end{Bmatrix}, \mathbf{u}_y = \begin{Bmatrix} u_{1y} \\ u_{2y} \\ \dots \\ \dots \\ u_{ny} \end{Bmatrix}, \boldsymbol{\theta} = \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dots \\ \dots \\ \theta_n \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Η διάταξη αυτή ακολουθείται παρακάτω.

Μητρώο μάζας

Εάν οι μετακινήσεις μετρώνται στο ΚΜ κάθε ορόφου, το μητρώο μάζας είναι διαγώνιο και έχει τη μορφή:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_x & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_\theta \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

όπου

$$\mathbf{m}_x = \begin{bmatrix} m_{1x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{2x} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & m_{nx} \end{bmatrix}, \mathbf{m}_y = \begin{bmatrix} m_{1y} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{2y} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & m_{ny} \end{bmatrix}, \mathbf{I}_\theta = \begin{bmatrix} I_{1\theta} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_{2\theta} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & I_{n\theta} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Σε αυτές τις σχέσεις, m_{jx} και m_{jy} είναι η μάζα του j ορόφου κατά x και y αντίστοιχα και $I_{j\theta}$ η ροπή αδράνειας μάζας γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το ΚΜ. Συνήθως, $m_{jx} = m_{jy}$.

Υπενθυμίζεται ότι για ορθογωνική κάτοψη με ομοιόμορφη κατανομή μάζας, διαστάσεων $L_x \times L_y$, η ροπή αδράνειας μάζας δίνεται από τη σχέση:

$$I_\theta = \frac{m \cdot (L_x^2 + L_y^2)}{12} \quad (3.10)$$

Για κάτοψη τυχαίας μορφής, συνιστάται ο διαχωρισμός της σε ορθογωνικά τμήματα, για κάθε ένα από τα οποία υπολογίζεται η ροπή αδράνειας του $I_{\theta,i}$ ως προς το κέντρο μάζας του σύμφωνα με την (3.10) και η συνολική ροπή αδράνειας υπολογίζεται εφαρμόζοντας το θεώρημα Steiner, δηλαδή

$$I_\theta = \sum_i I_{\theta,i} + \sum_i m_i R_i^2 \quad (3.11)$$

όπου R_i είναι η απόσταση του ΚΜ του τμήματος i από το ΚΜ όλης της κάτοψης.

Μητρώο δυσκαμψίας

Το μητρώο δυσκαμψίας είναι συνήθως ένα πλήρες μητρώο που μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_x & \mathbf{k}_{xy} & \mathbf{k}_{x\theta} \\ \mathbf{k}_{xy} & \mathbf{k}_y & \mathbf{k}_{y\theta} \\ \mathbf{k}_{x\theta} & \mathbf{k}_{y\theta} & \mathbf{k}_\theta \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Σε φυσικά συστήματα, η διαγώνιος του μητρώου δυσκαμψίας δεν μπορεί να περιλαμβάνει μηδενικούς ή αρνητικούς όρους.

Μητρώο απόσβεσης

Το μητρώο απόσβεσης είναι και αυτό ένα πλήρες μητρώο που μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_x & \mathbf{c}_{xy} & \mathbf{c}_{x\theta} \\ \mathbf{c}_{xy} & \mathbf{c}_y & \mathbf{c}_{y\theta} \\ \mathbf{c}_{x\theta} & \mathbf{c}_{y\theta} & \mathbf{c}_\theta \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Το μητρώο απόσβεσης δεν είναι εύκολο να υπολογιστεί στην πράξη. Για το συνήθη όμως τρόπο ανάλυσης των κατασκευών με τη μέθοδο της ιδιομορφικής ανάλυσης (βλ. παρ. 3.2.5 παρακάτω) δεν χρειάζεται ο υπολογισμός του, αφού χρησιμοποιείται ο ισοδύναμος συντελεστής απόσβεσης ζ , ανάλογα με τη θεώρηση που γίνεται στην ανάλυση των μονοβαθμίων συστημάτων.

Σημειώνεται όμως ότι το μητρώο απόσβεσης απαιτείται να υπολογιστεί όταν γίνονται αναλύσεις χρονοϊστορίας με απ' ευθείας ολοκλήρωση της μητρικής εξίσωσης κίνησης (3.4). Σε αυτήν την περίπτωση, συνήθως υιοθετείται η θεώρηση απόσβεσης κατά Rayleigh σύμφωνα με την οποία το μητρώο απόσβεσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{C} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot \mathbf{K} \quad (3.14)$$

όπου α και β είναι κατάλληλοι συντελεστές που συνήθως υπολογίζονται με βάση τους συντελεστές απόσβεσης ζ_i και ζ_j των δύο περισσότερο σημαντικών ιδιομορφών (βλ. παρ. 3.2.5 παρακάτω). Εάν θεωρήσουμε ενιαίο συντελεστή απόσβεσης ζ , ίδιο για όλες τις ιδιομορφές, οι συντελεστές α και β υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\alpha = \frac{2\zeta\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.15\alpha)$$

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.15\beta)$$

Διάνυσμα κατεύθυνσης σεισμικής δράσης

Η σεισμική ανάλυση των κατασκευών γίνεται για συγκεκριμένη διεύθυνση της σεισμικής δράσης, η οποία ορίζεται από το διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{r} , το οποίο ορίζεται από τα συνημίτονα κατεύθυνσης των σεισμικών φορτίων που αναπτύσσονται στο ΚΜ κάθε ορόφου και είναι της μορφής:

$$\mathbf{r} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_x \\ \mathbf{r}_y \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Έτσι, για διεύθυνση σεισμικής δράσης που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τον άξονα x , το υποδιάνυσμα \mathbf{r}_x έχει τιμή $\cos\varphi$ σε όλους τους όρους και το υποδιάνυσμα \mathbf{r}_y έχει τιμή $\sin\varphi$ σε όλους τους όρους.

Για παράδειγμα, για σεισμική δράση στη διεύθυνση x ($\varphi = 0$) το υποδιάνυσμα \mathbf{r}_x ισούται με το μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{1}$, δηλαδή έχει τιμή ίση με 1 σε όλους τους όρους του, ενώ το

υποδιάνυσμα \mathbf{r}_y ισούται με το μηδενικό διάνυσμα $\mathbf{0}$, δηλαδή έχει τιμή ίση με 1 σε όλους τους άξονες του. Επομένως, το διάνυσμα κατεύθυνσης είναι: $\mathbf{r} = \{\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}\}^T$. Αντίστοιχα, για σεισμική δράση στη διεύθυνση y , το διάνυσμα κατεύθυνσης είναι: $\mathbf{r} = \{\mathbf{0} \ \mathbf{1} \ \mathbf{0}\}^T$.

Το τρίτο υποδιάνυσμα που σχετίζεται με τη στροφή είναι συνήθως μηδενικό γιατί δεν θεωρούμε στρεπτική συνιστώσα της σεισμικής δόνησης (γύρω από κατακόρυφο άξονα). Στη σπάνια περίπτωση που κάποιος θέλει να αναλύσει μία κατασκευή για στρεπτική διέγερση, το τρίτο υποδιάνυσμα πρέπει να τεθεί ίσο με 1.

Σημειώνεται ότι, ενώ η σεισμική ανάλυση γίνεται χωριστά για κάθε διεύθυνση σεισμικής δράσης, ο αντισεισμικός σχεδιασμός βασίζεται σε συνδυασμό των αποτελεσμάτων που αντιστοιχούν σε τουλάχιστον δύο διευθύνσεις σεισμικών δράσεων, κάθετων μεταξύ τους (βλ. παρ. 3.5 παρακάτω). Συνήθως, οι διευθύνσεις ανάλυσης των σεισμικών δράσεων λαμβάνονται ίδιες με τις κύριες διευθύνσεις της κατασκευής.

3.2.3 Κανονικές μορφές

Ιδιοπερίοδοι

Ανάλογα με τα μονοβάθμια συστήματα, και τα πολυβάθμια συστήματα διαθέτουν ιδιοπεριόδους και ιδιοσυχνότητες, το πλήθος των οποίων ισούται με το συνολικό πλήθος βαθμών ελευθερίας της κατασκευής N . Για παράδειγμα, σε κτίριο n ορόφων με διαφράγματα, στο οποίο λαμβάνονται υπόψη 3 β.ε. ανά όροφο, $N = 3 \cdot n$.

Ο μαθηματικός υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων μιας κατασκευής γίνεται μέσω της *χαρακτηριστικής εξίσωσης*:

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3.17)$$

Η Εξ. (3.17) οδηγεί σε μία αριθμητική εξίσωση N -βαθμού ως προς ω^2 , οι ρίζες της οποίας προσδιορίζουν τις ιδιοσυχνότητες ω_i της κατασκευής ($i = 1, 2, \dots, N$). Οι λύσεις της Εξ. (3.17) κατατάσσονται σε αύξουσα σειρά, δηλαδή:

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_N \quad (3.18)$$

Για κάθε ιδιοσυχνότητα υπολογίζεται η αντίστοιχη ιδιοπερίοδος από τη σχέση $T_i = 2\pi/\omega_i$. Επομένως, για τις ιδιοπεριόδους ισχύει:

$$T_1 > T_2 > \dots > T_N \quad (3.19)$$

Η κατάταξη των ιδιοσυχνοτήτων με αύξουσα σειρά (ή των ιδιοπεριόδων με φθίνουσα σειρά) είναι σημαντική γιατί, όπως θα δούμε παρακάτω, συνήθως δεν απαιτείται ο υπολογισμός όλων των ιδιοσυχνοτήτων αλλά μόνον ένας περιορισμένος αριθμός αυτών.

Στην πράξη, ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιοπεριόδων δεν γίνεται μέσω της χαρακτηριστικής εξίσωσης αλλά με προσεγγιστικές αριθμητικές μεθόδους, όπως η μέθοδος Rayleigh-Ritz, οι οποίες επιτρέπουν το σταδιακό υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων μέχρι το επιθυμητό πλήθος.

Όσον αφορά στη φυσική σημασία των ιδιοπεριόδων, σημειώνεται ότι κάθε ιδιοπερίοδος αντιστοιχεί στο χρόνο ενός πλήρους κύκλου ελεύθερων ταλαντώσεων σε χαρακτηριστικές μορφές ταλάντωσης, οι οποίες ονομάζονται *ιδιομορφές*.

Ιδιομορφές

Εάν μία κατασκευή διεγερθεί με αρμονική διέγερση που έχει συχνότητα ίση με μία από τις ιδιοσυχνότητες της θα αποκριθεί με μία συγκεκριμένη *μορφή* ταλάντωσης η οποία ονομάζεται *ιδιομορφή* (eigenmode) ή *ιδιοδιάνυσμα* (eigenvector) ή *ιδιοσχήμα* ή *κανονική μορφή*.

Ταλάντωση μιας κατασκευής σε μία από τις ιδιομορφές της σημαίνει ότι το σχήμα της παραμορφωμένης κατασκευής παραμένει σταθερό στο χρόνο και μόνον το εύρος των μετακινήσεων αλλάζει κάθε χρονική στιγμή. Με άλλα λόγια, ο λόγος των μετακινήσεων δύο οποιονδήποτε βαθμών ελευθερίας παραμένει σταθερός, ανεξάρτητος του χρόνου. Αυτό ισχύει μόνον όταν η κατασκευή διεγείρεται σε κάποια ιδιομορφή της, ενώ για οποιαδήποτε άλλη διέγερση, το σχήμα της απόκρισης αλλάζει με το χρόνο.

Εάν συμβολίσουμε με $\beta_i = \{\beta_{1i} \ \beta_{2i} \ \dots \ \beta_{Ni}\}^T$ το i ιδιοδιάνυσμα, αποδεικνύεται ότι:

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\beta_i = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

Η εξίσωση αυτή ισοδυναμεί με ένα σύστημα N αλγεβρικών εξισώσεων ως προς τις N άγνωστες τιμές της i ιδιομορφής, β_{1i} έως β_{Ni} . Επειδή όμως η ορίζουσα των συντελεστών των αγνώστων ισούται με μηδέν σύμφωνα με την Εξ. (3.17), υπάρχουν άπειρες λύσεις του συστήματος. Για το λόγο αυτό θέτουμε μία αυθαίρετη τιμή σε έναν από τους αγνώστους, π.χ. $\beta_{1i} = 1$ ή $\beta_{Ni} = 1$, και υπολογίζουμε τις υπόλοιπες τιμές της ιδιομορφής.

Κανονικοποίηση ιδιομορφών

Για λόγους περισσότερο εποπτικούς και όχι ουσίας, συνήθως κανονικοποιούμε τις ιδιομορφές που προέκυψαν με την παραπάνω διαδικασία ώστε να έχουν μία κοινή λογική, π.χ. η μέγιστη τιμή όλων των ιδιομορφών να ισούται με 1, ή η τιμή κάθε ιδιομορφής που αντιστοιχεί στην κίνηση της κορυφής στη δεσπίζουσα διεύθυνση να ισούται με 1, κλπ. Η κανονικοποίηση γίνεται με πολλαπλασιασμό όλων των τιμών μιας ιδιομορφής με κάποιο συντελεστή και προφανώς δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα, αφού, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι συνιστώσες της ιδιομορφής δηλώνουν σχέσεις μετακινήσεων μεταξύ των βαθμών ελευθερίας, οι οποίες δεν αλλοιώνονται με τον πολλαπλασιασμό όλων των τιμών με ένα συντελεστή.

Συνήθως, για πολυώροφα κτίρια υιοθετούμε την κανονικοποίηση των ιδιομορφών ως προς τη μέγιστη τιμή του ανώτερου ορόφου n στη δεσπίζουσα διεύθυνση κίνησης, η οποία τίθεται ίση με τη μονάδα. Οι κανονικοποιημένες ιδιομορφές συμβολίζονται με $\varphi_i = \{\varphi_{1i} \ \varphi_{2i} \ \dots \ \varphi_{Ni}\}^T$. Επομένως, εάν $\beta_{i,\max} = \max \{\beta_{ni,x}, \beta_{ni,y}\}$, όπου $\beta_{ni,x}$ και $\beta_{ni,y}$ οι τιμές της i ιδιομορφής που αντιστοιχούν στις μετακινήσεις του ανώτερου ορόφου κατά x και y αντίστοιχα, οι τιμές φ υπολογίζονται από τις τιμές β από τη σχέση:

$$\varphi_{ji} = \beta_{ji} / \beta_{i,\max} \quad (3.21)$$

όπου ο δείκτης j δηλώνει το β.ε. και ο δείκτης i το νούμερο της ιδιομορφής.

Για λόγους συμβατότητας με τη σειρά των μετακινήσεων που υιοθετήθηκε για το διάνυσμα \mathbf{u} (βλ. Εξ. (3.6)) ταξινομούμε τις τιμές των ιδιομορφών με την ίδια σειρά, δηλαδή:

$$\varphi_i = \begin{Bmatrix} \varphi_{i,x} \\ \varphi_{i,y} \\ \varphi_{i,\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

όπου

$$\boldsymbol{\varphi}_{i,x} = \begin{Bmatrix} \varphi_{1i,x} \\ \varphi_{2i,x} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{ni,x} \end{Bmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_{i,y} = \begin{Bmatrix} \varphi_{1i,y} \\ \varphi_{2i,y} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{ni,y} \end{Bmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_{i,\theta} = \begin{Bmatrix} \varphi_{1i,\theta} \\ \varphi_{2i,\theta} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{ni,\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

3.2.4 Ορθογωνικότητα ιδιομορφών

Μία βασική ιδιότητα των ιδιομορφών είναι ότι είναι ορθογώνιες μεταξύ τους, τόσο ως προς το μητρώο μάζας, όσο και ως προς το μητρώο δυσκαμψίας, δηλαδή:

$$\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i = \begin{cases} 0 & \text{εάν } i \neq j \\ \tilde{m}_i & \text{εάν } i = j \end{cases} \quad (3.24\alpha)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i = \begin{cases} 0 & \text{εάν } i \neq j \\ \tilde{k}_i & \text{εάν } i = j \end{cases} \quad (3.24\beta)$$

Οι ποσότητες \tilde{m}_i και \tilde{k}_i ονομάζονται *γενικευμένη μάζα* της ιδιομορφής i και *γενικευμένη δυσκαμψία* της ιδιομορφής i αντίστοιχα και αντιστοιχούν στη μάζα και τη δυσκαμψία ενός ισοδύναμου μονοβάθμιου ταλαντωτή με ιδιοσυχνότητα ίση με αυτή της ιδιομορφής, αφού ισχύει:

$$\omega_i^2 = \frac{\tilde{k}_i}{\tilde{m}_i} \quad (3.25)$$

3.2.5 Ιδιομορφική ανάλυση

Υπολογισμός ιδιομορφικών αποκρίσεων

Μία άλλη ιδιότητα των κανονικών μορφών είναι ότι η κίνηση της κατασκευής οποιαδήποτε χρονική στιγμή t μπορεί να γραφεί ως άθροισμα των ιδιομορφικών αποκρίσεων, δηλαδή

$$\mathbf{u}(t) = \sum_i Y_i(t) \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.26)$$

όπου $Y_i(t)$ είναι κατάλληλοι συντελεστές. Κάθε όρος του αθροίσματος του δεξιού μέρους της Εξ. (3.26) αντιστοιχεί στη συμμετοχή κάθε κανονικής μορφής στη συνολική απόκριση και ονομάζεται *ιδιομορφική απόκριση*. Όπως φαίνεται από την Εξ. (3.26), η απόκριση κάθε κανονικής μορφής προκύπτει ως γινόμενο δύο συναρτήσεων:

- Μιας συνάρτησης του χρόνου, $Y_i(t)$, η οποία ονομάζεται *ιδιομορφική μετακίνηση* και είναι ίδια για όλους τους βαθμούς ελευθερίας, και
- Μιας συνάρτησης του χώρου, της ιδιομορφής $\boldsymbol{\varphi}_i$, η οποία καθορίζει το πώς τροποποιείται η ιδιομορφική μετακίνηση σε κάθε βαθμό ελευθερίας.

Επειδή οι ιδιομορφές $\boldsymbol{\varphi}_i$ θεωρούνται γνωστές, αφού μπορούν να υπολογιστούν σύμφωνα με τα παραπάνω, για τον υπολογισμό των μετακινήσεων $\mathbf{u}(t)$ αρκεί να υπολογιστούν οι ιδιομορφικές μετακινήσεις $Y_i(t)$ που αντιστοιχούν στη δεδομένη σεισμική διέγερση. Αντικαθιστώντας την (3.26) στην (3.4) προκύπτει:

$$\sum_i (\mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i \ddot{Y}_i(t) + \mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}_i \dot{Y}_i(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_i Y_i(t)) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g \quad (3.27)$$

Πολλαπλασιάζοντας αριστερά τη μητρική εξίσωση (3.27) με το ανάστροφο μιας τυχαίας ιδιομορφής $\boldsymbol{\varphi}_j$ προκύπτει:

$$\sum_i (\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i \ddot{Y}_i(t) + \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}_i \dot{Y}_i(t) + \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi}_i Y_i(t)) = -\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g \quad (3.28)$$

Λόγω της κανονικότητας των ιδιομορφών ως προς τα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας (εξισώσεις (3.24α) και (3.24β)) και θεωρώντας ότι η κανονικότητα ισχύει και ως προς το μητρώο απόσβεσης, αφού αυτό μπορεί να γραφεί ως συνδυασμός του μητρώου μάζας και του μητρώου δυσκαμψίας σύμφωνα με την Εξ. (3.14), όλοι οι όροι του αθροίσματος του αριστερού μέρους της Εξ. (3.28) μηδενίζονται, εκτός από αυτούς που αντιστοιχούν σε $i = j$. Επομένως, διατηρώντας μόνο το δείκτη i και χρησιμοποιώντας τις γενικευμένες μάζες και δυσκαμψίες, η Εξ. (3.28) γράφεται ως

$$\tilde{m}_i \ddot{Y}_i(t) + \tilde{c}_i \dot{Y}_i(t) + \tilde{k}_i Y_i(t) = -L_i \ddot{x}_g \quad (3.29)$$

όπου

$$\tilde{c}_i = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.30)$$

$$L_i = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\mathbf{r} \quad (3.31)$$

Διαιρώντας την (3.29) με \tilde{m}_i , χρησιμοποιώντας την (3.25) και θέτοντας

$$\zeta_i = \frac{\tilde{c}_i}{2\sqrt{\tilde{k}_i \tilde{m}_i}} \quad (3.32)$$

$$\Gamma_i = \frac{L_i}{\tilde{m}_i} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\mathbf{r}}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\boldsymbol{\varphi}_i} \quad (3.33)$$

προκύπτει:

$$\ddot{Y}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{Y}_i(t) + \omega_i^2 Y_i(t) = -\Gamma_i \ddot{x}_g \quad (3.34)$$

Η παράμετρος Γ_i ονομάζεται *συντελεστής συμμετοχής* της i ιδιομορφής. Ο συντελεστής συμμετοχής δεν εξαρτάται από τη σεισμική διέγερση, εξαρτάται όμως από τη διεύθυνση στην οποία ενεργεί αυτή, αφού επηρεάζεται από το διάνυσμα κατεύθυνσης \mathbf{r} .

