

2. Υπολογισμός κατανομής θερμοκρασίας σε επιφανειακό στοιχείο κατά μήκος της διεύθυνσης κάθετη στην επιφάνειά του

Η διαφορική εξίσωση μετάδοσης της θερμότητας χωρίς ενεργές πηγές θερμότητας είναι:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$

όπου T η θερμοκρασία (K), λ η θερμική αγωγιμότητα (W/(mK)), ρ η πυκνότητα (kg/m³), c η ειδική θερμότητα (J/(kg·K)) και x, y, z οι ανεξάρτητες μεταβλητές. Οι διαστάσεις y και z του στοιχείου θεωρούνται πολύ μεγάλες σε σχέση με τη διάσταση x (x είναι η διεύθυνση κάθετα στην επιφάνεια του στοιχείου), και έτσι η ροή της θερμότητας γίνεται κάθετη στην επιφάνεια του στοιχείου, δηλαδή η θερμοκρασία δεν μεταβάλλεται σε σχέση με το y και z . Επίσης θεωρείται ότι η μετάδοση θερμότητας είναι σε σταθερή κατάσταση (μη μεταβαλλόμενη εσωτερική και εξωτερική θερμοκρασία) και συνεπώς η κατανομή της θερμοκρασίας δεν εξαρτάται από το χρόνο. Έτσι η διαφορική εξίσωση απλοποιείται σε:

$$0 = \frac{\lambda}{\rho c} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow T = T(x) = Ax + B$$

Από τη λύση της Δ.Ε. φαίνεται ότι η κατανομή της θερμοκρασίας στο εσωτερικό του στοιχείου είναι γραμμική. Οι συντελεστές A και B προσδιορίζονται από τις συνοριακές συνθήκες, δηλαδή τις θερμοκρασίες στις 2 επιφάνειες του στοιχείου (εσωτερική T_0 και εξωτερική θερμοκρασία T_n). Η γραμμική κατανομή επιτρέπει να πάρουμε τις θερμοκρασίες σε βαθμούς Κελσίου αντί για Kelvin.

Θεωρώντας ότι για $x=0$ έχουμε την εσωτερική επιφάνεια με θερμοκρασία $T(0)=T_0$ και για $x=d$ έχουμε την εξωτερική επιφάνεια με θερμοκρασία $T(d)=T_n$ (όπου d το πάχος του στοιχείου), ισχύουν:

$$T(0) = T_0 = A \cdot 0 + B \Rightarrow B = T_0,$$

$$T(d) = T_n = A \cdot d + B = A \cdot d + T_0 \Rightarrow A = (T_n - T_0) / d$$

$$\text{Έτσι: } T(x) = T_0 + (T_n - T_0) \cdot x / d$$

$$T(x) = T_0$$

$$T(x) = T_n$$

$$\text{για } 0 \leq x \leq d \text{ (εντός του στοιχείου)}$$

$$\text{για } x < 0 \text{ (εσωτερικό του κτιρίου)}$$

$$\text{για } x > d \text{ (εξωτερικό του κτιρίου)}$$

3. Υπολογισμός κατανομής θερμοκρασίας σε πολυστρωματικό επιφανειακό στοιχείο

Έστω επιφανειακό στοιχείο του κελύφους που αποτελείται από n στρώσεις με πάχη d_i και θερμικές αγωγιμότητες λ_i και η θερμοκρασία στο εσωτερικό του κτιρίου είναι T_0 και στο εξωτερικό T_n . Σε κάθε στρώση η θερμοκρασία μεταβάλλεται γραμμικά. Αποδεικνύεται ότι σε στρώσεις με μεγάλη θερμική αντίσταση R_i η θερμοκρασία μεταβάλλεται πιο έντονα από στρώσεις με μικρή θερμική αντίσταση. Ειδικότερα η θερμοκρασία στο εξωτερικό μέρος της στρώσης i δίνεται από:

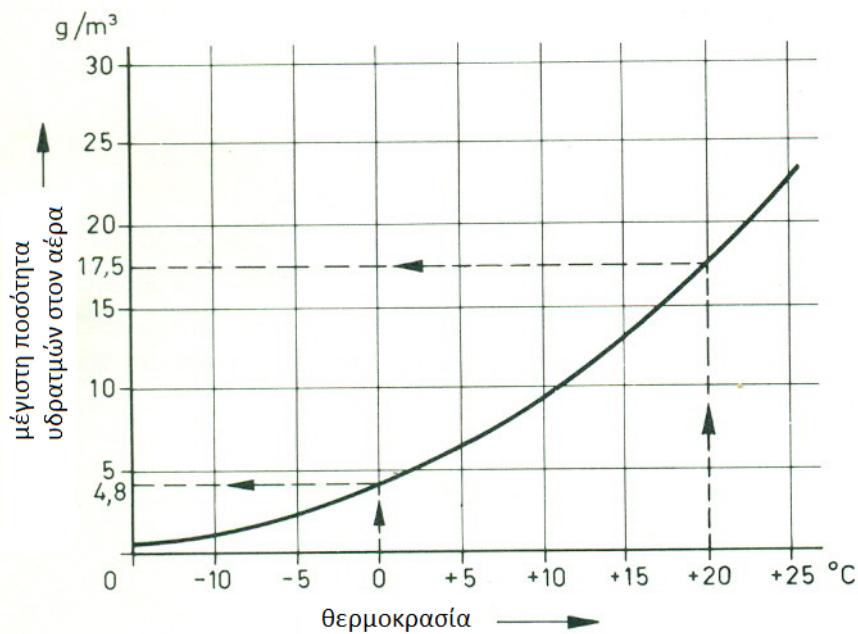
$$T_i = T_0 - \frac{\Delta T}{R_{ολ}} \sum_{k=1}^i R_k, \quad R_{ολ} = \sum_{k=1}^i R_k, \quad R_k = \frac{d_k}{\lambda_k}, \quad \Delta T = T_n - T_0$$