Η εξίσωση (3.34) δηλώνει ότι η ιδιομορφική μετακίνηση $Y_i(t)$ της i κανονικής μορφής ισούται με τη μετακίνηση ενός μονοβαθμίου συστήματος με τα δυναμικά χαρακτηριστικά (ιδιοσυχρότητα και συντελεστή απόσβεσης) της κανονικής μορφής, εάν αυτός διεγερθεί με τη δεδομένη σεισμική διέγερση πολλαπλασιασμένη επί το συντελεστή συμμετοχής της ιδιομορφής.

Ιδιομορφικές μάζες

Όπως προαναφέρθηκε, η συνολική κίνηση της κατασκευής μπορεί να αναλυθεί σε ένα άθροισμα ιδιομορφικών αποκρίσεων (Εξ. (3.26)). Η κίνηση κάθε κανονικής μορφής ενεργοποιεί ένα ποσοστό της συνολικής μάζας, το οποίο δηλώνει πόσο πολύ ή πόσο λίγο συμμετέχει η ιδιομορφή στη συνολική κίνηση. Η μάζα m_i^* που αντιστοιχεί στην κίνηση της i ιδιομορφής ονομάζεται *ενεργός ιδιομορφική μάζα* και δίνεται από τη σχέση:

$$m_i^* = \Gamma_i L_i = \frac{L_i^2}{\tilde{m}_i} = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \mathbf{r})^2}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (3.35)$$

Σημειώνεται ότι η σεισμική δύναμη που προκύπτει εάν πολλαπλασιαστεί η ενεργός ιδιομορφική μάζα m_i^* της i κανονικής μορφής με την επιτάχυνση που θα είχε ένας μονοβάθμιος ταλαντωτής με τα δυναμικά χαρακτηριστικά της ιδιομορφής ($T = T_i$ και $\zeta = \zeta_i$) ισούται με το τμήμα της συνολικής τέμνουσας βάσης που αντιστοιχεί στην κίνηση της κανονικής μορφής. Δηλαδή, εάν F_{bi} είναι η μέγιστη τιμή της τέμνουσας βάσης που αντιστοιχεί στη συμμετοχή της i ιδιομορφής, ισχύει:

$$F_{bi} = m_i^* \cdot SA(T_i, \zeta_i) \quad (3.36)$$

όπου $SA(T_i, \zeta_i)$ είναι η φασματική επιτάχυνση του σεισμού για $T = T_i$ και $\zeta = \zeta_i$.

Η ενεργός ιδιομορφική μάζα εξαρτάται από τη διεύθυνση της σεισμικής δράσης. Έτσι, κάποια κανονική μορφή μπορεί να έχει μεγάλη ιδιομορφική μάζα για μία διεύθυνση σεισμικής δράσης, δηλαδή μεγάλη συμμετοχή στην απόκριση της κατασκευής, και πολύ μικρή ή ακόμη και μηδενική ιδιομορφική μάζα για κάποια άλλη διεύθυνση της σεισμικής δράσης, δηλαδή ασήμαντη συμμετοχή. Για μία δεδομένη διεύθυνση σεισμού, η ιδιομορφή με τη μεγαλύτερη ιδιομορφική μάζα ονομάζεται *δεσπόζουσα ιδιομορφή*.

Σημειώνεται ότι το άθροισμα των ενεργών ιδιομορφικών μαζών όλων των κανονικών μορφών ισούται με τη συνολική μάζα της κατασκευής m_{tot} που ενεργοποιείται στην εξεταζόμενη διεύθυνση σεισμού. Δηλαδή

$$\sum_{i=1}^N m_i^* = m_{tot} \quad (3.37)$$

Η ενεργός ιδιομορφική μάζα m_i^* δεν πρέπει να συγχέεται με τη γενικευμένη μάζα \tilde{m}_i , αφού:

- Η ενεργός ιδιομορφική μάζα m_i^* αντιστοιχεί στο τμήμα της συνολικής μάζας της κατασκευής που ενεργοποιείται από την κίνηση της ιδιομορφής.
- Η γενικευμένη μάζα \tilde{m}_i αντιστοιχεί στη μάζα του ισοδύναμου μονοβάθμιου ταλαντωτή που έχει τα ίδια δυναμικά χαρακτηριστικά με την κανονική μορφή και η ιστορία της μετακίνησης του οποίου για τη σεισμική διέγερση πολλαπλασιασμένη επί το συντελεστή συμμετοχής Γ_i ισούται με την ιδιομορφική μετακίνηση $Y_i(t)$.

Ελάχιστο απαιτούμενο πλήθος ιδιομορφών

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η συμμετοχή των ιδιομορφών στη συνολική απόκριση της κατασκευής δεν είναι εξίσου σημαντική για όλες τις κανονικές μορφές. Συνήθως, η συμμετοχή

των ανώτερων ιδιομορφών είναι μικρή και μπορεί να αμεληθεί. Γι' αυτό ο αντισεισμικός σχεδιασμός γίνεται λαμβάνοντας υπόψη ορισμένες πρώτες μόνον ιδιομορφές.

Το κριτήριο που καθορίζει το ελάχιστο πλήθος ιδιομορφών που πρέπει να ληφθούν υπόψη βασίζεται στο ποσοστό της συνολικής μάζας που ενεργοποιείται από την κίνηση της κατασκευής σε αυτές τις κανονικές μορφές. Σύμφωνα με τον ΕΚ8, το άθροισμα των ενεργών ιδιομορφικών μαζών που λαμβάνονται υπόψη στον αντισεισμικό σχεδιασμό πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με το 90% της συνολικής μάζας που αντιστοιχεί στην εξεταζόμενη διεύθυνση σεισμικής δράσης, δηλαδή, εάν λαμβάνονται υπόψη οι k πρώτες ιδιομορφές πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{i=1}^k m_i^* \geq 0.90 \cdot m_{tot} \quad (3.38)$$

όπου m_{tot} είναι η συνολική μάζα που ενεργοποιείται στην εξεταζόμενη διεύθυνση σεισμού. Επιπρόσθετα της ανίσωσης (3.38), πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και όλες οι ιδιομορφές με ενεργό ιδιομορφική μάζα $m_i^* > 0.05 \cdot m_{tot}$.

Σημειώνεται ότι στον υπολογισμό της m_{tot} πρέπει να μη λαμβάνονται υπόψη μάζες οι οποίες δεν συμμετέχουν στην παραμόρφωση της κατασκευής, όπως π.χ. η μάζα θεμελίωσης ή η μάζα οροφής υπογείου με περιμετρικά τοιχώματα που θεωρείται πρακτικά απαραμόρφωτο.

Επειδή στην πράξη δεν είναι πάντα εύκολο να καθοριστεί ποιές μάζες συμμετέχουν στην παραμόρφωση της κατασκευής και ποιές όχι, είναι πιθανόν να μην μπορεί να ικανοποιηθεί η ανίσωση (3.38) ακόμη και εάν ληφθεί υπόψη ένα σημαντικό πλήθος κανονικών μορφών. Σε τέτοιες περιπτώσεις, το ελάχιστο πλήθος ιδιομορφών k που πρέπει να ληφθούν υπόψη πρέπει να ικανοποιεί και τις δύο παρακάτω συνθήκες:

- $k \geq 3 \cdot \sqrt{n}$
- $T_k \leq 0.20 \text{ sec}$

όπου n είναι το πλήθος των ορόφων πάνω από τη θεμελίωση ή την οροφή υπογείου σε περίπτωση που το υπόγειο είναι άκαμπτο.

3.2.6 Ειδικές περιπτώσεις

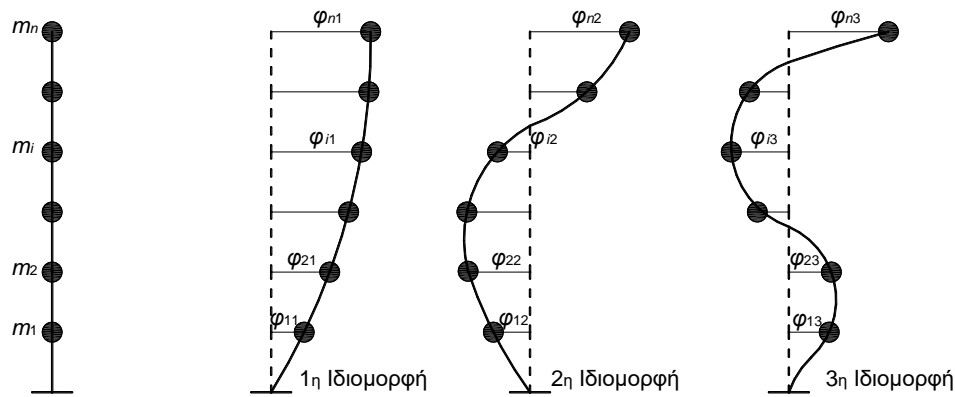
Επίπεδη κίνηση

Σε συμμετρικά ή περίπου συμμετρικά κτίρια που διεγείρονται στη διεύθυνση του αντίστοιχου άξονα συμμετρίας, η κίνηση γίνεται κυρίως στο επίπεδο συμμετρίας. Για παράδειγμα, εάν το επίπεδο συμμετρίας αντιστοιχεί στη διεύθυνση x , οι μετακινήσεις στην κάθετη σε αυτό διεύθυνση και οι στροφές των ορόφων μπορούν να τεθούν ίσες με μηδέν, δηλαδή $\mathbf{u}_y = \mathbf{0}$ και $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$. Επίσης, εφόσον εξετάζουμε σεισμική δράση στη διεύθυνση x , το διάνυσμα κατεύθυνσης είναι: $\mathbf{r}_x = \mathbf{1}$. Επομένως, λαμβάνοντας υπόψη μόνον την παραμόρφωση στο επίπεδο διέγερσης, η εξίσωση κίνησης απλοποιείται ως εξής:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{x}_g \quad (3.39)$$

όπου ο δείκτης x δεν εμφανίζεται για απλοποίηση.

Σε αυτή την περίπτωση, οι σχέσεις που δίνουν το συντελεστή συμμετοχής και την ενεργό ιδιομορφική μάζα της i κανονικής μορφής απλοποιούνται ως εξής:



Σχ. 3.4. Σχηματική απεικόνιση τριών πρώτων ιδιομορφών για επίπεδη απόκριση.

$$\Gamma_i = \frac{\sum_{j=1}^n m_j \varphi_{ji}}{\sum_{j=1}^n m_j \varphi_{ji}^2} \quad (3.40)$$

$$m_i^* = \Gamma_i \left(\sum_{j=1}^n m_j \varphi_{ji} \right) \quad (3.41)$$

Στο Σχ. 3.4 δίνονται οι τρεις πρώτες ιδιομορφές ενός πολυωρόφου κτιρίου με επίπεδη παραμόρφωση. Παρατηρήστε ότι στην 1^η ιδιομορφή όλες οι μάζες κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Αντίθετα, στη 2^η ιδιομορφή ορισμένες μάζες κινούνται προς τη μία κατεύθυνση και οι υπόλοιπες προς την αντίθετη κατεύθυνση, δηλαδή υπάρχει ένα σημείο καθ' ύψος του κτιρίου το οποίο παραμένει ακίνητο (σημείο μηδενισμού). Το σημείο μηδενισμού της παραμόρφωσης παραμένει σταθερό με το χρόνο και μπορεί να βρίσκεται σε οποιοδήποτε σημείο καθ' ύψος της κατασκευής, ανάλογα με την κατανομή των μαζών και των δυσκαμψιών, και φυσικά δεν χρειάζεται να ταυτίζεται με τη θέση κάποιου ορόφου. Στην 3^η ιδιομορφή υπάρχουν δύο σημεία μηδενισμού. Γενικώς, όσο αυξάνεται το νούμερο της ιδιομορφής τόσο αυξάνονται, αντίστοιχα, και τα σημεία μηδενισμού.

Μονώροφο κτίριο

Σε περίπτωση που το κτίριο έχει έναν μόνον όροφο, ο οποίος όμως μπορεί να μετακινηθεί στις διευθύνσεις x και y και να στραφεί γύρω από κατακόρυφο άξονα, τα υπομητρώα των παραπάνω σχέσεων εκφυλλίζονται σε βαθμωτά μεγέθη:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \theta \end{Bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & I_\theta \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{xy} & k_y & k_{y\theta} \\ k_{x\theta} & k_{y\theta} & k_\theta \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

3.2.7 Παράδειγμα

Έστω μονώροφο κτίριο με άξονα συμμετρίας στη διεύθυνση x με τα παρακάτω μητρώα μάζας και δυσκαμψίας (οι μονάδες είναι σε kN, t και m):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & I_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{xy} & k_y & k_{y\theta} \\ k_{x\theta} & k_{y\theta} & k_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32000 & 0 & 0 \\ 0 & 32000 & -16000 \\ 0 & -16000 & 408000 \end{bmatrix}$$

Παρατηρήστε ότι λόγω της συμμετρίας, $k_{xy} = 0$ και $k_{x\theta} = 0$.

Ιδιοπερίοδοι

Οι ιδιοπερίοδοι υπολογίζονται από τη λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (3.17):

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 32000 - 20\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 32000 - 20\omega^2 & -16000 \\ 0 & -16000 & 408000 - 83.33\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση οδηγεί σε μία εξίσωση 3^{ου} βαθμού ως προς ω^2 , η οποία μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$33333.33 \cdot (1600 - \omega^2) \cdot (\omega^4 - 6494\omega^2 + 7680000) = 0$$

η οποία έχει λύσεις:

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 15524 \\ \omega_2^2 = 1600 \\ \omega_3^2 = 4665 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 39.40 \text{ rad/sec} \\ \omega_2 = 40.00 \text{ rad/sec} \\ \omega_3 = 68.30 \text{ rad/sec} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 0.159 \text{ sec} \\ T_2 = 0.157 \text{ sec} \\ T_3 = 0.092 \text{ sec} \end{cases}$$

Ιδιομορφές

Οι ιδιομορφές υπολογίζονται από την Εξ. (3.20), η οποία εφαρμόζεται για κάθε κανονική μορφή:

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\beta}_i = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{bmatrix} 32000 - 20\omega_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 32000 - 20\omega_i^2 & -16000 \\ 0 & -16000 & 408000 - 83.33\omega_i^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

1^η ιδιομορφή

Εφαρμόζουμε την παραπάνω εξίσωση για $\omega = \omega_1 = 39.40 \text{ rad/sec}$:

$$\begin{bmatrix} 32000 - 20 \times 39.40^2 & 0 & 0 \\ 0 & 32000 - 20 \times 39.40^2 & -16000 \\ 0 & -16000 & 408000 - 83.33 \times 39.40^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

που δίνει το παρακάτω σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} 952.0 \times \beta_x = 0 & (1) \\ 952.0 \times \beta_y - 16000 \times \beta_\theta = 0 & (2) \\ -16000 \times \beta_y + 278633.3 \times \beta_\theta = 0 & (3) \end{cases}$$

Η εξίσωση (1) δίνει: $\beta_x = 0$. Οι εξισώσεις (2) και (3) δεν δίνουν μία λύση, γιατί και οι δύο οδηγούν στην ίδια σχέση μεταξύ β_y και β_θ . Θέτουμε αυθαίρετα $\beta_y = 1$, οπότε η (2) δίνει: $\beta_\theta = 0.0595$. Επομένως, η 1^η ιδιομορφή είναι: $\mathbf{\beta}_1 = \{0 \quad 1 \quad 0.0595\}^T$.

Κανονικοποιούμε την ιδιομορφή ώστε η δεσπόζουσα μεταφορική συνιστώσα στην κορυφή της κατασκευής να ισούται με 1. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η δεσπόζουσα μεταφορική συνιστώσα είναι η κατά y , άρα διαιρούμε όλες τις τιμές με την τιμή $\beta_y = 1$. Έτσι προκύπτει η κανονικοποιημένη ιδιομορφή $\mathbf{\varphi}_1 = \{0 \quad 1 \quad 0.0595\}^T$.

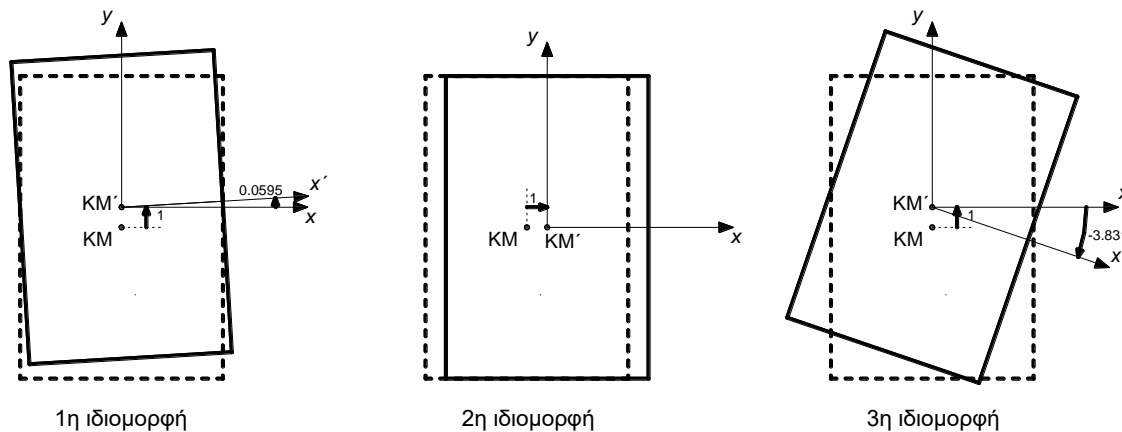
2^η ιδιομορφή

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία για $\omega = \omega_2 = 40.00 \text{ rad/sec}$ και προκύπτει: $\mathbf{\varphi}_2 = \{1 \quad 0 \quad 0\}^T$.

3^η ιδιομορφή

Επαναλαμβάνουμε για $\omega = \omega_3 = 68.30 \text{ rad/sec}$ και προκύπτει: $\mathbf{\varphi}_3 = \{0 \quad 1 \quad -3.831\}^T$.

Οι ιδιομορφές παρουσιάζονται σχηματικά στο Σχ. 3.5.



Σχ. 3.5. Ιδιομορφές του παραδείγματος 3.2.7.

Παρατήρηση

Θα μπορούσε να παρατηρήσει κανείς από την αρχή ότι, λόγω συμμετρίας, η κίνηση στη διεύθυνση x είναι ασύζευκτη από τις κινήσεις στις διευθύνσεις y και θ , δηλαδή για σεισμική διέγερση στη διεύθυνση x η κατασκευή θα κινηθεί μόνο σε αυτή τη διεύθυνση ως μονοβάθμιος ταλαντωτής. Αντίθετα, για σεισμική δράση στη διεύθυνση y , η κατασκευή θα κινηθεί στη διεύθυνση y με ταυτόχρονη στροφή θ , αφού οι διευθύνσεις y και θ είναι συζευγμένες.

Επομένως, η μία ιδιομορφή πρέπει να αντιστοιχεί σε κίνηση μόνο κατά x , δηλαδή να είναι της μορφής $\mathbf{\varphi}_x = \{1 \quad 0 \quad 0\}^T$. Η αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα είναι αυτή του μονοβάθμιου ταλαντωτή, δηλαδή: $\omega_x = \sqrt{k_{xx}/m_x} = \sqrt{32000/20} = 40 \text{ rad/sec}$. Στις άλλες δύο ιδιομορφές η συνιστώσα κατά x είναι ίση με μηδέν, οι δε υπόλοιπες συνιστώσες φ_y και φ_θ υπολογίζονται για το διβάθμιο σύστημα που αντιστοιχεί στους βαθμούς ελευθερίας y και θ .

Συντελεστές συμμετοχής για σεισμό x-x

Για σεισμό στη διεύθυνση x το διάνυσμα κατεύθυνσης είναι: $\mathbf{r}^{(x)} = \{1 \ 0 \ 0\}^T$ όπου ο εκθέτης (x) δηλώνει τη διεύθυνση της σεισμικής δράσης. Εφαρμόζοντας την (3.33) για τις τρεις ιδιομορφές που υπολογίστηκαν παραπάνω προκύπτει:

1^η ιδιομορφή

$$\Gamma_1^{(x)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(x)}}{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_1} = \frac{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0.0595 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0.0595 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.0595 \end{Bmatrix}} = \frac{0}{20.295} = 0$$

2^η ιδιομορφή

$$\Gamma_2^{(x)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_2^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(x)}}{\boldsymbol{\varphi}_2^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_2} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}} = \frac{20}{20} = 1.0$$

3^η ιδιομορφή

$$\Gamma_3^{(x)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(x)}}{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_3} = \frac{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & -3.831 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & -3.831 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3.831 \end{Bmatrix}} = \frac{0}{124305} = 0$$

Παρατηρούμε ότι για σεισμό κατά x-x ενεργοποιείται μόνον η 2^η ιδιομορφή, αφού οι συντελεστές των άλλων ιδιομορφών είναι μηδενικοί, που ήταν αναμενόμενο λόγω της συμμετρίας.

Συντελεστές συμμετοχής για σεισμό y-y

Για σεισμό στη διεύθυνση y το διάνυσμα κατεύθυνσης είναι: $\mathbf{r}^{(y)} = \{0 \ 1 \ 0\}^T$. Εφαρμόζοντας την Εξ. (3.33) για τις τρεις ιδιομορφές προκύπτει:

1^η ιδιομορφή

$$\Gamma_1^{(y)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(y)}}{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_1} = \frac{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0.0595 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0.0595 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.0595 \end{Bmatrix}} = \frac{20}{20.295} = 0.985$$

2^η ιδιομορφή

$$\Gamma_2^{(y)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_2^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(y)}}{\boldsymbol{\varphi}_2^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_2} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}} = \frac{0}{20} = 0$$

3^η ιδιομορφή

$$\Gamma_3^{(y)} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(y)}}{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_3} = \frac{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & -3.831 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 0 & 1 & -3.831 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 83.33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3.831 \end{Bmatrix}} = \frac{20}{1243.05} = 0.016$$

Παρατηρούμε ότι για σεισμό κατά y δεν ενεργοποιείται η 2^η ιδιομορφή, που ήταν αναμενόμενο λόγω της συμμετρίας. Από τις άλλες δύο ιδιομορφές, ο συντελεστής συμμετοχής της πρώτης είναι σημαντικά μεγαλύτερος της τρίτης.

Ιδιομορφικές μάζες

Σεισμός $x-x$

Όπως προαναφέρθηκε, για σεισμική δράση στη διεύθυνση x συμμετέχει μόνο η 2^η ιδιομορφή και η κατασκευή συμπεριφέρεται ως μονοβάθμιο σύστημα. Επομένως, χωρίς υπολογισμό μπορούμε να θέσουμε: $m_1^{*(x)} = 0$, $m_2^{*(x)} = m_{2x} = 20$ t, $m_3^{*(x)} = 0$.

Σεισμός $y-y$

Για σεισμό $y-y$ συμμετέχουν μόνον οι ιδιομορφές 1 και 3. Επομένως, $m_2^{*(y)} = 0$, ενώ οι ενεργές ιδιομορφικές μάζες της 1^{ης} και 3^{ης} κανονικής μορφής είναι:

$$m_1^{*(y)} = \Gamma_1^{(y)} \boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(y)} = 0.985 \times 20 = 19.7 \text{ t και } m_3^{*(y)} = \Gamma_3^{(y)} \boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \mathbf{r}^{(y)} = 0.016 \times 20 = 0.3 \text{ t}$$

Υπενθυμίζεται ότι το πόσο σημαντική είναι μία ιδιομορφή στην απόκριση της κατασκευής καθορίζεται από την ενεργό ιδιομορφική της μάζα. Επομένως, για σεισμό στη διεύθυνση y σημαντική είναι η 1^η ιδιομορφή, ενώ η συμμετοχή της 3^{ης} ιδιομορφής είναι πολύ μικρή.

Σημειώνεται ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση, επειδή $m_1^{*(y)} > 0.90 \cdot m_y = 0.90 \times 20 = 18.0$ t, στη σεισμική ανάλυση αρκεί να ληφθεί υπόψη μόνον η 1^η ιδιομορφή.

3.3. Μέθοδος ανάλυσης φάσματος απόκρισης

Ο αντισεισμικός σχεδιασμός των κατασκευών βασίζεται στη μέγιστη ένταση που μπορεί να αναπτυχθεί στην κατασκευή κατά τη διάρκεια του σεισμού σχεδιασμού. Για τον υπολογισμό της μέγιστης έντασης συνήθως χρησιμοποιούμε φάσματα σχεδιασμού, επομένως η ιδιομορφική ανάλυση που αναπτύχθηκε παραπάνω πρέπει να τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί με χρήση φασμάτων σχεδιασμού.

Υπενθυμίζεται ότι για κάθε διεύθυνση σεισμικής δράσης γίνεται ξεχωριστή ανάλυση. Όσα αναφέρονται παρακάτω ισχύουν για μία δεδομένη διεύθυνση σεισμού.

3.3.1 Σεισμικά φορτία ιδιομορφής

Ελαστική ανάλυση

Σύμφωνα με την Εξ. (3.34), η ιδιομορφική μετακίνηση $Y_i(t)$ της i κανονικής μορφής ισούται με την απόκριση ενός μονοβαθμίου συστήματος με περίοδο T_i και απόσβεση ζ_i ο οποίος υποβάλλεται σε επιτάχυνση εδάφους \ddot{x}_g . Για ελαστική συμπεριφορά, ο πολλαπλασιασμός της διέγερσης \ddot{x}_g με το συντελεστή συμμετοχής Γ_i ισοδυναμεί με τον πολλαπλασιασμό της απόκρισης που αντιστοιχεί στην πλήρη διέγερση \ddot{x}_g με το συντελεστή Γ_i . Επομένως, η μέγιστη τιμή της ιδιομορφικής μετακίνησης $Y_i(t)$ μπορεί να υπολογιστεί από το φάσμα απόκρισης του σεισμού από τη σχέση:

$$\max|Y_i(t)| = \Gamma_i \cdot SD(T_i, \zeta_i) \quad (3.43)$$

όπου $SD(T_i, \zeta_i)$ είναι φασματική μετακίνηση που αντιστοιχεί σε περίοδο T_i και απόσβεση ζ_i .

Σύμφωνα με την Εξ. (3.26), η συμμετοχή $\mathbf{u}_i(t)$ της i ιδιομορφής στη συνολική απόκριση της κατασκευής (ιδιομορφική απόκριση) είναι:

$$\mathbf{u}_i(t) = Y_i(t) \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.44)$$

Επομένως, η μέγιστη συμμετοχή της i ιδιομορφής στη συνολική παραμόρφωση συμβαίνει όταν η συνάρτηση $Y_i(t)$ φθάνει στη μέγιστη τιμή της και επομένως:

$$\mathbf{u}_{i,\max} = \Gamma_i \cdot SD(T_i, \zeta_i) \cdot \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.45)$$

Τα αντίστοιχα μέγιστα ελαστικά σεισμικά φορτία που αναπτύσσονται στην κατασκευή είναι:

$$\mathbf{F}_i^{\text{el}} = \mathbf{K} \mathbf{u}_{i,\max} = \Gamma_i \cdot SD(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.46)$$

Όμως, σύμφωνα με την Εξ. (3.20) ισχύει $\mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i = \omega_i^2 \cdot \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i$ και επιπρόσθετα ισχύει $\omega_i^2 SD(T_i, \zeta_i) = PSA(T_i, \zeta_i)$, επομένως τα σεισμικά φορτία μπορούν να υπολογιστούν από την εξίσωση:

$$\mathbf{F}_i^{\text{el}} = \Gamma_i \cdot PSA(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.47)$$

Στη συνήθη περίπτωση που το μητρώο μάζας είναι διαγώνιο, το ελαστικό σεισμικό φορτίο F_{ji} που αντιστοιχεί στη i κανονική μορφή και ενεργεί στο βαθμό ελευθερίας j δίνεται από τη σχέση:

$$F_{ji}^{\text{el}} = \Gamma_i \cdot PSA(T_i, \zeta_i) \cdot m_j \cdot \varphi_{ji} \quad (3.48)$$

όπου φ_{ji} είναι η j συνιστώσα της i ιδιομορφής και m_j είναι η μάζα της κατασκευής που αντιστοιχεί στο βαθμό ελευθερίας j .

Ανελαστική ανάλυση

Όταν ο σχεδιασμός της κατασκευής βασίζεται στην παραδοχή ότι η κατασκευή θα συμπεριφερθεί ανελαστικά στο σεισμό σχεδιασμού, αντί της ελαστικής φασματικής επιτάχυνσης $PSA(T_i, \zeta_i)$ πρέπει να χρησιμοποιηθεί η αντίστοιχη επιτάχυνση σχεδιασμού $S_d(T_i, \zeta_i)$, (βλ. παρ. 2.3 Κεφ. 2). Υπενθυμίζεται ότι σύμφωνα με τη συνήθη μεθοδολογία αντισεισμικού σχεδιασμού με τη μέθοδο των δυνάμεων, ο σχεδιασμός βασίζεται στη θεώρηση ότι η κατασκευή

πρέπει να συμπεριφέρεται ελαστικά για φορτίο ίσο με το φορτίο σχεδιασμού F_d . Επομένως όλα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω για ελαστική συμπεριφορά ισχύουν και για το σχεδιασμό με την αντικατάσταση της ελαστικής φασματικής επιτάχυνσης $PSA(T_i, \zeta_i)$ με την αντίστοιχη επιτάχυνση σχεδιασμού $S_d(T_i, \zeta_i)$. Επομένως τα φορτία σχεδιασμού της i κανονικής μορφής για ανελαστική συμπεριφορά μπορούν να υπολογιστούν από τη σχέση:

$$\mathbf{F}_{d,i} = \Gamma_i \cdot S_d(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i \quad (3.49)$$

Για διαγώνιο μητρώο μάζας, το φορτίο σχεδιασμού $F_{d,ji}$ της i ιδιομορφής που ενεργεί στο βαθμό ελευθερίας j δίνεται από τη σχέση:

$$F_{d,ji} = \Gamma_i \cdot S_d(T_i, \zeta_i) \cdot m_j \cdot \varphi_{ji} \quad (3.50)$$

Παρατηρήσεις

- Τα φορτία κάθε κανονικής μορφής εξαρτώνται από τη διεύθυνση στην οποία ενεργεί η σεισμική διέγερση, αφού είναι ανάλογα του συντελεστή συμμετοχής της ιδιομορφής που εξαρτάται από τη διεύθυνση του σεισμού.
- Χρησιμοποιώντας το διαχωρισμό του μητρώου μάζας \mathbf{M} και της ιδιομορφής $\boldsymbol{\varphi}_i$ σε υπομητρώα ανά κατεύθυνση (βλ. εξισώσεις (3.8) και (3.22)) μπορούμε να γράψουμε:

$$\mathbf{F}_{d,i} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{d,i,x} \\ \mathbf{f}_{d,i,y} \\ \mathbf{f}_{d,i,\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

όπου

$$\mathbf{f}_{d,i,x} = \Gamma_i \cdot S_d(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{m}_x \cdot \boldsymbol{\varphi}_{i,x} \quad (3.52\alpha)$$

$$\mathbf{f}_{d,i,y} = \Gamma_i \cdot S_d(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{m}_y \cdot \boldsymbol{\varphi}_{i,y} \quad (3.52\beta)$$

$$\mathbf{f}_{d,i,\theta} = \Gamma_i \cdot S_d(T_i, \zeta_i) \cdot \mathbf{m}_\theta \cdot \boldsymbol{\varphi}_{i,\theta} \quad (3.52\gamma)$$

Τα φορτία $\mathbf{f}_{d,i,x}$ και $\mathbf{f}_{d,i,y}$ ενεργούν στις διευθύνσεις x και y αντίστοιχα, ενώ τα φορτία $\mathbf{f}_{d,i,\theta}$ αντιστοιχούν σε στρεπτικές ροπές γύρω από κατακόρυφο άξονα.

Επομένως, στη γενική περίπτωση που η ιδιομορφή έχει μη-μηδενικές τιμές σε όλους τους βαθμούς ελευθερίας, σεισμικά φορτία προκύπτουν σε όλες τις διευθύνσεις x, y και θ ανεξαρτήτως της διεύθυνσης της σεισμικής δράσης.

3.3.2 Ιδιομορφική εντατική κατάσταση

Από τα σεισμικά φορτία της κανονικής μορφής υπολογίζονται τα εντατικά μεγέθη και οι μετακινήσεις που αυτά προκαλούν στην κατασκευή λόγω της αντίστοιχης ιδιομορφικής παραμόρφωσης. Ο υπολογισμός γίνεται από *στατική ελαστική ανάλυση*, θεωρώντας ότι στις θέσεις των μαζών ενεργούν οριζόντιες δυνάμεις $\mathbf{f}_{d,i,x}$ και $\mathbf{f}_{d,i,y}$ και στρεπτικές ροπές $\mathbf{f}_{d,i,\theta}$ που υπολογίζονται από τις εξισώσεις (3.52α,β,γ).

Συνήθως, αρχικά υπολογίζονται οι μετακινήσεις των ΚΜ των διαφραγμάτων των ορόφων από την εξίσωση:

$$\mathbf{u}_{d,i} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}_{d,i} \quad (3.53)$$

Στη συνέχεια, με βάση τις μετακινήσεις του ΚΜ κάθε διαφράγματος υπολογίζονται οι μετακινήσεις στα άκρα των μελών από τις σχέσεις (3.3α,β,γ), με βάση τις οποίες υπολογίζονται τα εντατικά μεγέθη των μελών χρησιμοποιώντας το μητρώο δυσκαμψίας κάθε μέλους.

Σημειώνεται ότι εάν τα φορτία σχεδιασμού έχουν υπολογιστεί για συντελεστή συμπεριφοράς $q > 1$, οι μετακινήσεις που προκύπτουν από την Εξ. (3.53) είναι αυτές που αντιστοιχούν σε ελαστική συμπεριφορά για τα φορτία σχεδιασμού. Οι μετακινήσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών των μελών. Εάν όμως επιθυμούμε να υπολογίσουμε τις *πραγματικές μετακινήσεις* της κατασκευής $\mathbf{u}_{m,i}$ που αντιστοιχούν στη συμμετοχή της i ιδιομορφής, οι μετακινήσεις $\mathbf{u}_{d,i}$ πρέπει να πολλαπλασιαστούν με το συντελεστή συμπεριφοράς q (βλ. παρ. 2.3.6 Κεφ. 2), δηλαδή:

$$\mathbf{u}_{m,i} = q \cdot \mathbf{u}_{d,i} \quad (3.54)$$

3.3.3 Συνδυασμός ιδιομορφικών αποκρίσεων

Με την παραπάνω διαδικασία υπολογίζονται τα μέγιστα εντατικά μεγέθη των μελών για μία δεδομένη διεύθυνση σεισμικής δράσης και για κάθε ιδιομορφή χωριστά. Όμως, οι μέγιστες ιδιομορφικές αποκρίσεις δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα. Επιπρόσθετα, με τη χρήση των φασμάτων σχεδιασμού έχουμε χάσει και το πρόσημο κάθε μεγέθους. Για τους λόγους αυτούς, για να υπολογίσουμε τα συνολικά εντατικά μεγέθη για τις k ιδιομορφές που λαμβάνονται υπόψη, συνδυάζουμε τα μεγέθη των επιμέρους κανονικών μορφών στατιστικά αντί να τα προσθέτουμε αλγεβρικά. Συνήθως χρησιμοποιείται μία από τις παρακάτω μεθόδους:

Μέθοδος SRSS

Η απλούστερη μέθοδος συνδυασμού μέγιστων τιμών είναι με την *τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων*, γνωστή και ως SRSS από τα αρχικά του αντίστοιχου αγγλικού όρου: *Square Root of the Sum of the Squares*.

Σύμφωνα με τη μέθοδο SRSS, εάν E_i είναι η τιμή τυχαίου μεγέθους E (π.χ. ροπή, αξονική ή τέμνουσα δύναμη στο άκρον κάποιου μέλους) που προέκυψε από την επίλυση της i ιδιομορφής, η πιθανή *ακραία τιμή* $\text{ex}E$ του μεγέθους E που προκύπτει από τη συμμετοχή των k πρώτων ιδιομορφών υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\text{ex}E = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^k E_i^2} \quad (3.55)$$

Η μέθοδος SRSS δίνει καλά αποτελέσματα και επιτρέπεται να εφαρμόζεται εάν όλες οι ιδιομορφές που λαμβάνονται υπόψη είναι *ανεξάρτητες*. Δύο ιδιομορφές i και j θεωρούνται ανεξάρτητες εάν $T_i \leq 0.9 \cdot T_j$ (για $T_i \leq T_j$), αλλιώς θεωρούνται *εξαρτημένες*.

Μέθοδος CQC

Εάν οι ιδιομορφικές αποκρίσεις δεν είναι ανεξάρτητες απαιτούνται ακριβέστερες μέθοδοι συνδυασμού τους. Μία τέτοια μέθοδος, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη, είναι ο *πλήρης τετραγωνικός συνδυασμός* γνωστός και ως CQC από τα αρχικά του αντίστοιχου αγγλικού όρου: *Complete Quadratic Combination*.

Σύμφωνα με τη μέθοδο CQC, η πιθανή ακραία τιμή $\text{ex}E$ του μεγέθους E υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\text{ex}E = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \varepsilon_{ij} E_i E_j} \quad (3.56)$$

όπου ε_{ij} είναι ο συντελεστής συσχέτισης των ιδιομορφών i και j που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j} (\zeta_i \omega_i + \zeta_j \omega_j) \omega_i \omega_j}{(\omega_i^2 - \omega_j^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_j \omega_i \omega_j (\omega_i^2 + \omega_j^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_j^2) \omega_i^2 \omega_j^2} \quad (3.57)$$

και E_i, E_j είναι οι τιμές του μεγέθους E που προέκυψαν από την επίλυση για τις ιδιομορφές i και j αντίστοιχα.

Συνήθως, όλες οι ιδιομορφές έχουν την ίδια απόσβεση ζ . Σε αυτή την περίπτωση, και θέτοντας $r = \omega_i/\omega_j$, η σχέση (3.57) απλοποιείται ως εξής:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{8\zeta^2 r^{3/2} (1+r)}{(1-r^2)^2 + 4\zeta^2 r (1+r)^2} \quad (3.58)$$

Προσέξτε ότι ισχύουν οι εξής σχέσεις:

- $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$
- $\varepsilon_{ii} = 1$

Οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης ε_{ij} μπορούν να γραφούν ως στοιχεία ενός τετραγωνικού μητρώου $\mathbf{\varepsilon}$, δηλαδή:

$$\mathbf{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \dots & \varepsilon_{1k} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \dots & \varepsilon_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{k1} & \varepsilon_{k2} & \dots & \varepsilon_{kk} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Λόγω των παραπάνω ιδιοτήτων, το μητρώο συσχέτισης $\mathbf{\varepsilon}$ είναι συμμετρικό και όλα τα διαγώνια στοιχεία του είναι ίσα με 1. Με χρήση του μητρώου $\mathbf{\varepsilon}$ η σχέση (3.56) μπορεί να γραφεί ως:

$$\text{ex}E = \pm \sqrt{\mathbf{E}^T \mathbf{\varepsilon} \mathbf{E}} \quad (3.60)$$

όπου $\mathbf{E} = \{E_1 \ E_2 \ \dots \ E_k\}^T$ είναι το διάνυσμα που προκύπτει από τις τιμές του μεγέθους E για κάθε ιδιομορφή.

Παρατηρήσεις

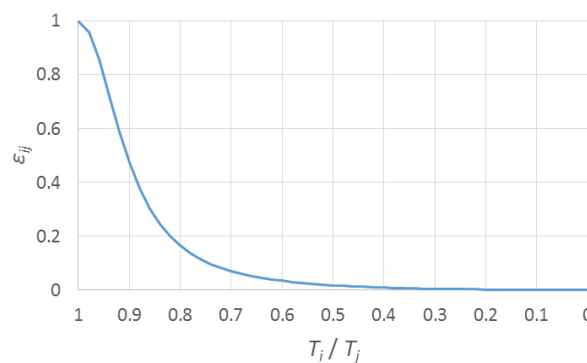
1. Δεν επιτρέπεται η χρήση ακραίων τιμών δύο ή περισσότερων μεγεθών για τον υπολογισμό ακραίας τιμής άλλου παράγωγου μεγέθους. Αυτό σημαίνει ότι ο συνδυασμός των ιδιομορφικών αποκρίσεων πρέπει να γίνεται στο τελικό μέγεθος και όχι σε ενδιάμεσα μεγέθη.

Για παράδειγμα, εάν ζητείται η τέμνουσα βάσης $F_{b,x}$ στη διεύθυνση x , η οποία ισούται με το συνολικό σεισμικό φορτίο στη διεύθυνση x , πρέπει πρώτα να υπολογιστεί η τιμή της για κάθε ιδιομορφή:

$$F_{bi,x} = \sum_j F_{ji,x} \quad (3.61)$$

και η ακραία τιμή $exF_{b,x}$ θα προκύψει από το συνδυασμό των τιμών $F_{bi,x}$ με τη μέθοδο SRSS ή τη μέθοδο CQC. Είναι λάθος να γίνει ο συνδυασμός στα σεισμικά φορτία κάθε βαθμού ελευθερίας, ώστε να προκύψει η ακραία τιμή $exF_{j,x}$ του σεισμικού φορτίου κατά x σε κάθε βαθμό ελευθερίας j , και μετά να αθροιστούν οι τιμές $exF_{j,x}$ όλων των βαθμών ελευθερίας για να προκύψει η ακραία τιμή $exF_{b,x}$ της τέμνουσα βάσης.

2. Η μέθοδος CQC είναι γενική και μπορεί να χρησιμοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις, ακόμη και εάν οι ιδιομορφές είναι ανεξάρτητες. Σημειώνεται όμως ότι η μέθοδος CQC ταυτίζεται με τη μέθοδο SRSS εάν οι εκτός διαγωνίου όροι του μητρώου ϵ είναι μηδενικοί, δηλαδή εάν $\epsilon_{ij} = 0$ για $i \neq j$. Επίσης, εάν οι εκτός διαγωνίου όροι του μητρώου ϵ είναι σημαντικά μικρότεροι από 1.0, τότε η μέθοδος CQC τείνει στη μέθοδο SRSS. Αυτό συμβαίνει εάν οι ιδιομορφές είναι ανεξάρτητες, δηλαδή ο λόγος $r = T_i/T_j$ είναι μικρός. Όπως φαίνεται στο Σχ. 3.6, η τιμή του συντελεστή ϵ_{ij} γίνεται σημαντικά μικρότερη από 1.0 για μικρές τιμές του λόγου r . Κατ' επέκταση, και ο αντίστοιχος όρος στην Εξ. (3.56) έχει μικρή συμμετοχή στην τιμή της exE . Επομένως, εάν οι τιμές ιδιοπεριόδων απέχουν αρκετά η μία στην άλλη (δηλαδή η τιμή r είναι αρκετά μικρότερη από 1.0), τότε η μέθοδος CQC οδηγεί σε παρόμοιο αποτέλεσμα με τη μέθοδο SRSS, αφού οι σημαντικοί όροι στην Εξ. (3.56) είναι μόνον αυτοί που αντιστοιχούν σε $i = j$.



Σχ. 3.6. Μεταβολή του συντελεστή ϵ_{ij} με το λόγο $r = T_i/T_j$.

3.3.4 Ταυτόχρονα μεγέθη

Πολλές φορές, για τη διαστασιολόγηση κάποιου μέλους απαιτούνται περισσότερα του ενός εντατικά μεγέθη. Για παράδειγμα, για τη διαστασιολόγηση ενός υποστυλώματος από Ω.Σ. σε διαξονική κάμψη απαιτούνται τρία μεγέθη: οι ροπές M_x και M_y στις δύο κύριες διευθύνσεις της διατομής και η αξονική δύναμη N . Σύμφωνα με τα παραπάνω, για αυτά τα μεγέθη υπολογίζονται οι ακραίες τιμές exM_x , exM_y και exN τα οποία πρέπει να συνδυαστούν για τη διαστασιολόγηση του υποστυλώματος. Όμως, τα ακραία αυτά μεγέθη δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα, ενώ δεν γνωρίζουμε και τα πρόσημα με τα οποία πρέπει να συνδυαστούν, αφού οι εξισώσεις (3.55) και (3.56) δεν ορίζουν συγκεκριμένο πρόσημο ακραίων τιμών.

Μία λύση για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα θα ήταν να γίνει η διαστασιολόγηση του μέλους λαμβάνοντας υπόψη όλους τους δυνατούς συνδυασμούς προσήμων των ακραίων τιμών

των μεγεθών που λαμβάνονται υπόψη. Έτσι, για το παράδειγμα του υποστυλώματος από Ω.Σ. πρέπει να εξεταστούν οι εξής οκτώ συνδυασμοί:

$$\begin{array}{llll} \Sigma_1: \begin{cases} +exM_x \\ +exM_y \\ +exN \end{cases} & \Sigma_2: \begin{cases} +exM_x \\ +exM_y \\ -exN \end{cases} & \Sigma_3: \begin{cases} +exM_x \\ -exM_y \\ +exN \end{cases} & \Sigma_4: \begin{cases} +exM_x \\ -exM_y \\ -exN \end{cases} \\ \Sigma_5: \begin{cases} -exM_x \\ +exM_y \\ +exN \end{cases} & \Sigma_6: \begin{cases} -exM_x \\ +exM_y \\ -exN \end{cases} & \Sigma_7: \begin{cases} -exM_x \\ -exM_y \\ +exN \end{cases} & \Sigma_8: \begin{cases} -exM_x \\ -exM_y \\ -exN \end{cases} \end{array}$$

Σημειώνεται ότι οι παραπάνω συνδυασμοί αφορούν μόνον στα εντατικά μεγέθη λόγω της σεισμικής φόρτισης, τα οποία πρέπει να συνδυαστούν με τα υπόλοιπα φορτία της κατασκευής (μόνιμα και κινητά φορτία) σύμφωνα με το σεισμικό συνδυασμό.

Αυτή η αντιμετώπιση είναι προφανώς υπέρ της ασφαλείας, μπορεί όμως να οδηγήσει σε πολύ δυσμενή σχεδιασμό ο οποίος να μην αντιστοιχεί σε κάποια πιθανή εντατική κατάσταση, αφού βασίζεται σε ακραίες τιμές μεγεθών που δεν συνυπάρχουν και σε συνδυασμούς προσήμων που μπορεί να μην είναι συμβατοί με την παραμόρφωση της κατασκευής.

Για τους παραπάνω λόγους, στον Ελληνικό Αντισεισμικό Κανονισμό (ΕΑΚ) προτείνεται η προσέγγιση των *προσεγγιστικών δυσμενών συνδυασμών*, σύμφωνα με την οποία το ένα μέγεθος λαμβάνεται υπόψη με την ακραία τιμή του και τα υπόλοιπα μεγέθη με τις *πιθανές ταυτόχρονες* προς αυτήν τιμές τους.

Έστω exA η ακραία τιμή κάποιου μεγέθους A . Η πιθανή ταυτόχρονη προς την exA τιμή ενός άλλου μεγέθους B συμβολίζεται με $B_{,A}$ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B_{,A} = \frac{P_{AB}}{exA} \quad (3.62)$$

Ο συντελεστής P_{AB} ονομάζεται *παράγοντας συσχέτισης* των μεγεθών A και B και δίνεται από τη σχέση:

$$P_{AB} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \varepsilon_{ij} A_i B_j \quad (3.63)$$

όπου A_i η τιμή του μεγέθους A από την επίλυση για την ιδιομορφή i και B_j η τιμή του μεγέθους B από την επίλυση για την ιδιομορφή j . Ο συντελεστής συσχέτισης ε_{ij} των ιδιομορφών i και j υπολογίζεται από τις εξισώσεις (3.57) και (3.58). Σημειώνεται ότι ο παράγοντας συσχέτισης P_{AB} μπορεί να γραφεί και με χρήση του μητρώου συσχέτισης $\mathbf{\varepsilon}$ ως εξής:

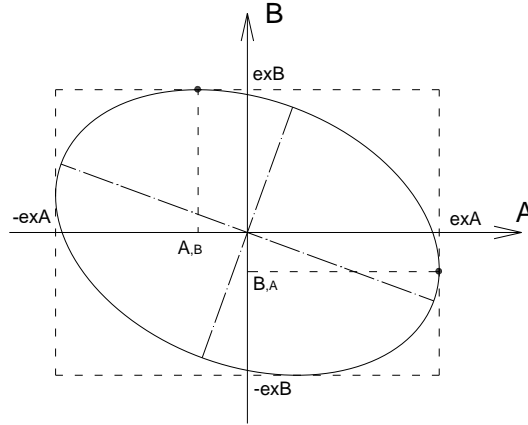
$$P_{AB} = \mathbf{A}^T \mathbf{\varepsilon} \mathbf{B} \quad (3.64)$$

όπου \mathbf{A} και \mathbf{B} είναι τα διανύσματα που προκύπτουν από τις τιμές των μεγεθών A και B για κάθε ιδιομορφή.

Ο παράγοντας συσχέτισης P_{AB} μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός. Επομένως, για δεδομένο πρόσημο της ακραίας τιμής exA , η ταυτόχρονη προς αυτήν τιμή του μεγέθους B μπορεί να έχει το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο από αυτό της exA .

Η παραπάνω θεώρηση των πιθανών ταυτόχρονων τιμών βασίζεται στη μέθοδο Goupta, σύμφωνα με την οποία το πεδίο τιμών δύο μεγεθών είναι μία έλλειψη και τριών μεγεθών ένα

ελλειψοειδές. Στο Σχ. 3.7 δίνεται σχηματικά η φιλοσοφία υπολογισμού των ταυτόχρονων τιμών δύο μεγεθών A και B . Όταν το μέγεθος A παίρνει την ακραία τιμή του, exA , το μέγεθος B έχει τιμή B_A , ενώ όταν το μέγεθος B παίρνει την ακραία τιμή του, exB , το μέγεθος A έχει τιμή A_B . Είναι προφανές ότι οι τιμές και το πρόσημο των A_B και B_A εξαρτώνται από την κλίση της έλλειψης.



Σχ. 3.7. Υπολογισμός ταυτόχρονων τιμών των μεγεθών A και B .

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας των ταυτόχρονων μεγεθών στο παράδειγμα του υποστυλώματος από Ω.Σ. οδηγεί στους εξής έξι συνδυασμούς για τα σεισμικά μεγέθη:

$$\Sigma_1: \begin{cases} exM_x \\ M_{y,M_x} \\ N_{,M_x} \end{cases} \quad \Sigma_2: \begin{cases} exM_y \\ M_{x,M_y} \\ N_{,M_y} \end{cases} \quad \Sigma_3: \begin{cases} exN \\ M_{x,N} \\ M_{y,N} \end{cases} \quad \Sigma_4 = -\Sigma_1 \quad \Sigma_5 = -\Sigma_2 \quad \Sigma_6 = -\Sigma_3$$

3.4. Μέθοδος ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης

3.4.1 Προϋποθέσεις εφαρμογής

Η μέθοδος ανάλυσης φάσματος απόκρισης που παρουσιάστηκε παραπάνω μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε πολυβάθμια κατασκευή οποιασδήποτε στατικής μορφής (κτίρια, γέφυρες, κλπ.). Για την εφαρμογή της απαιτείται ο υπολογισμός όλων των σημαντικών κανονικών μορφών για κάθε εξεταζόμενη διεύθυνση σεισμικής δράσης.

Σε πολυώροφα κτίρια χωρίς μεγάλες ασυμμετρίες, η απόκριση σε κάθε κύρια διεύθυνση επηρεάζεται κυρίως από την αντίστοιχη δεσπόζουσα ιδιομορφή, ενώ η συμμετοχή των ανώτερων ιδιομορφών δεν είναι σημαντική. Σε τέτοιες περιπτώσεις μπορεί να εφαρμοστεί μία απλοποιημένη μέθοδος ανάλυσης, η οποία βασίζεται στη συμμετοχή μόνον της θεμελιώδους ιδιομορφής, η οποία στον ΕΚ8 αναφέρεται ως *μέθοδος ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης*, ενώ στον ΕΑΚ αναφέρεται ως *απλοποιημένη φασματική μέθοδος*. Πολλές φορές χρησιμοποιείται και ο όρος *ψευδοστατική μέθοδος*.

Για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται να ικανοποιούνται οι εξής προϋποθέσεις:

- Η θεμελιώδης (πρώτη) ιδιοπερίοδος T_1 στις δύο κύριες διευθύνσεις ταλάντωσης είναι μικρότερη από τις παρακάτω τιμές:

$$T_1 \leq \begin{cases} 4 \cdot T_c \\ 2.0 \text{ sec} \end{cases} \quad (3.65)$$

όπου T_c είναι η χαρακτηριστική περίοδος του φάσματος σχεδιασμού που χωρίζει την περιοχή σταθερής φασματικής επιτάχυνσης από την περιοχή σταθερής φασματικής ταχύτητας (βλ. παρ. 1.7.2 Κεφ. 1).

- Ικανοποιούνται τα κριτήρια κανονικότητας σε όψη που δίνονται στην παρ. 4.2.3.3 του ΕΚ8.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η μέθοδος βασίζεται στην απόκριση της θεμελιώδους (πρώτης) ιδιομορφής σε κάθε κύρια διεύθυνση του κτιρίου, χωρίς όμως να αποτελεί εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης φάσματος απόκρισης για την πρώτη μόνον ιδιομορφή.

3.4.2 Θεμελιώδης ιδιοπερίοδος

Το πρώτο βήμα της μεθόδου είναι ο υπολογισμός της θεμελιώδους ιδιοπεριόδου στην εξαταζόμενη διεύθυνση διέγερσης. Εάν δεν γίνεται ακριβέστερος υπολογισμός σύμφωνα με τη θεωρία των κανονικών μορφών που αναπτύχθηκε στην παρ. 3.2.3, μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές μέθοδοι της Δυναμικής, όπως η μέθοδος Rayleigh που παρουσιάζεται παρακάτω, ή εμπειρικές σχέσεις που δίνονται στους κανονισμούς (ΕΚ8, ΕΑΚ).

Μέθοδος Rayleigh

Σύμφωνα με την εξίσωση (3.25), για την ιδιοσυχνότητα οποιασδήποτε κανονικής μορφής i ισχύει:

$$\omega_i^2 = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (3.66)$$

όπου η ιδιομορφή $\boldsymbol{\varphi}_i$ δηλώνει την αντίστοιχη μορφή ταλάντωσης. Επομένως εάν είναι γνωστή η ιδιομορφή, έστω και προσεγγιστικά, μπορεί να υπολογιστεί η αντίστοιχη ιδιοσυχνότητα.

Η μέθοδος Rayleigh ακολουθεί μία επαναληπτική διαδικασία, σύμφωνα με την οποία γίνεται μία αρχική εκτίμηση της ιδιομορφής η οποία στη συνέχεια βελτιώνεται και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση. Για την πρώτη ιδιομορφή ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα.

Ως πρώτη εκτίμηση της $\boldsymbol{\varphi}_1$ θεωρούμε την κατανομή των μετακινήσεων στη διεύθυνση που εξατάζουμε που προκύπτει εάν φορτίσουμε το κτίριο με οριζόντια φορτία βαρύτητας, δηλαδή θεωρώντας ότι τα βάρη των ορόφων ενεργούν στην οριζόντια διεύθυνση. Έτσι, στο ΚΜ κάθε ορόφου j θεωρούμε ότι στην εξαταζόμενη διεύθυνση ενεργεί οριζόντιο φορτίο $F_j = W_j = m_j \cdot g$. Εάν δ_j είναι οι μετακινήσεις που προκύπτουν από την επίλυση για αυτή τη φόρτιση, η 1^η εκτίμηση της ω_1 προκύπτει από τη σχέση:

$$\omega_1^2 = g \frac{\sum_j F_j \cdot \delta_j}{\sum_j W_j \cdot \delta_j^2} \quad (3.67)$$

Στη δεύτερη δοκιμή, εφαρμόζουμε την Εξ. (3.67) για τις μετακινήσεις που προκύπτουν για οριζόντια φορτία στα ΚΜ των ορόφων σύμφωνα με τη σχέση:

$$F_j = m_j \cdot \omega_1^2 \cdot \delta_j \quad (3.68)$$

όπου ω_1 και δ_j η ιδιοσυχνότητα και οι μετακινήσεις που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση, η οποία συνήθως συμβαίνει μετά από λίγες επαναλήψεις.

Εμπειρικές σχέσεις ΕΚ8

Στον ΕΚ8 δίνονται διάφορες εμπειρικές σχέσεις για τον υπολογισμό της θεμελιώδους ιδιοπεριόδου. Επειδή οι σχέσεις είναι εμπειρικές και έχουν προκύψει από στατιστική επεξεργασία πολλών δεδομένων, δεν ισχύει η συμβατότητα των μονάδων. Σε όλες τις σχέσεις, οι διαστάσεις δίνονται σε m και η ιδιοπερίοδος προκύπτει σε sec.

Για κτίρια με ύψος μέχρι 40 m μπορεί να χρησιμοποιείται η σχέση:

$$T_1 = C_t \cdot H^{3/4} \quad (3.69)$$

όπου

H = το ύψος του κτιρίου από τη στάθμη θεμελίωσης ή την άνω επιφάνεια άκαμπτου υπογείου

$$C_t = \begin{cases} 0.085 & \text{για χαλύβδινα πλαίσια} \\ 0.075 & \text{για πλαίσια από Ω.Σ. \& χαλύβδινα πλαίσια με έκκεντρους δικτυωτούς συνδέσμους} \\ 0.050 & \text{για κάθε άλλο φορέα} \end{cases}$$

Εναλλακτικά, για κτίρια με τοιχώματα από Ω.Σ. ή τοιχοποιία, η τιμή του C_t μπορεί να υπολογίζεται από τη σχέση:

$$C_t = \frac{0.075}{\sqrt{A_c}} \quad (3.70\alpha)$$

$$A_c = \sum A_i \cdot (0.2 + \ell_{wi} / H)^2 \quad (3.70\beta)$$

όπου

A_c = συνολική δρώσα επιφάνεια των τοιχωμάτων στον πρώτο όροφο του κτιρίου

A_i = δρώσα επιφάνεια της διατομής του τοιχώματος i στον πρώτο όροφο του κτιρίου

ℓ_{wi} = μήκος του τοιχώματος i στον πρώτο όροφο σε διεύθυνση παράλληλη με τη σεισμική δράση.

Στη σχέση (3.70β), εάν $\ell_{wi} / H > 0.9$ τίθεται $\ell_{wi} / H = 0.9$.

Εναλλακτικά, η θεμελιώδης ιδιοπερίοδος μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$T_1 = 2 \sqrt{d} \quad (3.71)$$

όπου d είναι η οριζόντια ελαστική μετακίνηση του δώματος του κτιρίου (σε m) για οριζόντια φορτία στην εξεταζόμενη διεύθυνση ίσα με τα βάρη των ορόφων.

3.4.3 Τέμνουσα βάση

Το δεύτερο βήμα της μεθόδου οριζόντιας φόρτισης είναι ο υπολογισμός του συνολικού σεισμικού φορτίου στην εξεταζόμενη διεύθυνση, δηλαδή της αντίστοιχης τέμνουσας δύναμης βάσης F_b , από τη σχέση:

$$F_b = m \cdot \lambda \cdot S_d(T_1, \zeta) \quad (3.72)$$

όπου

$S_d(T_1, \zeta)$ = φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού για τη θεμελιώδη ιδιοπερίοδο

m = συνολική μάζα του κτιρίου από τη στάθμη θαμελίωσης ή την άνω επιφάνεια άκαμπτου υπογείου

λ = $\begin{cases} 0.85 \text{ εάν } T_1 \leq 2 \cdot T_c \text{ και το κτίριο έχει περισσότερους από δύο ορόφους} \\ 1.00 \text{ σε κάθε άλλη περίπτωση.} \end{cases}$

Ο συντελεστής λ χρησιμοποιείται για να ληφθεί υπόψη ότι η δρώσα ιδιομορφική μάζα της θεμελιώδους ιδιομορφής είναι μικρότερη κατά 15%, κατά μέσο όρο, από τη συνολική μάζα για κτίρια με τουλάχιστον τρεις ορόφους.

3.4.4 Σεισμικά φορτία ορόφων

Για την κατανομή της τέμνουσας δύναμης βάσης στους ορόφους πρέπει να είναι γνωστή η θεμελιώδης ιδιομορφή $\boldsymbol{\varphi}_1$ στην εξεταζόμενη διεύθυνση. Επειδή σεισμικά φορτία θεωρούνται μόνον στη διεύθυνση της σεισμικής δράσης που εξετάζεται, λαμβάνονται υπόψη μόνον οι συνιστώσες της ιδιομορφής στους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας, ενώ οι υπόλοιπες συνιστώσες αμελούνται. Για παράδειγμα, εάν η ανάλυση γίνεται στη διεύθυνση x , η δεσπόζουσα ιδιομορφή που λαμβάνεται υπόψη προκύπτει ως: $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}_{1,x}$. Εάν δεν γίνεται ακριβής ανάλυση για τον υπολογισμό της δεσπόζουσας ιδιομορφής μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές μέθοδοι της Δυναμικής, όπως η μέθοδος Rayleigh που περιγράφηκε παραπάνω. Σε αυτή την περίπτωση, οι συνιστώσες φ_j της θεμελιώδους ιδιομορφής μπορούν να τεθούν ίσες με τις οριζόντιες μετακινήσεις δ_j των ορόφων που προκύπτουν από την επίλυση για τα φορτία F_j (βλ. Εξ. (3.68)) της τελευταίας επανάληψης.

Θεωρώντας γνωστή τη θεμελιώδη ιδιομορφή, το σεισμικό φορτίο F_j του j ορόφου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_j = F_b \frac{m_j \cdot \varphi_j}{\sum_i m_i \cdot \varphi_i} \quad (3.73)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η Εξ. (3.73) εφαρμόζεται μόνον για τις συνιστώσες της θεμελιώδους ιδιομορφής στην εξεταζόμενη διεύθυνση και επομένως και τα σεισμικά φορτία F_j προκύπτουν μόνον σε αυτή τη διεύθυνση.

Σε πολλές περιπτώσεις κτιρίων με μικτό στατικό σύστημα, η θεμελιώδης ιδιομορφή μπορεί να προσομοιαστεί με ένα ανεστραμένο τρίγωνο (γραμμική αύξηση των οριζόντιων μετακινήσεων καθ' ύψος). Σε αυτή την περίπτωση ισχύει: $\varphi_j = z_j/H$, όπου z_j είναι το ύψος του ορόφου j από τη στάθμη θαμελίωσης ή την άνω επιφάνεια άκαμπτου υπογείου και H είναι το ύψος του κτιρίου. Επομένως, η κατανομή των σεισμικών φορτίων στους ορόφους μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$F_j = F_b \frac{m_j \cdot z_j}{\sum_i m_i \cdot z_i} \quad (3.74)$$

3.4.5 Εντατικά μεγέθη μελών

Τα εντατικά μεγέθη των μελών υπολογίζονται από στατική ανάλυση της κατασκευής για τα οριζόντια φορτία F_j που ενεργούν στην εξεταζόμενη διεύθυνση σεισμικής δράσης. Επομένως απαιτείται μία επίλυση για κάθε διεύθυνση σεισμού. Σημειώνεται ότι, επειδή δεν γίνεται συνδυασμός ιδιομορφικών αποκρίσεων όπως στη φασματική μέθοδο, δεν χρειάζεται υπολογισμός πιθανών ακραίων τιμών, ούτε πιθανών ταυτόχρονων μεγεθών, αφού τα εντατικά μεγέθη προκύπτουν προσημασμένα και είναι ταυτόχρονα.

3.5. Χωρική επαλληλία

Όπως προαναφέρθηκε, σεισμικές αναλύσεις (με οποιαδήποτε μέθοδο) γίνονται για τουλάχιστον δύο οριζόντιες, κάθετες μεταξύ τους, διευθύνσεις σεισμικής δράσης, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις απαιτείται και ανάλυση για κατακόρυφη σεισμική διέγερση. Τα τελικά εντατικά μεγέθη που λαμβάνονται υπόψη στο σχεδιασμό της κατασκευής προκύπτουν από συνδυασμό των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τις επιμέρους αναλύσεις για κάθε διεύθυνση σεισμού.

Επειδή τα μεγέθη που προκύπτουν από την ανάλυση για κάποια διεύθυνση σεισμού αφορούν ακραίες τιμές, η χωρική επαλληλία των αποτελεσμάτων για τις τρεις διευθύνσεις της σεισμικής δράσης, x , y και z , γίνεται με την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων, δηλαδή:

$$exE = \pm \sqrt{(exE^{(x)})^2 + (exE^{(y)})^2 + (exE^{(z)})^2} \quad (3.75)$$

όπου $exE^{(x)}$, $exE^{(y)}$ και $exE^{(z)}$ οι ακραίες τιμές του μεγέθους E για σεισμική δράση κατά x , σεισμική δράση κατά y και σεισμική δράση στην κατακόρυφη διεύθυνση z αντίστοιχα, που υπολογίζονται όπως αναφέρθηκε παραπάνω (π.χ. Εξ. (3.55) ή (3.56)).

Εάν για τη διαστασιολόγηση κάποιου μέλους απαιτούνται περισσότερα του ενός μεγέθη, συνιστάται η χρήση της ακραίας τιμής ενός μεγέθους και των πιθανών ταυτόχρονων προς αυτήν τιμών των υπολοίπων μεγεθών, αντί της χρήσης ακραίων τιμών για όλα τα μεγέθη. Η διαδικασία είναι παρόμοια με αυτή που αναπτύχθηκε στην παρ. 3.3.4, με τη διαφορά ότι τα ταυτόχρονα μεγέθη υπολογίζονται για ταυτόχρονη σεισμική δράση και στις τρεις διευθύνσεις. Συγκεκριμένα, η πιθανή ταυτόχρονη προς την ακραία τιμή exA τιμή άλλου μεγέθους B συμβολίζεται με $B_{,A}$ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$B_{,A} = \frac{P_{AB}}{exA} \quad (3.76)$$

όπου ο παράγοντας συσχέτισης P_{AB} των μεγεθών A και B δίνεται από τη σχέση:

$$P_{AB} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \varepsilon_{ij} (A_i^{(x)} B_j^{(x)} + A_i^{(y)} B_j^{(y)} + A_i^{(z)} B_j^{(z)}) \quad (3.77)$$

Σημειώνεται ότι, λόγω της σχέσης (3.63) η οποία ισχύει για κάθε διεύθυνση σεισμικής δράσης, ισχύει:

$$P_{AB} = P_{AB}^{(x)} + P_{AB}^{(y)} + P_{AB}^{(z)} \quad (3.78)$$

Προσέξτε όμως ότι η ταυτόχρονη τιμή $B_{,A}$ του μεγέθους B δεν προκύπτει από το άθροισμα των ταυτόχρονων τιμών $B_{,A}^{(x)}$, $B_{,A}^{(y)}$ και $B_{,A}^{(z)}$ για κάθε διεύθυνση σεισμού, αφού στην Εξ. (3.76) ο παρονομαστής ισούται με τη συνδυασμένη ακραία τιμή του μεγέθους A .

Εναλλακτικά, αντί της Εξ. (3.75) μπορεί να χρησιμοποιείται ο δυσμενέστερος από τους παρακάτω συνδυασμούς για τον υπολογισμό της ακραίας τιμής του τυχαίου μεγέθους E :

$$\text{ex}E = \pm \text{ex}E^{(x)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(y)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(z)} \quad (3.79\alpha)$$

$$\text{ή} \quad \text{ex}E = \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(x)} \pm \text{ex}E^{(y)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(z)} \quad (3.79\beta)$$

$$\text{ή} \quad \text{ex}E = \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(x)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}E^{(y)} \pm \text{ex}E^{(z)} \quad (3.79\gamma)$$

Οι παραπάνω σχέσεις για τις ακραίες και τις ταυτόχρονες τιμές των εντατικών μεγεθών χρησιμοποιούνται και σε περιπτώσεις που η διαστασιολόγηση γίνεται με συνδυασμό περισσότερων του ενός εντατικών μεγεθών. Για παράδειγμα, η διαστασιολόγηση υποστυλώματος από Ω.Σ. σε διαξονική κάμψη με αξονική δύναμη γίνεται για τους παρακάτω έξι συνδυασμούς των σεισμικών μεγεθών M_x , M_y και N :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \text{ex}M_x \\ M_{y,M_x} \\ N_{,M_x} \end{cases} \quad \Sigma_2 : \begin{cases} \text{ex}M_y \\ M_{x,M_y} \\ N_{,M_y} \end{cases} \quad \Sigma_3 : \begin{cases} \text{ex}N \\ M_{x,N} \\ M_{y,N} \end{cases} \quad \Sigma_4 = -\Sigma_1 \quad \Sigma_5 = -\Sigma_2 \quad \Sigma_6 = -\Sigma_3$$

Εάν οι ακραίες τιμές των μεγεθών δεν υπολογίζονται από τη σχέση (3.75) αλλά με εφαρμογή των σχέσεων (3.79α,β,γ), για κάθε ένα από τους συνδυασμούς Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 πρέπει να εξεταστούν $3 \times 8 = 24$ εναλλακτικές περιπτώσεις, ενώ δεν χρειάζεται να ληφθούν υπόψη οι συνδυασμοί Σ_4 , Σ_5 και Σ_6 , επειδή καλύπτονται από την εναλλαγή προσήμου \pm των σχέσεων (3.79α,β,γ). Για παράδειγμα, στο συνδυασμό Σ_1 πρέπει να εξεταστούν οι παρακάτω 24 περιπτώσεις για την $\text{ex}M_x$:

$$\text{ex}M_x = \pm \text{ex}M_x^{(x)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(y)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(z)} \quad (3.80\alpha)$$

$$\text{ή} \quad \text{ex}M_x = \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(x)} \pm \text{ex}M_x^{(y)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(z)} \quad (3.80\beta)$$

$$\text{ή} \quad \text{ex}M_x = \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(x)} \pm 0.30 \cdot \text{ex}M_x^{(y)} \pm \text{ex}M_x^{(z)} \quad (3.80\gamma)$$

όπου $\text{ex}M_x^{(x)}$, $\text{ex}M_x^{(y)}$ και $\text{ex}M_x^{(z)}$ είναι οι ακραίες τιμές της ροπής M_x για σεισμική δράση κατά x , σεισμική δράση κατά y και σεισμική δράση στην κατακόρυφη διεύθυνση z αντίστοιχα, που υπολογίζονται από την Εξ. (3.55) ή την Εξ. (3.56). Για κάθε μία από τις παραπάνω 24 τιμές της $\text{ex}M_x$ υπολογίζονται οι πιθανές ταυτόχρονες τιμές των M_{y,M_x} και $N_{,M_x}$. Αντίστοιχα υπολογίζονται οι εναλλακτικές περιπτώσεις των συνδυασμών Σ_2 και Σ_3 . Επομένως, συνολικά πρέπει να εξεταστούν $3 \times 24 = 72$ συνδυασμοί.

Σημειώνεται ότι εάν στους εξεταζόμενους συνδυασμούς δεν χρησιμοποιούνταν ταυτόχρονα μεγέθη, αλλά λαμβάνονταν υπόψη οι ακραίες τιμές $\text{ex}M_x$, $\text{ex}M_y$ και $\text{ex}N$ με όλους τους δυνατούς συνδυασμούς προσήμων, το πλήθος των απαιτούμενων συνδυασμών θα προέκυπτε πολύ μεγαλύτερο.

Σε συνήθη οικοδομικά έργα, η ανάλυση για κατακόρυφη σεισμική δράση αμελείται. Σε αυτή την περίπτωση, η ακραία τιμή του τυχαίου μεγέθους E υπολογίζεται από τη σχέση:

$$exE = \pm \sqrt{(exE^{(x)})^2 + (exE^{(y)})^2} \quad (3.81)$$

ή από το δυσμενέστερο συνδυασμό:

$$exE = \pm exE^{(x)} \pm 0.30 \cdot exE^{(y)} \quad (3.82\alpha)$$

ή
$$exE = \pm 0.30 \cdot exE^{(x)} \pm exE^{(y)} \quad (3.82\beta)$$

3.6. Επιρροή της στρωφής

3.6.1 Ορισμοί

Θεωρούμε πολυώροφο κτίριο με διαφράγματα στις θέσεις των ορόφων. Σε κάθε διάφραγμα μπορούν να οριστούν δύο χαρακτηριστικά σημεία, το κέντρο δυσκαμψίας και το κέντρο στρωφής, τα οποία είναι πολύ σημαντικά στη δυναμική συμπεριφορά της κατασκευής στο χώρο.

Κέντρα δυσκαμψίας (ΚΔ) ορόφων

Σε κάθε διάφραγμα μπορεί να οριστεί ένα κέντρο δυσκαμψίας (*center of rigidity* ή *center of stiffness*) με την εξής ιδιότητα:

Εάν στα διαφράγματα εξασκήσουμε οριζόντιες δυνάμεις οποιουδήποτε μεγέθους και οποιασδήποτε διεύθυνσης που διέρχονται από τα κέντρα δυσκαμψίας, τα διαφράγματα θα μετακινηθούν κατά x και y χωρίς στρωφή γύρω από κατακόρυφο άξονα ($\theta = 0$).

Σημειώνεται ότι η διεύθυνση της μεταφορικής κίνησης των ορόφων είναι γενικώς διαφορετική από τη διεύθυνση στην οποία ενεργούν τα φορτία.

Το κέντρο δυσκαμψίας ενός ορόφου δεν πρέπει να συγχέεται με το κέντρο διάτμησης, το οποίο είναι το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης δύναμης όλων των τεμνουσών δυνάμεων των υποστυλωμάτων του ορόφου.

Κέντρα στρωφής (ΚΣ) ορόφων

Σε κάθε διάφραγμα μπορεί να οριστεί ένα κέντρο στρωφής (*center of twist*) με την εξής ιδιότητα:

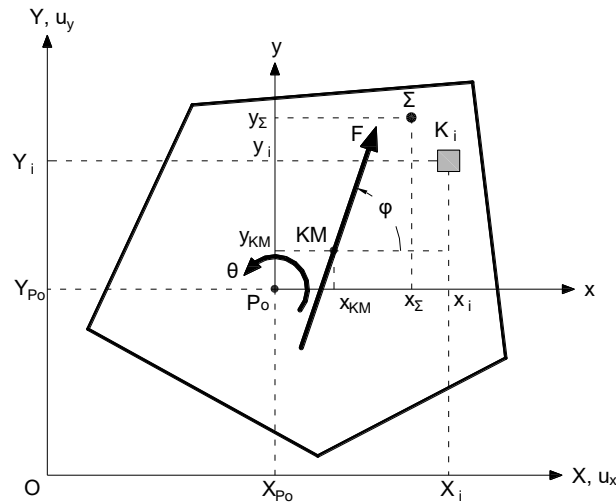
Εάν στα διαφράγματα εξασκήσουμε στρεπτικές ροπές γύρω από κατακόρυφο άξονα οποιουδήποτε μεγέθους, τα διαφράγματα θα στραφούν γύρω από τα κέντρα στρωφής τους (πόλοι στρωφής).

Παρατηρήσεις

- Σε μονώροφα κτίρια, το ΚΔ και το ΚΣ ταυτίζονται. Αυτό όμως δεν συμβαίνει σε πολυώροφα κτίρια, στα οποία το ΚΔ και το ΚΣ κάθε ορόφου είναι γενικώς διαφορετικά. Επίσης, η θέση των κέντρων αλλάζει από όροφο σε όροφο, ακόμη και εάν η κάτοψη παραμένει ίδια.
- Ο υπολογισμός των ΚΔ των διαφραγμάτων σε πολυώροφα κτίρια είναι εξαιρετικά δύσκολος. Επιπρόσθετα, η θέση του ΚΔ κάθε ορόφου δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη, αλλά εξαρτάται από την κατανομή των σεισμικών φορτίων καθ' ύψος.

3.6.2 Μονώροφο κτίριο

Η απλούστερη περίπτωση κατασκευής που επηρεάζεται από τη στροφή γύρω από κατακόρυφο άξονα είναι το μονώροφο κτίριο. Το κτίριο υπόκειται σε σεισμική δράση που ενεργεί σε διεύθυνση που σχηματίζει τυχαία γωνία φ με τον άξονα x και ζητούμε την απόκριση του κτιρίου και τα εντατικά μεγέθη που θα αναπτυχθούν στα υποστυλώματα.



Σχ. 3.8. Στατική θεώρηση μονώροφου κτιρίου με στροφή.

Α. Στατική θεώρηση

Η στατική θεώρηση του προβλήματος αποτελεί στην ουσία εφαρμογή της μεθόδου ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης (παρ. 3.4) σε μία μονώροφη κατασκευή. Έτσι, θεωρούμε στατική φόρτιση στην οποία το σεισμικό φορτίο F δρα σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα x (Σχ. 3.8). Εάν T είναι η ιδιοπερίοδος της κατασκευής στη διεύθυνση που ενεργεί ο σεισμός, το μέγεθος του φορτίου είναι $F = m \cdot S_d(T)$, όπου $S_d(T)$ είναι η φασματική επιτάχυνση για περίοδο T .

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στην περίπτωση μονωρόφων κτιρίων το κέντρο δυσκαμψίας και το κέντρο στροφής ταυτίζονται. Πολλές φορές το σημείο αυτό αναφέρεται και ως ελαστικό κέντρο ή πόλος στροφής. Στο Σχ. 3.8, το σημείο αυτό συμβολίζεται με P_0 . Οι συντεταγμένες του σε ένα ορθογώνιο σύστημα αναφοράς (OX, OY) δίνονται από τις σχέσεις:

$$X_{P_0} = \frac{\sum_i X_i \cdot K_{i,y}}{\sum_i K_{i,y}} \quad (3.83\alpha)$$

$$Y_{P_0} = \frac{\sum_i Y_i \cdot K_{i,x}}{\sum_i K_{i,x}} \quad (3.83\beta)$$

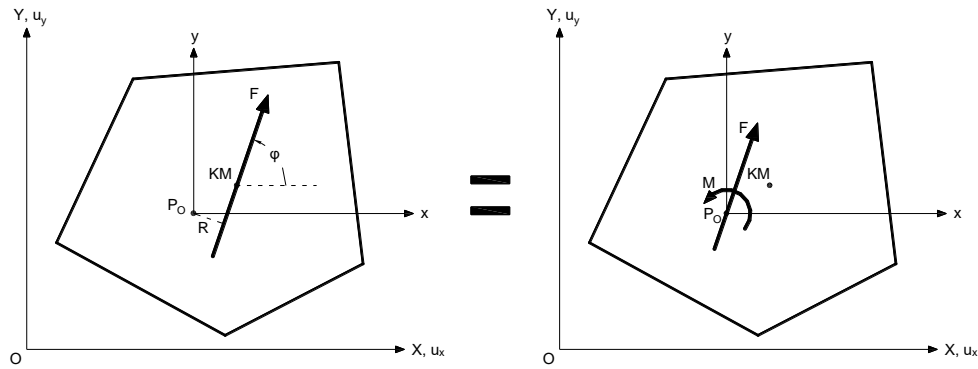
όπου X_i και Y_i είναι οι συντεταγμένες του κέντρου του υποστυλώματος K_i και $K_{i,x}$ και $K_{i,y}$ οι δυσκαμψίες του στις διευθύνσεις X και Y .

Το σεισμικό φορτίο F εφαρμόζεται στο KM της κατασκευής. Όπως φαίνεται όμως στο Σχ. 3.9, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι εφαρμόζεται στον πόλο στροφής P_0 , προσθέτοντας μία στρεπτική ροπή $M = F \cdot R$, όπου R είναι η απόσταση του KM από το σημείο P_0 μετρούμενη κάθετα

στη διεύθυνση του σεισμικού φορτίου. Σημειώνεται ότι εάν $F_x = F \cdot \cos \varphi$ και $F_y = F \cdot \sin \varphi$ είναι οι συνιστώσες του φορτίου F στους άξονες x και y , μπορούμε να γράψουμε:

$$M = F_y \cdot x_{KM} - F_x \cdot y_{KM} \quad (3.84)$$

όπου x_{KM} και y_{KM} είναι οι συντεταγμένες του KM στο σύστημα αξόνων (Ox, Oy) με αρχή το σημείο P_0 (βλ. Σχ. 3.8).



Σχ. 3.9. Μεταφορά δυνάμεων στον πόλο στροφής.

Επειδή το σημείο P_0 είναι το ΚΔ της κατασκευής, το φορτίο F που διέρχεται από αυτό θα προκαλέσει μόνον μεταφορική κίνηση και όχι στροφή. Θεωρώντας ότι οι άξονες x και y αντιστοιχούν στις κύριες διευθύνσεις του κτιρίου (βλ. παρακάτω), όλα τα σημεία του διαφράγματος θα έχουν μετακινήσεις κατά x και y :

$$u_x = \frac{F_x}{K_x} = \frac{F \cdot \cos \varphi}{K_x} \quad (3.85\alpha)$$

$$u_y = \frac{F_y}{K_y} = \frac{F \cdot \sin \varphi}{K_y} \quad (3.85\beta)$$

όπου

$$K_x = \sum_i K_{i,x}, \quad K_y = \sum_i K_{i,y} \quad (3.86)$$

είναι οι συνολικές δυσκαμψίες κατά x και y αντίστοιχα.

Ομοίως, επειδή το σημείο P_0 είναι το ΚΣ του διαφράγματος, η ροπή M θα προκαλέσει στροφή γύρω από το σημείο P_0 ίση με:

$$\theta = \frac{M}{K_\theta} = \frac{F \cdot \sin \varphi \cdot x_{KM} - F \cdot \cos \varphi \cdot y_{KM}}{K_\theta} \quad (3.87)$$

όπου K_θ είναι η συνολική στρεπτική δυσκαμψία που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K_\theta = \sum_i (K_{i,\theta} + x_i^2 \cdot K_{i,y} + y_i^2 \cdot K_{i,x}) \quad (3.88)$$

Σε αυτή την εξίσωση, $K_{i,\theta}$ είναι η στρεπτική δυσκαμψία του υποστυλώματος K_i γύρω από τον άξονά του. Συνήθως η τιμή αυτή είναι μικρή σε σύγκριση με τους άλλους δύο όρους του αθροίσματος της εξίσωσης (3.88), ιδιαίτερα για υποστυλόμενα από Ω.Σ. στα οποία, λόγω της

ρηγμάτωσης, η $K_{i,\theta}$ λαμβάνεται το πολύ ίση με το 10% της γεωμετρικής της τιμής. Γι' αυτό, ο όρος $K_{i,\theta}$ μπορεί να αμελείται.

Οι εξισώσεις (3.85α), (3.85β) και (3.87) δίνουν τη μετακίνηση και τη στροφή στο σημείο P_0 . Για να υπολογίσουμε τη μετακίνηση σε οποιοδήποτε άλλο σημείο Σ εφαρμόζουμε τις σχέσεις (3.3α,β,γ) από τις οποίες προκύπτει:

$$u_{\Sigma,x} = \frac{F \cdot \cos\varphi}{K_x} - \theta \cdot y_{\Sigma} \quad (3.89\alpha)$$

$$u_{\Sigma,y} = \frac{F \cdot \sin\varphi}{K_y} + \theta \cdot x_{\Sigma} \quad (3.89\beta)$$

$$\theta_{\Sigma} = \theta \quad (3.89\gamma)$$

όπου x_{Σ} και y_{Σ} είναι οι συντεταγμένες του σημείου Σ στο σύστημα αξόνων (Ox, Oy) με αρχή τον πόλο στροφής P_0 (βλ. Σχ. 3.8).

Για να υπολογίσουμε τις τέμνουσες που αναπτύσσονται στο υποστύλωμα K_i εφαρμόζουμε τις σχέσεις (3.89α,β) για τις συντεταγμένες του κέντρου του υποστυλώματος. Έτσι προκύπτουν οι μετακινήσεις $u_{i,x}$ και $u_{i,y}$ του υποστυλώματος, οι οποίες πολλαπλασιαζόμενες με τις αντίστοιχες δυσκαμψίες δίνουν τις τέμνουσες δυνάμεις. Δηλαδή: $V_{i,x} = K_{i,x} \cdot u_{i,x}$ και $V_{i,y} = K_{i,y} \cdot u_{i,y}$.

Η στατική επίλυση του μονωρόφου με στροφή, γνωστή και ως μέθοδος Ρουσσόπουλου, αποτελούσε τη βασική μέθοδο σεισμικής ανάλυσης μέχρι το 1985. Εφαρμοζόταν ακόμη και σε πολυώροφα κτίρια, θεωρώντας ότι κάθε όροφος συμπεριφέρεται ως μονώροφο στο οποίο ενεργεί σεισμικό φορτίο ίσο με το άθροισμα των σεισμικών φορτίων των υπερκειμένων ορόφων. Η μέθοδος αυτή, η οποία είναι μία χονδρική προσέγγιση της σεισμικής απόκρισης πολυωρόφων κτιρίων και μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά σφάλματα, έπαψε να ισχύει το 1985 με την εισαγωγή των *Πρόσθετων Διατάξεων του Αντισεισμικού Κανονισμού*, με τις οποίες έγινε υποχρεωτική η επίλυση των πολυωρόφων κτιρίων ως πλαισίων στο χώρο.

Β. Δυναμική θεώρηση

Στη δυναμική θεώρηση του προβλήματος, το μονώροφο κτίριο θεωρείται ως ένα σύστημα τριών βαθμών ελευθερίας, συγκεκριμένα των μετακινήσεων u_x και u_y του ΚΜ και της στροφής θ του διαφράγματος. Για την ανάλυσή του επομένως εφαρμόζουμε τη μέθοδο φάσματος απόκρισης.

Αφού το σύστημα διαθέτει τρεις βαθμούς ελευθερίας, από την ιδιομορφική ανάλυση θα προκύψουν τρεις κανονικές μορφές. Στη γενική περίπτωση, οι ιδιομορφές θα έχουν μη-μηδενικούς όρους σε όλους τους β.ε., εκτός εάν υπάρχουν άξονες συμμετρίας οπότε κάποιοι όροι μηδενίζονται (όπως συμβαίνει στο παράδειγμα της παρ. 3.2.7). Επομένως, οι ιδιομορφές θα έχουν τη μορφή:

$$\boldsymbol{\varphi}_i = \begin{Bmatrix} \varphi_{i,x} \\ \varphi_{i,y} \\ \varphi_{i,\theta} \end{Bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.90)$$

Για κάθε διεύθυνση σεισμού που εξετάζεται γίνεται στατική ανάλυση για τα φορτία σχεδιασμού κάθε ιδιομορφής i :

$$\mathbf{F}_i = \begin{Bmatrix} F_{i,x} \\ F_{i,y} \\ M_{i,\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Gamma_i \cdot S_d(T_i) \cdot m \cdot \varphi_{i,x} \\ \Gamma_i \cdot S_d(T_i) \cdot m \cdot \varphi_{i,y} \\ \Gamma_i \cdot S_d(T_i) \cdot I_\theta \cdot \varphi_{i,\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.91)$$

όπου Γ_i είναι ο συντελεστής συμμετοχής της ιδιομορφής και $S_d(T_i)$ είναι η φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού για την ιδιοπερίοδο T_i . Τα εντατικά μεγέθη που προκύπτουν από αυτές τις αναλύσεις συνδυάζονται με τη μέθοδο SRSS (εάν οι ιδιομορφές είναι ανεξάρτητες) ή τη μέθοδο CQC.

3.6.3 Στρεπτικά εύκαμπτα συστήματα

Σε πολυώροφα κτίρια, η επιρροή της στροφής των διαφραγμάτων γύρω από κατακόρυφα άξονα μπορεί να είναι πολύ δυσμενής εάν η κατασκευή είναι *στρεπτικά εύκαμπτη* (ή *στρεπτικά ευαίσθητη* ή *εύστρεπτη*). Σε αυτή την περίπτωση, ο ΕΚ8 προβλέπει σημαντικά μικρότερες τιμές για το συντελεστή συμπεριφοράς q απ' ό,τι σε κατασκευές που δεν είναι εύστρεπτες.

Ο έλεγχος για το εάν μία κατασκευή είναι στρεπτικά εύκαμπτη ή όχι γίνεται για κάθε όροφο, με σύγκριση των *ακτίνων δυστρεψίας* r_x και r_y με την ακτίνα αδρανείας ℓ_s . Συγκεκριμένα, για να θεωρηθεί ένα κτίριο ότι δεν είναι στρεπτικά ευαίσθητο πρέπει να διαθέτει ικανοποιητική δυστρεψία σε όλους τους ορόφους, δηλαδή σε κάθε όροφο πρέπει να ικανοποιούνται οι σχέσεις:

$$r_x \geq \ell_s \quad \text{και} \quad r_y \geq \ell_s \quad (3.92)$$

Οι ακτίνες δυστρεψίας ενός ορόφου ορίζονται από τις σχέσεις:

$$r_x = \sqrt{\frac{K_\theta}{K_y}}, \quad r_y = \sqrt{\frac{K_\theta}{K_x}} \quad (3.93)$$

όπου K_θ είναι η στρεπτική δυσκαμψία του ορόφου ως προς το κέντρο δυσκαμψίας (ΚΔ) και K_x , K_y οι μεταφορικές δυσκαμψίες στις διευθύνσεις x και y αντίστοιχα. Η ακτίνα αδρανείας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\ell_s = \sqrt{\frac{I_\theta}{m}} \quad (3.94)$$

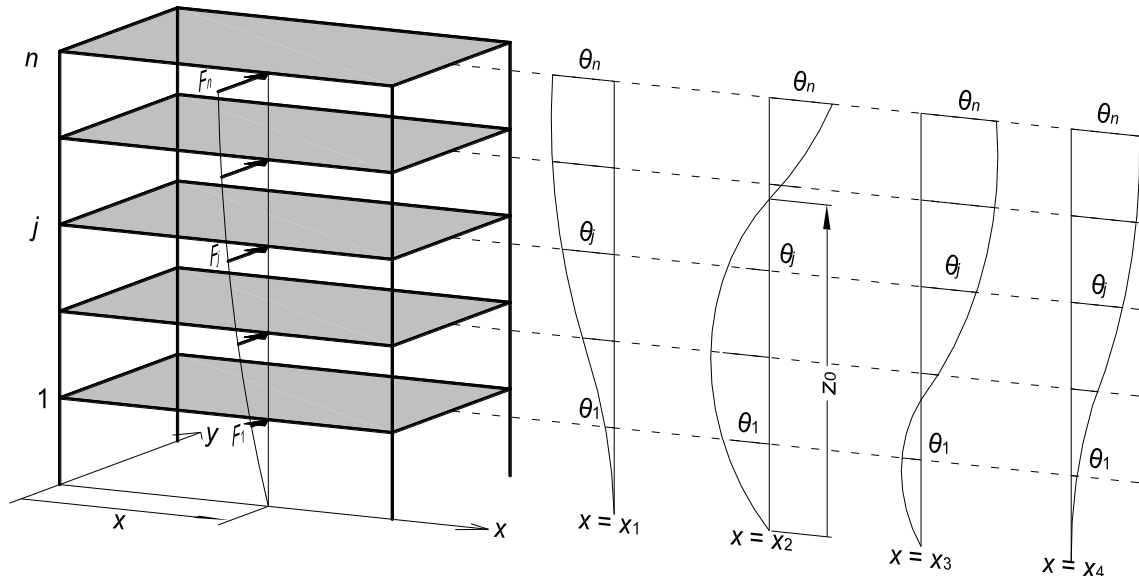
όπου I_θ είναι η ροπή αδράνειας μάζας ως προς το ΚΜ.

Για την εφαρμογή αυτών των εξισώσεων απαιτούνται οι δυσκαμψίες του ορόφου. Θεωρητικά, οι μεταφορικές δυσκαμψίες και η στρεπτική δυσκαμψία ενός ορόφου μπορούν να υπολογιστούν από τα αποτελέσματα της ανάλυσης, διαιρώντας τα φορτία με τις αντίστοιχες μετακινήσεις, δηλαδή: $K_x = V_x/u_x$, $K_y = V_y/u_y$ και $K_\theta = M_\theta/\theta$, όπου V_x , V_y είναι οι τέμνουσες του ορόφου κατά x και y αντίστοιχα και M_θ η συνολική στρεπτική ροπή ως προς το ΚΔ. Όμως, ο υπολογισμός του ΚΔ είναι εξαιρετικά δύσκολος, η δε θέση του ΚΔ επηρεάζεται από την κατανομή των σεισμικών φορτίων. Επομένως, η εφαρμογή του παραπάνω κριτηρίου σε πολυώροφα κτίρια είναι προβληματική.

Ο ΕΚ8 δεν αντιμετωπίζει με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο το πρόβλημα και αφήνει τη λύση του σε κάθε κράτος. Στην Ελλάδα για τον υπολογισμό των ακτίνων δυστρεψίας έχει υιοθετηθεί η θεωρία του *πλασματικού ελαστικού άξονα* που περιγράφεται στην παρ. 3.3.3 του ΕΑΚ και αναλύεται παρακάτω.

Πλασματικός ελαστικός άξονας

Θεωρούμε ένα πολυώροφο κτίριο n ορόφων, στο οποίο εξασκούμε στους ορόφους φορτία κατά y τα οποία έχουν συγκεκριμένη κατανομή καθ' ύψος $\mathbf{F} = \{F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n\}^T$ και βρίσκονται όλα πάνω σε ένα επίπεδο (Σχ. 3.10). Μετακινούμε το επίπεδο φόρτισης σε διάφορες θέσεις κατά x και για κάθε θέση φόρτισης υπολογίζουμε τις στροφές που προκαλούνται στους ορόφους. Σε κάθε θέση προκύπτει διαφορετική κατανομή στροφών ορόφων, όπως δείχνεται στο Σχ. 3.10.



Σχ. 3.10. Κατανομή στροφών ορόφων για διάφορες θέσεις επίπεδης φόρτισης κατά y .

Σύμφωνα με τον ορισμό των κέντρων δυσκαμψίας των ορόφων, εάν όλα τα ΚΔ βρίσκονταν πάνω σε έναν κατακόρυφο άξονα (ο οποίος ονομάζεται *ελαστικός άξονας*), τότε, όταν το επίπεδο φόρτισης θα διερχόταν από αυτόν τον άξονα, όλες οι στροφές των ορόφων θα μηδενίζονταν, δηλαδή θα προέκυπτε $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_n = 0$. Επειδή όμως, γενικώς, τα ΚΔ των ορόφων δεν βρίσκονται όλα πάνω στον ίδιο κατακόρυφο άξονα, δηλαδή οι κατασκευές δεν διαθέτουν ελαστικό άξονα εκτός από συμμετρικές κατασκευές, οι στροφές των ορόφων δεν μηδενίζονται για καμμία θέση x του επιπέδου φόρτισης.

Υπάρχει όμως κάποια θέση x_0 του επιπέδου φόρτισης, για την οποία οι στροφές των ορόφων γίνονται ελάχιστες, συγκεκριμένα το άθροισμα των τετραγώνων των στροφών των ορόφων γίνεται ελάχιστο. Εάν επαναλάβουμε τη διαδικασία για επίπεδη φόρτιση στη διεύθυνση x θα βρούμε πάλι μία θέση y_0 για την οποία το άθροισμα των τετραγώνων των στροφών των ορόφων γίνεται ελάχιστο.

Η τομή των επιπέδων που διέρχονται από τις θέσεις x_0 και y_0 ορίζει έναν άξονα στην κατασκευή ο οποίος ονομάζεται *πλασματικός ελαστικός άξονας* και έχει την εξής ιδιότητα:

Εάν εξασκήσουμε στους ορόφους οριζόντιες δυνάμεις που βρίσκονται σε ένα κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τον πλασματικό ελαστικό άξονα, οι στροφές που θα προκληθούν στους ορόφους θα είναι οι ελάχιστες δυνατές, σε σύγκριση με οποιαδήποτε άλλη θέση του επιπέδου φόρτισης.

Ο πλασματικός ελαστικός άξονας ενός κτιρίου δεν μπορεί να οριστεί αναλυτικά. Όμως, από παραμετρική διερεύνηση πολλών περιπτώσεων μικτών κτιρίων (Μακάριος 2000) προέκυψε ότι

όταν οι στροφές των ορόφων γίνονται ελάχιστες, η κατανομή των στροφών καθ' ύψος παρουσιάζει σημείο μηδενισμού (βλ. Σχ. 3.10 για $x = x_2$) σε ύψος:

$$z_0 = 0.75 \cdot H \div 0.85 \cdot H \cong 0.80 \cdot H \quad (3.95)$$

όπου H είναι το ύψος του κτιρίου.

Ας υποθέσουμε ότι στο ύψος μηδενισμού των στροφών z_0 υπάρχει κάποιος όροφος. Εφόσον σε αυτόν τον όροφο η φόρτιση \mathbf{F} δεν προκαλεί στροφές, το σημείο τομής P_0 του πλασματικού άξονα με αυτόν τον όροφο είναι το κέντρο δυσκαμψίας του ορόφου για οριζόντια φορτία \mathbf{F} (υπενθυμίζεται ότι η θέση του ΚΔ εξαρτάται από την κατανομή των φορτίων καθ' ύψος). Επιπρόσθετα αποδεικνύεται ότι εάν στους ορόφους επιβάλουμε στρεπτικές ροπές $\mathbf{M} = c \cdot \mathbf{F}$, όπου c είναι ένας τυχαίος συντελεστής, τότε το σημείο P_0 είναι και ο πόλος στροφής (δηλαδή το ΚΣ) αυτού του ορόφου.

Χρησιμοποιούμε την παραπάνω ιδιότητα για να προσδιορίσουμε τη θέση του πλασματικού ελαστικού άξονα, χωρίς να χρειαστεί να γίνουν πολλαπλές επιλύσεις για διάφορες θέσεις του επιπέδου φόρτισης. Συγκεκριμένα, υπολογίζουμε τον πόλο στροφής P_0 του ορόφου που βρίσκεται πλησιέστερα στο ύψος $z_0 = 0.80 \cdot H$ για στρεπτικά ζεύγη ορόφων $\mathbf{M} = c \cdot \mathbf{F}$ και ο κατακόρυφος άξονας που διέρχεται από το σημείο P_0 ορίζει τον πλασματικό άξονα. Η διαδικασία που ακολουθούμε είναι η εξής:

1. Επιλέγουμε την κατανομή των σεισμικών φορτίων \mathbf{F} καθ' ύψος. Σημειώνεται ότι δεν έχει σημασία το μέγεθος των φορτίων που θα ληφθούν υπόψη αλλά το πώς μεταβάλλονται από όροφο σε όροφο. Συνήθως χρησιμοποιείται η κατανομή της μεθόδου οριζόντιας φόρτισης, η οποία μπορεί να χρησιμοποιείται ακόμη και εάν γίνεται ιδιομορφική ανάλυση για την επίλυση της κατασκευής.
2. Εφαρμόζουμε στην κατασκευή στρεπτικά ζεύγη $\mathbf{M} = c \cdot \mathbf{F}$ και κάνουμε στατική επίλυση, από την οποία προκύπτουν οι μετακινήσεις και οι στροφές στα ΚΜ των ορόφων.
3. Επιλέγουμε τον όροφο που βρίσκεται πλησιέστερα στο $0.80 \cdot H$ (έστω ότι είναι ο όροφος i) και υπολογίζουμε τον πόλο στροφής του, P_0 . Οι μετακινήσεις $u_{P_0,x}$ και $u_{P_0,y}$ του πόλου P_0 είναι εξ ορισμού μηδέν, επομένως χρησιμοποιούμε τις σχέσεις (3.3α,β,γ) για να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες x_{P_0} και y_{P_0} του σημείου P_0 ως προς σύστημα αξόνων από το ΚΜ του ορόφου i . Εάν $u_{i,x}$ και $u_{i,y}$ είναι οι μετακινήσεις του ΚΜ και θ_i η στροφή του ορόφου i που προέκυψαν από την επίλυση, η εφαρμογή των σχέσεων (3.3.α) και (3.3.β) δίνει:

$$x_{P_0} = -\frac{u_{i,y}}{\theta_i} \quad (3.96\alpha)$$

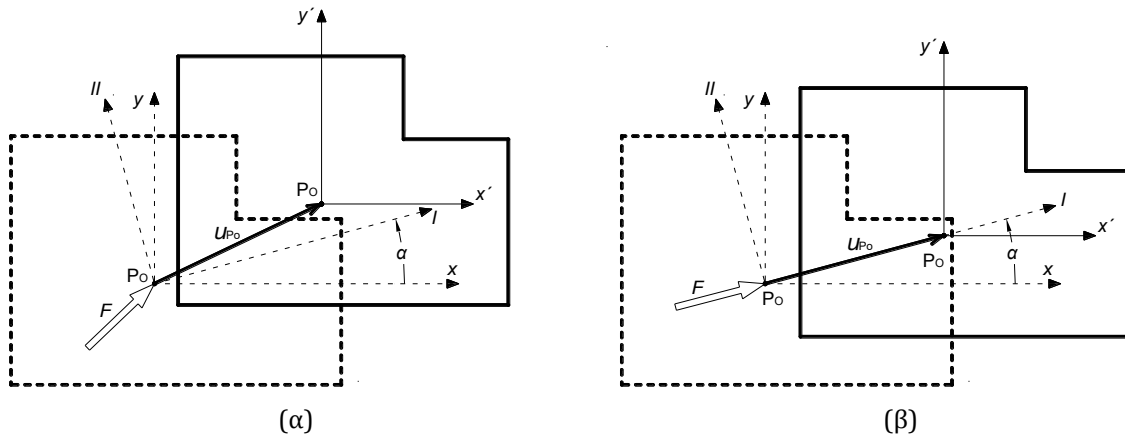
$$y_{P_0} = +\frac{u_{i,x}}{\theta_i} \quad (3.96\beta)$$

4. Ορίζουμε τον πλασματικό άξονα ως τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο P_0 . Η τομή αυτού του άξονα με τα διαφράγματα των ορόφων ορίζει προσεγγιστικά τη θέση των ΚΔ των ορόφων.

Κύρια επίπεδα

Σύμφωνα με τα παραπάνω, εάν εξασκήσουμε στους ορόφους ενός κτιρίου οριζόντια φορτία τα οποία βρίσκονται πάνω σε ένα κατακόρυφο επίπεδο το οποίο διέρχεται από τον πλασματικό ελαστικό άξονα, οι στροφές των διαφραγμάτων θα είναι μικρές και η απόκριση της κατασκευής θα περιλαμβάνει κυρίως μεταφορικές μετακινήσεις των ορόφων. Οι μετακινήσεις $u_{i,x}$ και $u_{i,y}$ του ΚΜ του i ορόφου, εάν συνδυαστούν διανυσματικά, θα δώσουν τη συνολική κίνηση του ορόφου, η οποία γενικώς δεν θα είναι πάνω στο επίπεδο φόρτισης (Σχ. 3.11α), εκτός εάν το επίπεδο φόρτισης είναι κύριο, οπότε η κίνηση γίνεται παράλληλα στο επίπεδο φόρτισης (Σχ. 3.11β). Υπάρχουν δύο κύρια επίπεδα φόρτισης I και II , τα οποία είναι κάθετα μεταξύ τους και ορίζονται ως εξής:

Ένα κατακόρυφο επίπεδο ονομάζεται κύριο όταν η επιβολή οριζόντιων φορτίων που βρίσκονται πάνω σε αυτό το επίπεδο προκαλεί μετακινήσεις παράλληλα σε αυτό το επίπεδο.



Σχ. 3.11. Μετακίνηση διαφράγματος χωρίς στροφή: (α) σε περίπτωση φόρτισης σε επίπεδο διαφορετικό από τα κύρια επίπεδα, (β) σε περίπτωση φόρτισης σε κύριο επίπεδο.

Τα κύρια επίπεδα ενός κτιρίου διέρχονται από τον πλασματικό άξονα και η διεύθυνσή τους υπολογίζεται ως εξής:

1. Επιλύουμε την κατασκευή για φορτία \mathbf{F}_x με κατανομή καθ' ύψος αυτή που χρησιμοποιήθηκε και στον υπολογισμό του πλασματικού άξονα, τα οποία βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τον πλασματικό άξονα και είναι παράλληλο στη διεύθυνση x . Από την επίλυση προκύπτουν οι μετακινήσεις $u_{P_0,x}^{(x)}$ και $u_{P_0,y}^{(x)}$ του σημείου P_0 του ορόφου που είναι πλησιέστερα στη θέση $z_0 = 0.8 \cdot H$.
2. Επαναλαμβάνουμε την επίλυση για φορτία \mathbf{F}_y , τα οποία βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τον πλασματικό άξονα και είναι παράλληλο στη διεύθυνση y , από την οποία προκύπτουν οι μετακινήσεις $u_{P_0,x}^{(y)}$ και $u_{P_0,y}^{(y)}$ του σημείου P_0 . Σημειώνεται ότι λόγω του θεωρήματος Betti-Maxwell ισχύει: $u_{P_0,x}^{(y)} = u_{P_0,y}^{(x)}$.
3. Η γωνία α που σχηματίζει ο κύριος άξονας I με τον άξονα x προκύπτει από τη σχέση:

$$\tan 2\alpha = \frac{2u_{P_0,y}^{(x)}}{u_{P_0,x}^{(x)} - u_{P_0,y}^{(y)}} \quad (3.97)$$

Υπολογισμός ακτίνων δυστρεψίας

Οι ακτίνες δυστρεψίας λαμβάνουν ακραίες τιμές (μέγιστη και ελάχιστη τιμή) όταν υπολογίζονται σε διευθύνσεις παράλληλες με τους κύριους άξονες της κατασκευής. Επομένως, ο έλεγχος των ανισοτήτων (3.92) πρέπει να γίνεται για τις κύριες διευθύνσεις.

Συνήθως όμως οι άξονες x και y ορίζονται στις δεσπόζουσες διευθύνσεις της κάτοψης. Εάν η κατασκευή δεν έχει μεγάλες ασυμμετρίες σε κάτοψη, οι κύριες διευθύνσεις είναι κοντά στις δεσπόζουσες διευθύνσεις, οπότε, λαμβάνοντας υπόψη και τις πολλές αβεβαιότητες στον υπολογισμό των ακτίνων δυστρεψίας, αρκεί να γίνει ο έλεγχος στις διευθύνσεις x και y .

Ο έλεγχος των ανισοτήτων (3.92) πρέπει να γίνει σε όλους τους ορόφους, επομένως οι ακτίνες δυστρεψίας πρέπει να υπολογιστούν σε όλους τους ορόφους. Για τον υπολογισμό των ακτίνων δυστρεψίας στις διευθύνσεις x και y ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

1. Επιλύουμε την κατασκευή για φορτία \mathbf{F}_x με την επιθυμητή κατανομή καθ' ύψος, τα οποία βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τον πλασματικό άξονα και είναι παράλληλο στη διεύθυνση x . Από την επίλυση προκύπτουν οι μετακινήσεις κατά x των πόλων P_j των ορόφων, $u_{P_j,x}^{(x)}$, (P_j = σημείο τομής του πλασματικού ελαστικού άξονα με τον όροφο j).
2. Επαναλαμβάνουμε την επίλυση για φορτία \mathbf{F}_y , τα οποία βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τον πλασματικό άξονα και είναι παράλληλο στη διεύθυνση y , από την οποία προκύπτουν οι μετακινήσεις κατά y των πόλων P_j , $u_{P_j,y}^{(y)}$.
3. Επαναλαμβάνουμε την επίλυση για στρεπτικές ροπές $\mathbf{M}_\theta = c \cdot \mathbf{F}$, όπου c είναι ένας τυχαίος συντελεστής. Από αυτή την επίλυση προκύπτουν οι στροφές $\theta_j^{(M)}$ των ορόφων.
4. Οι ακτίνες δυστρεψίας κατά x και y του j ορόφου υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$r_{j,x} = \sqrt{\frac{c \cdot u_{j,y}^{(y)}}{\theta_j^{(M)}}}, \quad r_{j,y} = \sqrt{\frac{c \cdot u_{j,x}^{(x)}}{\theta_j^{(M)}}} \quad (3.98)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, συνήθως η κατανομή των φορτίων \mathbf{F} καθ' ύψος γίνεται σύμφωνα με την κατανομή της μεθόδου οριζόντιας φόρτισης (Εξ. (3.73)), δηλαδή με βάση τη θεμελιώδη ιδιομορφή στην εξεταζόμενη διεύθυνση (εκτός εάν γίνεται η απλοποίηση της Εξ. (3.74)). Επειδή στη γενική περίπτωση οι θεμελιώδεις ιδιομορφές στις διευθύνσεις x και y είναι διαφορετικές, η κατανομή καθ' ύψος των φορτίων \mathbf{F}_x είναι διαφορετική από αυτή των φορτίων \mathbf{F}_y . Σε αυτή την περίπτωση, στο βήμα 3 προκύπτουν δύο ομάδες στρεπτικών ροπών \mathbf{M}_θ : μία που αντιστοιχεί στην κατανομή \mathbf{F}_x και μία που αντιστοιχεί στην κατανομή \mathbf{F}_y , δηλαδή: $\mathbf{M}_\theta^{(x)} = c \cdot \mathbf{F}_x$ και $\mathbf{M}_\theta^{(y)} = c \cdot \mathbf{F}_y$. Οι εξισώσεις (3.98) τροποποιούνται ως εξής:

$$r_{j,x} = \sqrt{\frac{c \cdot u_{j,y}^{(y)}}{\theta_j^{M^{(y)}}}}, \quad r_{j,y} = \sqrt{\frac{c \cdot u_{j,x}^{(x)}}{\theta_j^{M^{(x)}}}} \quad (3.99)$$

Συσχέτιση στρεπτικής ευαισθησίας με τις θεμελιώδεις ιδιοπεριόδους της κατασκευής

Σύμφωνα με τις σχέσεις (3.92), για να μην είναι ένα κτίριο στρεπτικά εύκαμπτο πρέπει να ισχύει:

$$\frac{r_x}{\ell_s} \geq 1 \quad \text{και} \quad \frac{r_y}{\ell_s} \geq 1 \quad (3.100)$$

Εάν, αντί για τις ακτίνες δυστρεψιάς ως προς το κέντρο δυσκαμψίας εφαρμόσουμε τις σχέσεις (3.100) για τις αντίστοιχες ακτίνες ως προς το ΚΜ, r_{mx} και r_{my} , όπως γίνεται στον ΕΑΚ, από τους ορισμούς των ακτίνων δυστρεψιάς (Εξ. (3.93)) και της ακτίνας αδρανείας (Εξ. (3.94)) προκύπτει:

$$\frac{\sqrt{K_{\theta,KM}/I_{\theta}}}{\sqrt{K_y/m}} \geq 1 \quad \text{και} \quad \frac{\sqrt{K_{\theta,KM}/I_{\theta}}}{\sqrt{K_x/m}} \geq 1 \quad (3.101)$$

Για μονώροφες κατασκευές, οι μεταφορικές ιδιοσυχνότητες ω_x και ω_y και η στρωφική ιδιοσυχνότητα ω_{θ} είναι:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}}, \quad \omega_y = \sqrt{\frac{K_y}{m}}, \quad \omega_{\theta} = \sqrt{\frac{K_{\theta,KM}}{I_{\theta}}} \quad (1.102)$$

Επομένως, για να μην είναι ένα μονώροφο κτίριο στρεπτικά εύκαμπτο, πρέπει

$$\omega_{\theta} \geq \omega_x \quad \text{και} \quad \omega_{\theta} \geq \omega_y \quad (3.103\alpha)$$

ή αντίστοιχα,

$$T_x \geq T_{\theta} \quad \text{και} \quad T_y \geq T_{\theta} \quad (3.103\beta)$$

Επεκτείνοντας αυτές τις σχέσεις σε πολυώροφα κτίρια, ο έλεγχος της στρεπτικής ευκαμψίας θα μπορούσε να γίνει ως εξής:

Ένα κτίριο δεν είναι στρεπτικά εύκαμπτο, εάν οι θεμελιώδεις μεταφορικές ιδιοπερίοδοι T_x και T_y στις δύο κύριες διευθύνσεις είναι μεγαλύτερες από τη στρωφική ιδιοπερίοδο T_{θ} .

Ο ορισμός αυτός εμπεριέχει το σφάλμα της χρήσης των r_{mx} και r_{my} αντί των r_x και r_y που ορίζει ο ΕΚ8 και το σφάλμα της επέκτασης εφαρμογής των εξισώσεων που δίνουν τις ιδιοπεριόδους του μονωρόφου σε πολυώροφα. Επιπρόσθετα πρέπει να σημειωθεί ότι η διάκριση των ιδιομορφών σε στρωφικές και μεταφορικές δεν είναι πάντοτε προφανής. Γι' αυτό η μεθοδολογία αυτή μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα και δεν συνιστάται να χρησιμοποιείται για να καθοριστεί εάν ένα κτίριο είναι στρεπτικά εύκαμπτο ή όχι, παρά μόνον ενδεικτικά.

3.6.4 Τυχηματική εκκεντρότητα

Λόγω της μεγάλης αβεβαιότητας στον ακριβή υπολογισμό της θέσης του ΚΜ, που επηρεάζει σημαντικά το μέγεθος των στρωφών, οι αντισεισμικοί κανονισμοί επιβάλλουν να λαμβάνεται υπόψη πρόσθετη τυχηματική εκκεντρότητα, δηλαδή μετατόπιση του ΚΜ των ορόφων από τη θεωρητική τους θέση, κάθετα στη διεύθυνση του σεισμού, κατά:

$$e_{aj} = \pm 0.05 \cdot L_j \quad (3.104)$$

όπου L_j είναι η μέγιστη διάσταση της κάτοψης του ορόφου j σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της σεισμικής δράσης. Η τυχηματική εκκεντρότητα εφαρμόζεται στην ίδια διεύθυνση σε όλους τους ορόφους ώστε να μεγιστοποιηθεί η επιρροή της.

Όταν εφαρμόζεται η μέθοδος ανάλυσης φάσματος απόκρισης (ιδιομορφική φασματική μέθοδος), η εφαρμογή της τυχηματικής εκκεντρότητας σημαίνει ότι πρέπει να γίνονται δύο επιλύσεις για κάθε διεύθυνση σεισμού θεωρώντας τις μάζες των ορόφων μετατοπισμένες σύμφωνα με την Εξ. (3.104), μία για $+e_{aj}$ και μία για $-e_{aj}$. Εναλλακτικά, αντί για τη μετατόπιση μαζών επιτρέπεται η τυχηματική εκκεντρότητα να λαμβάνεται υπόψη με μία πρόσθετη φόρτιση στρεπτικών ροπών στους ορόφους, ίσων με:

$$M_{aj} = \pm e_{aj} \cdot F_j \quad (3.105)$$

όπου F_j είναι το σεισμικό φορτίο του ορόφου j , το οποίο μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με τη μέθοδο ανάλυσης οριζόντιας φόρτισης.

Όταν η ανάλυση της κατασκευής γίνεται με τη μέθοδο οριζόντιας φόρτισης, στην οποία προϋποτίθεται ότι η παραμόρφωση της κατασκευής συμβαίνει κυρίως στο επίπεδο της σεισμικής δράσης, η μετατόπιση των ΚΜ κάθετα στη διεύθυνση του σεισμού δεν έχει ουσιαστική επιρροή στα αποτελέσματα. Σε αυτή την περίπτωση, η επιρροή της τυχηματικής εκκεντρότητας μπορεί να λαμβάνεται υπόψη με το συντελεστή προσαύξησης δ , με τον οποίο πολλαπλασιάζονται τα εντατικά μεγέθη και οι μετακινήσεις, και ο οποίος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\delta_j = 1 + 0.6 \cdot x_j / L_{ej} \quad (3.106)$$

όπου:

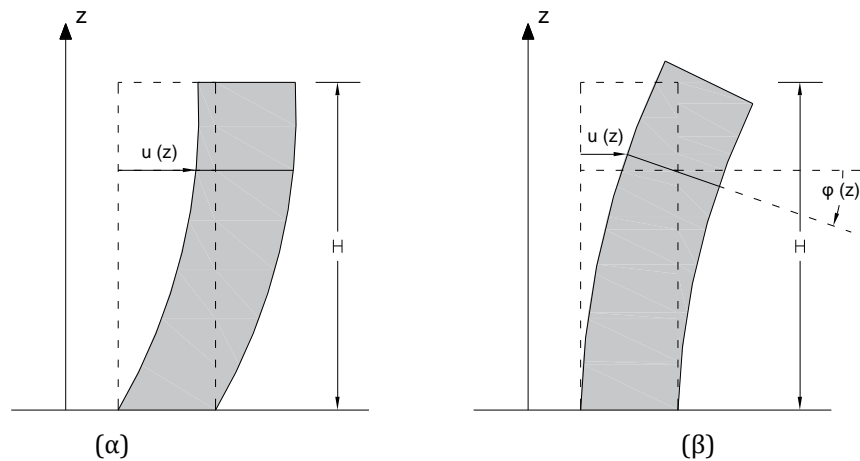
x_j = η απόσταση του εξεταζόμενου στοιχείου από το ΚΜ του j ορόφου, μετρούμενη κάθετα στη διεύθυνση της σεισμικής δράσης, και

L_{ej} = η απόσταση μεταξύ των δύο πλέον απομακρυσμένων στοιχείων ανάληψης οριζόντιων φορτίων του ορόφου j (υποστυλωμάτων, τοιχωμάτων), μετρούμενη κάθετα στη διεύθυνση της σεισμικής δράσης.

3.7. Σεισμική απόκριση συνεχών συστημάτων

Σε συνήθεις κτιριακές κατασκευές, θεωρούμε τις μάζες συγκεντρωμένες στις στάθμες των ορόφων. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις όπου η μάζα της κατασκευής είναι κατανεμημένη, όπως π.χ. στην περίπτωση ενός φράγματος, μιας ψηλής καμινάδας, μιας εδαφικής στρώσης κλπ. Σε αυτές τις περιπτώσεις, οι ιδιομορφές δεν δίνονται πλέον ως διανύσματα, αλλά είναι συνεχείς συναρτήσεις. Επίσης, εφόσον μπορούμε να θεωρήσουμε την κατασκευή αποτελούμενη από άπειρο αριθμό μαζών, έχουμε και άπειρο αριθμό κανονικών μορφών.

Στο Σχ. 3.12 παρουσιάζεται η παραμόρφωση δύο συνήθων συνεχών συστημάτων: (α) του διατμητικού προβόλου και (β) του καμπτικού προβόλου. Στον διατμητικό πρόβολο κάθε διατομή κινείται οριζόντια χωρίς να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα. Στον καμπτικό πρόβολο κάθε διατομή κινείται οριζόντια και ταυτόχρονα στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα.



Σχ. 3.12. Απόκριση (α) διατμητικού πρόβολου και (β) καμπτικού πρόβολου.

3.7.1 Διατμητικός πρόβολος

Ο διατμητικός πρόβολος είναι η απλούστερη περίπτωση συνεχούς συστήματος. Η απόκριση χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι έχουμε μόνον οριζόντια μετακίνηση σε κάθε στάθμη και όχι στροφή γύρω από οριζόντιο άξονα (βλ. Σχ. 3.12α).

Η ταλάντωση της κατασκευής περιγράφεται από την ακόλουθη μερική διαφορική εξίσωση (για σταθερή πυκνότητα και σταθερή διατομή):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\ddot{x}_g \quad (3.107)$$

όπου c είναι η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων μέσα στην κατασκευή. Στην περίπτωση της διατμητικής παραμόρφωσης, η ταχύτητα διάδοσης των διατμητικών κυμάτων συμβολίζεται με v_s και δίνεται από την σχέση:

$$c = v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.108)$$

όπου

G = μέτρο διάτμησης του υλικού της κατασκευής

ρ = πυκνότητα του υλικού.

Οι ιδιοπερίοδοι, οι ιδιομορφές και οι συντελεστές συμμετοχής του συστήματος δίνονται από τις σχέσεις:

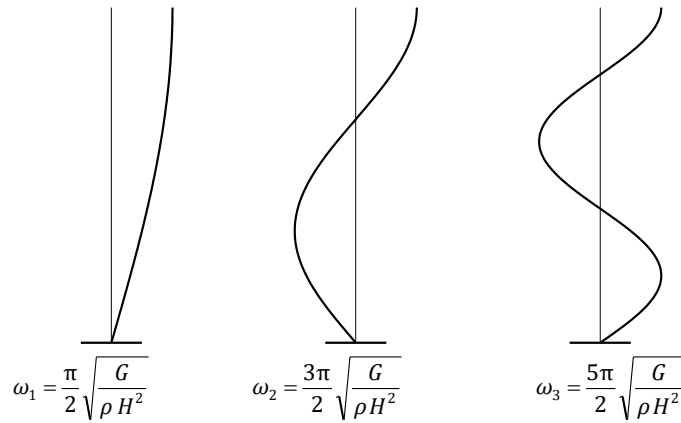
$$T_i = \frac{4H}{(2i-1)v_s}, \quad i=1,2,\dots \quad (3.109\alpha)$$

$$\varphi_i(z) = \sin \left[\frac{(2i-1)\pi z}{2H} \right] \quad (3.109\beta)$$

$$\Gamma_i = \frac{4}{(2i-1)\pi} \quad (3.109\gamma)$$

Διαγράμματα των τριών πρώτων ιδιομορφών φαίνονται στο Σχ. 3.13. Σημειώνεται ότι από τη σχέση (3.109α) προκύπτει ότι ο λόγος των διαδοχικών ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος είναι:

$$\omega_1: \omega_2: \omega_3: \dots = 1: 3: 5: \dots \quad (3.110)$$



Σχ. 3.13. Τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές διατμητικού προβόλου.

3.7.2 Καμπτικός πρόβολος

Στην περίπτωση του καμπτικού προβόλου (Σχ. 3.12β) η παραμόρφωση του συστήματος συνοδεύεται και από στροφή των διατομών. Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = -\ddot{x}_g \quad (3.111)$$

όπου

E = μέτρο ελαστικότητας υλικού

I = ροπή αδράνειας της διατομής και

A = εμβαδόν της διατομής.

Οι ιδιοπερίοδοι του συστήματος δίνονται από την εξίσωση:

$$T_i = \frac{2\pi}{\beta_i^2} \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.112)$$

όπου η παράμετρος β_i ικανοποιεί την εξίσωση:

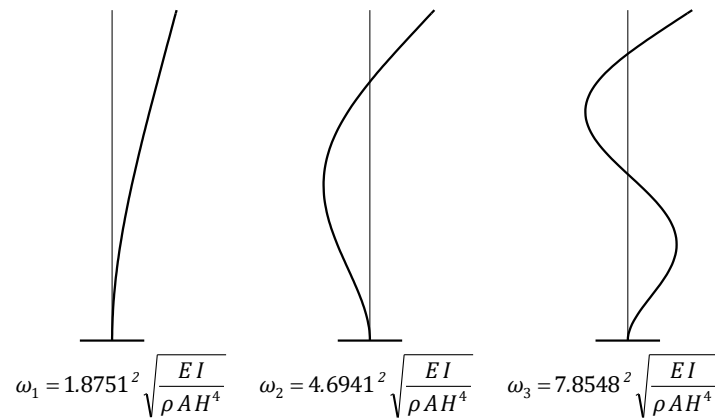
$$\cos(\beta_i H) \cdot \cosh(\beta_i H) = -1 \quad (3.113)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, H είναι το ύψος της κατασκευής. Η εξίσωση (3.113) επιλύεται μόνον αριθμητικά και έχει άπειρες λύσεις β_i . Για κάθε ιδιοτιμή β_i , η αντίστοιχη ιδιομορφή δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi_i(z) = [\sin(\beta_i z) - \sinh(\beta_i z)] \cdot [\cos(\beta_i H) + \cosh(\beta_i H)] - [\cos(\beta_i z) - \cosh(\beta_i z)] \cdot [\sin(\beta_i H) + \sinh(\beta_i H)] \quad (3.114)$$

Οι τρεις πρώτες ιδιομορφές και ιδιοσυχνότητες δίνονται στο Σχ. 3.14. Σημειώνεται ότι από την εξίσωση (3.112) προκύπτει ότι ο λόγος των διαδοχικών ιδιοσυχνοτήτων του συστήματος είναι:

$$\omega_1: \omega_2: \omega_3: \dots = 1: 6.267: 17.551: \dots \quad (3.115)$$



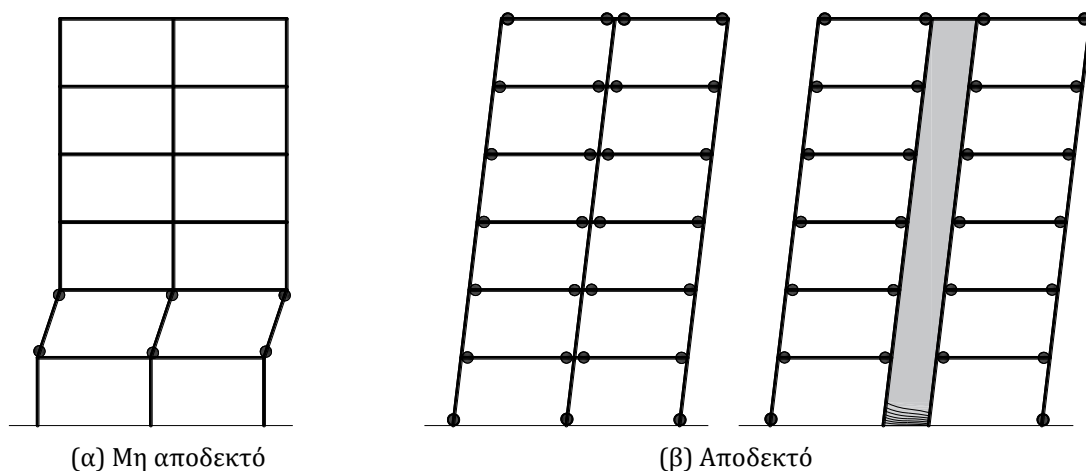
Σχ. 3.14. Τρεις πρώτες ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές καμπτικού προβόλου.

3.8. Ικανοτικός σχεδιασμός

3.8.1 Σκοπός

Ένας από τους βασικούς κανόνες της φιλοσοφίας αντισεισμικού σχεδιασμού είναι η αποφυγή του κινδύνου μερικής ή ολικής κατάρρευσης ακόμη και εάν συμβεί σεισμός μεγαλύτερος του σεισμού σχεδιασμού. Για να εξασφαλιστεί αυτό απαιτείται να ικανοποιούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- Η μετελαστική απόκριση της κατασκευής πρέπει να έχει πλάσσιμη μορφή. Αυτό εξασφαλίζεται με κατάλληλη όπλιση των διατομών στις οποίες προβλέπεται να συμβούν πλαστικές αρθρώσεις, κυρίως μέσω κατάλληλου οπλισμού περίσφιγξης.
- Οι πλαστικές αρθρώσεις πρέπει να κατανέμονται σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο πλήθος φερόντων στοιχείων. Αυτό εξασφαλίζεται με σωστή κατανομή των δυσκαμψιών.
- Αποφυγή όλων των πιθανών ψαθυρών μορφών αστοχίας όπως είναι η αστοχία σε διάτμηση. Αυτό εξασφαλίζεται μέσω του *ικανοτικού σχεδιασμού* έναντι τέμνουσας.
- Αποφυγή σχηματισμού *μηχανισμού ορόφου*, δηλαδή συγκέντρωση των πλαστικών παραμορφώσεων στα άκρα των υποστυλωμάτων του *μαλακού ορόφου* (Σχ. 3.15α). Αυτό εξασφαλίζεται μέσω του *ικανοτικού ελέγχου κόμβων*.



(α) Μη αποδεκτό

(β) Αποδεκτό

Σχ. 3.15. (α) Ανεπιθύμητη μορφή αστοχίας (σχηματισμός *μαλακού ορόφου*), (β) επιθυμητή κατανομή πλαστικών αρθρώσεων.

Με τον όρο *ικανοτικές δράσεις* νοούνται οι δράσεις που αντιστοιχούν στις συνθήκες ισορροπίας, όταν στις θέσεις που προβλέπεται σχηματισμός πλαστικών αρθρώσεων αναπτύσσεται ροπή ίση με το υπολογιστικό άνω όριο της ροπής αντοχής της διατομής, λαμβανομένου υπόψη του πραγματικού οπλισμού και της υπεραντοχής. Δηλαδή, η ικανοτική ένταση αντιστοιχεί στη μέγιστη ένταση που μπορεί να αναπτυχθεί στην κατασκευή για ελαστοπλαστική συμπεριφορά, με την παραδοχή ότι στις θέσεις των πλαστικών αρθρώσεων έχει εξαντληθεί η αντοχή των διατομών.

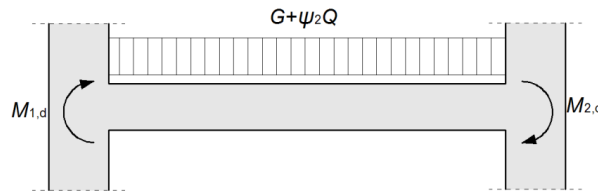
Τα *ικανοτικά μεγέθη* υπολογίζονται σε επίπεδο μέλους. Παρακάτω παρουσιάζονται χαρακτηριστικές περιπτώσεις εφαρμογής του ικανοτικού σχεδιασμού, συγκεκριμένα στον υπολογισμό των *ικανοτικών τεμνουσών δυνάμεων* σε δοκούς και υποστυλώματα, με τις οποίες γίνεται ο έλεγχος έναντι τέμνουσας, και στον *ικανοτικό έλεγχο κόμβων*.

3.8.2 Ικανοτική τέμνουσα δοκών

Η διαστασιολόγηση σε διάτμηση γίνεται σύμφωνα με τον ικανοτικό σχεδιασμό. Η τέμνουσα σχεδιασμού V_{Ed} (ικανοτική τέμνουσα) υπολογίζεται από την ισορροπία των μέγιστων ροπών $M_{1,d}$ και $M_{2,d}$ που μπορούν να αναπτυχθούν στα άκρα της δοκού και των φορτίων που αντιστοιχούν στο σεισμικό συνδυασμό (Σχ. 3.16), δηλαδή:

$$V_{Ed} = \frac{M_{1,d} + M_{2,d}}{\ell_b} + \frac{(G + \psi_2 Q)\ell_b}{2} \quad (3.116)$$

όπου ℓ_b είναι το καθαρό μήκος της δοκού.



Σχ. 3.16. Ικανοτικές ροπές δοκού.

Ο υπολογισμός γίνεται και για τις δύο διευθύνσεις του σεισμού. Οι ροπές $M_{1,d}$ και $M_{2,d}$ υπολογίζονται ως εξής:

- Για άμεση στήριξη στο άκρον i :

$$M_{i,d} = \gamma_{Rd} \cdot M_{Rb,i} \cdot \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Rb}} \quad \text{εάν } \sum M_{Rb} > \sum M_{Rc} \quad (3.117\alpha)$$

$$M_{i,d} = \gamma_{Rd} \cdot M_{Rb,i} \quad \text{εάν } \sum M_{Rb} < \sum M_{Rc} \quad (3.117\beta)$$

- Για έμμεση στήριξη στο άκρον i (στήριξη επί δοκού):

$$M_{i,d} = M_{Ed,i} \quad (3.118)$$

Στις παραπάνω σχέσεις:

$$\gamma_{Rd} = \text{συντελεστής υπεραντοχής} = \begin{cases} 1.0 \text{ για ΚΠΜ} \\ 1.2 \text{ για ΚΠΥ} \end{cases}$$

- $M_{Rb,i}$ = υπολογιστική ροπή αντοχής στο άκρον i της δοκού για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης
- $M_{Ed,i}$ = η δρώσα ροπή στο άκρον i της δοκού σύμφωνα με το σεισμικό συνδυασμό
- $\sum M_{Rc}$ = άθροισμα υπολογιστικών ροπών αντοχής των υποστυλωμάτων που συντρέχουν στον κόμβο για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης και για αξονικές δυνάμεις υποστυλωμάτων σύμφωνα με τον αντίστοιχο σεισμικό συνδυασμό (για την αντίστοιχη διεύθυνση σεισμού)
- $\sum M_{Rb}$ = άθροισμα υπολογιστικών ροπών αντοχής των δοκών που συντρέχουν στον κόμβο για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης.

3.8.3 Αποφυγή σχηματισμού μαλακού ορόφου

Σε κτίρια με πλαισιωτό ή διπλό σύστημα ισοδύναμο προς πλαισιωτό, για την αποφυγή σχηματισμού μαλακού ορόφου η διαστασιολόγηση των υποστυλωμάτων γίνεται με βάση τον ικανοτικό σχεδιασμό των κόμβων μεταξύ δοκών και υποστυλωμάτων. Στον ικανοτικό σχεδιασμό κόμβων πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη:

$$\sum M_{Rc} \geq 1.3 \cdot \sum M_{Rb} \quad (3.119)$$

όπου

$\sum M_{Rc}$ = άθροισμα των τιμών σχεδιασμού των ροπών αντοχής των υποστυλωμάτων που συμβάλλουν στον κόμβο. Χρησιμοποιείται η ελάχιστη τιμή της ροπής αντοχής των υποστυλωμάτων μέσα στο εύρος διακύμανσης των αξονικών δυνάμεων που αντιστοιχούν στο σεισμικό συνδυασμό

$\sum M_{Rb}$ = άθροισμα των τιμών σχεδιασμού των ροπών αντοχής των δοκών που συμβάλλουν στον κόμβο.

Στον ΕΚ8 δεν διευκρινίζεται πώς μοιράζονται οι ροπές στα δύο υποστυλώματα που συντρέχουν στον κόμβο, αλλά αναφέρεται μόνον ότι πρέπει να ισχύει η σχέση (3.119) που αφορά στη συνολική ροπή αντοχής των δοκών και των υποστυλωμάτων. Παρότι ο μελετητής μπορεί ελεύθερα να καταλήξει τις αντοχές των δύο υποστυλωμάτων κατά την κρίση του, μία λογική κατανομή θα ήταν να μοιραστούν οι αντοχές ανάλογα με τις σεισμικές ροπές M_E που προέκυψαν από τη δυναμική ανάλυση, δηλαδή:

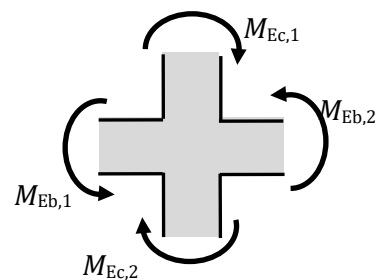
$$M_{Rc,i} = M_{Ec,i} \cdot \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Ec}} \quad (3.120)$$

Όμως, από την ισορροπία του κόμβου (Σχ. 3.17) ισχύει:

$$\sum M_{Ec} = \sum M_{Eb} \quad (3.121)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση και εφαρμόζοντας και τη σχέση (3.119) προκύπτει:

$$M_{Rc,i} \geq M_{Ec,i} \cdot \left(1.3 \frac{\sum M_{Rb}}{\sum M_{Eb}} \right) \quad (3.122)$$



Σχ. 3.17. Ισορροπία ροπών κόμβου.

Η σχέση αυτή είναι ίδια με τη σχέση (4.5) του ΕΑΚ, όπου ο όρος στην παρένθεση συμβολίζεται με a_{cd} (συντελεστής ικανοτικής μεγέθυνσης κόμβου).

Εξαιρέσεις ικανοποίησης ικανοτικού ελέγχου κόμβων

- Η σχέση (3.119) δεν απαιτείται να ισχύει στον ανώτερο όροφο πολυωρόφων κτιρίων.
- Σε δώροφα κτίρια, εκτός από τον ανώτερο όροφο η σχέση (3.119) δεν χρειάζεται να ικανοποιείται ούτε στον κατώτερο όροφο, εφόσον όμως η ανηγμένη αξονική για όλα τα υποστυλώματα είναι μικρότερη από 0.3 ($v_d \leq 0.3$).
- Σε επίπεδα πλαίσια με τουλάχιστον τέσσερα υποστυλώματα της ίδιας περίπου διατομής, η σχέση (3.119) δεν χρειάζεται να ικανοποιείται σε όλα τα υποστυλώματα, αλλά αρκεί να ικανοποιείται σε τρία κάθε τέσσερα υποστυλώματα.

3.8.4 Ικανοτική τέμνουσα υποστυλωμάτων

Σε υποστυλώματα, η ικανοτική τέμνουσα σχεδιασμού V_{Ed} υπολογίζεται από την ισορροπία των ροπών $M_{1,d}$ και $M_{2,d}$ στα άκρα του υποστυλώματος που αντιστοιχούν στο σχηματισμό πλαστικών αρθρώσεων για θετική και αρνητική σεισμική φόρτιση. Ο σχηματισμός των πλαστικών αρθρώσεων θεωρείται ότι συμβαίνει: (α) στις δοκούς που συντρέχουν στους κόμβους στα άκρα του υποστυλώματος (συνήθης περίπτωση, αφού γίνεται ικανοτικός σχεδιασμός κόμβων), ή (β) στα άκρα του υποστυλώματος, εάν σχηματίζονται πρώτα εκεί. Επομένως, η ικανοτική τέμνουσα σχεδιασμού είναι (Σχ. 3.18):

$$V_{Ed} = \frac{M_{1,d} + M_{2,d}}{\ell_c} \quad (3.123)$$

όπου ℓ_c είναι το καθαρό μήκος του υποστυλώματος.

Οι ροπές $M_{1,d}$ και $M_{2,d}$ υπολογίζονται ως εξής:

$$\text{εάν } \sum M_{Rb} < \sum M_{Rc} : M_{i,d} = \gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i} \cdot \frac{\sum M_{Rb}}{\sum M_{Rc}} \quad (3.124\alpha)$$

$$\text{εάν } \sum M_{Rb} > \sum M_{Rc} : M_{i,d} = \gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i} \quad (3.124\beta)$$

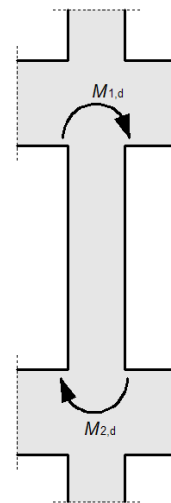
όπου

$$\gamma_{Rd} = \text{συντελεστής υπεραντοχής} = \begin{cases} 1.1 \text{ για ΚΠΜ} \\ 1.3 \text{ για ΚΠΥ} \end{cases}$$

$M_{Rc,i}$ = υπολογιστική ροπή αντοχής στο άκρον i του υποστυλώματος για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης και για την αξονική δύναμη του υποστυλώματος σύμφωνα με τον αντίστοιχο σεισμικό συνδυασμό

$\sum M_{Rc}$ = άθροισμα υπολογιστικών ροπών αντοχής υποστυλωμάτων που συντρέχουν στον κόμβο για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης και για τις αξονικές δυνάμεις των υποστυλωμάτων σύμφωνα με τον αντίστοιχο σεισμικό συνδυασμό

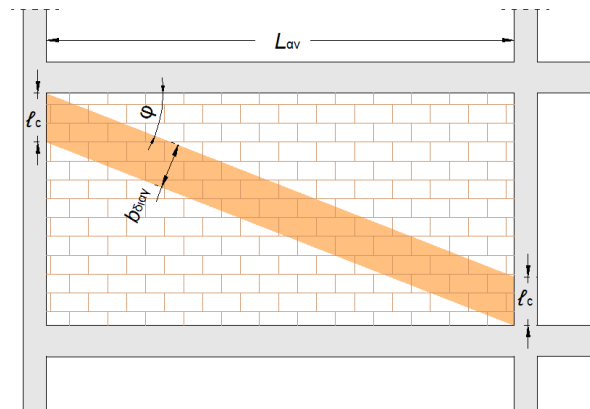
$\sum M_{Rb}$ = άθροισμα υπολογιστικών ροπών αντοχής δοκών που συντρέχουν στον κόμβο για την εξεταζόμενη διεύθυνση της σεισμικής δράσης.



Σχ. 3.18. Ικανοτικές ροπές υποστυλώματος.

Επιρροή τοίχων πλήρωσης

Εάν το υποστυλώμα συνορεύει με τοίχο πλήρωσης στη μία του πλευρά, ο οποίος επεκτείνεται σε όλο το ύψος του υποστυλώματος (Σχ. 3.19), υπάρχει κίνδυνος ζημιών στα άκρα του υποστυλώματος λόγω της δύναμης που αναπτύσσεται από τη θλιβόμενη διαγώνιο της τοιχοποιίας. Γι' αυτό, στο μήκος ℓ_c του υποστυλώματος, στο οποίο ενεργεί η διαγώνια δύναμη δικτυώματος του τοίχου πλήρωσης, πρέπει να γίνεται ειδικός έλεγχος σε διάτμηση, όπως αναφέρεται παρακάτω.



Σχ. 3.19. Ορισμός πλάτους θλιβόμενης διαγωνίου.

Το μήκος ℓ_c λαμβάνεται ίσο με την κατακόρυφη προβολή του πλάτους της ισοδύναμης διαγωνίου, δηλαδή: $\ell_c = b_{diag}/\cos\varphi$. Το πλάτος της ισοδύναμης διαγωνίου μπορεί να λαμβάνεται ίσο με 15% του μήκους της διαγωνίου, $b_{diag} = 0.15 \cdot L_{av}/\cos\varphi$, οπότε προκύπτει:

$$\ell_c = 0.15 \cdot L_{av} / \cos^2\varphi \quad (3.125)$$

Ο έλεγχος σε διάτμηση γίνεται στο μήκος ℓ_c του υποστυλώματος με τη μικρότερη από τις παρακάτω δυνάμεις:

- Την οριζόντια συνιστώσα της διαγώνιας δύναμης δικτυώματος του τοίχου πλήρωσης, η οποία μπορεί να λαμβάνεται ίση με την οριζόντια διατμητική αντοχή του φατνώματος:

$$V_{Ed,1} = f_{vk} \cdot L_{av} \cdot t_w \quad (3.126)$$

όπου L_{av} είναι το μήκος του ανοίγματος, t_w είναι το πάχος του τοίχου και f_{vk} είναι η διατμητική αντοχή του φατνώματος, που υπολογίζεται από τη διατμητική αντοχή των οριζόντιων αρμών του τοίχου.

- Την ικανοτική τέμνουσα που προκύπτει θεωρώντας ότι ροπή $\gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i}$ αναπτύσσεται και στα δύο άκρα του τμήματος ℓ_c , όπου $M_{Rc,i}$ είναι η υπολογιστική ροπή αντοχής στο αντίστοιχο άκρο του υποστυλώματος και $\gamma_{Rd} = 1.1$ για ΚΠΜ και $\gamma_{Rd} = 1.3$ για ΚΠΥ. Η ικανοτική τέμνουσα σε αυτή την περίπτωση προκύπτει:

$$V_{Ed,2} = 2 \cdot \gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i} / \ell_c \quad (3.127)$$

Με βάση τα παραπάνω, ο έλεγχος σε διάτμηση γίνεται για τέμνουσα σχεδιασμού:

$$V_{Ed} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{vk} \cdot L_{av} \cdot t_w \\ 2 \gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i} / \ell_c \end{array} \right. \quad (3.128)$$

Κοντά υποστυλώματα

Εάν το ύψος των τοιχοπληρώσεων δεν καλύπτει ολόκληρο το ύψος του ορόφου, στα γειτονικά υποστυλώματα προκύπτει η περίπτωση του *κοντού υποστυλώματος*. Σε αυτή την περίπτωση, ο ικανοτικός έλεγχος σε τέμνουσα γίνεται με τις εξής παραδοχές:

- Η ροπή $M_{2,d}$ θεωρείται ότι ασκείται στη διατομή που αντιστοιχεί στο πάνω μέρος του τοίχου και λαμβάνεται ίση με $\gamma_{Rd} \cdot M_{Rc,i}$, όπου $M_{Rc,i}$ είναι η υπολογιστική ροπή αντοχής του υποστυλώματος και $\gamma_{Rd}=1.1$ για ΚΠΜ και $\gamma_{Rd}=1.3$ για ΚΠΥ.
- Το μήκος ℓ_c λαμβάνεται ίσο με το καθαρό μήκος του υποστυλώματος πάνω από τον τοίχο πλήρωσης.

Βιβλιογραφία

- Applied Technology Council (ATC) (1996). 'Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings', ATC-40.
- Chopra, A.K. and Goel, R.K. (2004). 'A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **33**: 903-927.
- European Committee for Standardization (CEN). 'Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance – Part 3: Strengthening and Repair of Buildings', prEN 1998-3, Brussels.
- Fajfar, P. and Gašperšič, P. (1996). 'N2 - a method for non-linear seismic analysis for RC buildings', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25**, 23-67.
- Fajfar, P. (1999). 'Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **28**, 979-993.
- Federal Emergency Management Agency (FEMA) (2000). 'Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings', FEMA 356.
- Kappos, A.J., Paraskeva, T.S., Sextos, A.G. (2005). 'Modal pushover analysis as a means for the seismic assessment of bridge structures', *4th European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*, Thessaloniki, 26-27 Aug.
- Maja, K. and Fajfar, P. (2012). 'The extended N2 method considering higher mode effects in both plan and elevation', *Bulletin of Earthquake Engineering*, **10**, 695-715.
- Vidic, T., Fajfar, P. and Fischinger, M. (1994) 'Consistent inelastic design spectra: strength and displacement', *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **23**, 502-521.
- Μακάριος, Τ. (2000) 'Άξονας βέλτιστης στρέψης και ακτίνες δυστροπίας σε πολυώροφα κτίρια', *Τεχνικά Χρονικά*, Επιστ. Εκδ. ΤΕΕ, τεύχ. 1, 75-94.
- Οργανισμός Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας (ΟΑΣΠ) (2013). 'Κανονισμός Επεμβάσεων (ΚΑΝ.ΕΠΕ.)', 1^η Αναθεώρηση.