Εντός της στρώσης i η θερμοκρασία κυμαίνεται γραμμικά από T_{i-1} έως T_i

4. Υπολογισμός της υγρασίας (περιεκτικότητας σε υδρατμούς) εντός πολυστρωματικού επιφανειακού στοιχείου

Η απόλυτη υγρασία AH εντός στοιχείου είναι η μάζα νερού (υδρατμών) στη μονάδα του όγκου του στοιχείου. Συνήθως τη μετράμε σε g/m^3 . Εν γένει ένα στοιχείο προβάλλει αντίσταση στη διάδοση των υδρατμών και γίνεται η παραδοχή ότι η απόλυτη υγρασία (η περιεκτικότητα υδρατμών) μεταβάλλεται γραμμικά εντός του στοιχείου μεταξύ των υγρασιών στην εσωτερική και εξωτερική επιφάνεια, ακόμα και όταν αυτό είναι πολυστρωματικό. Η απόλυτη υγρασία σπάνια είναι γνωστή στην εσωτερική και εξωτερική επιφάνεια και υπολογίζεται από τη σχετική υγρασία.

Η σχετική υγρασία RH ορίζεται ως ο λόγος της απόλυτης υγρασίας προς τη κορεσμένη υγρασία του αέρα και εκφράζεται συνήθως επί $\%$. Κορεσμένη είναι η μέγιστη μάζα υδρατμών ανά τη μονάδα του όγκου που μπορεί να περιέχει ο αέρας πριν οι υδρατμοί συμπυκνωθούν σε νερό. Η κορεσμένη υγρασία εξαρτάται από τη θερμοκρασία και δίνεται από το διάγραμμα του Molier.



Το διάγραμμα του Molier μπορεί να προσεγγιστεί από τη σχέση:

$$AH_{\max}(T) = 0.0129 \cdot T^2 + 0.42 \cdot T + 4 \quad , \quad -16 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 100 \text{ } ^\circ\text{C} \quad , \quad T \text{ σε } ^\circ\text{C}$$

Εάν είναι γνωστή η σχετική υγρασία RH_0 και η θερμοκρασία T_0 στο εσωτερικό του κτιρίου, μπορεί να υπολογιστεί η κορεσμένη υγρασία $AH_{0,\max}$ από το διάγραμμα Molier για τη θερμοκρασία T_0 και από εκεί η απόλυτη υγρασία:

$$AH_0 = AH_{0,\max} \cdot RH_0 / 100$$

Για να εκτιμηθεί η απόλυτη υγρασία στην εσωτερικό πορώδους στοιχείου, κάνουμε τις παραδοχές ότι ο εξωτερικός χώρος έχει λιγότερη από 100% σχετική υγρασία, ο εξωτερικός χώρος έχει άπειρη χωρητικότητα για υδρατμούς σχέση με το κτίριο και η απόλυτη υγρασία μεταβάλλεται γραμμικά εντός του στοιχείου. Έτσι οι υδρατμοί που καταφέρουν να φτάσουν στην εξωτερική επιφάνεια του στοιχείου μπορούν να εξέλθουν ανεμπόδιστα από το στοιχείο στον εξωτερικό χώρο. Εάν είναι γνωστή και η θερμοκρασία T_n στο εξωτερικό χώρο, από το διάγραμμα Molier υπολογίζεται η κορεσμένη θερμοκρασία $AH_{n,\max}$ και από εκεί η απόλυτη υγρασία:

$$AH_n = AH_{n,\max} \cdot RH_n / 100$$

Εντός του στοιχείου συνολικού πάχους d η υγρασία μεταβάλλεται γραμμικά:

$$AH(x) = AH_0 + (AH_n - AH_0) \cdot x / d \quad \text{για } 0 \leq x \leq d \text{ (εντός του στοιχείου)}$$

$$AH(x) = AH_0 \quad \text{για } x < 0 \text{ (εσωτερικό του κτιρίου)}$$

$$AH(x) = AH_n \quad \text{για } x > d \text{ (εξωτερικό του κτιρίου)}$$

5. Υπολογισμός υγροποίησης

Όταν σε κάποια θέση x του στοιχείου η απόλυτη υγρασία $AH(x)$ είναι μεγαλύτερη από την κορεσμένη υγρασία $AH_{\max}(T)$:

$$AH(x) > AH_{\max}(T)$$

γίνεται υγροποίηση των υδρατμών. Η θερμοκρασία T εξαρτάται από τη θέση x και έτσι η συνθήκη γίνεται:

$$AH(x) > AH_{\max}(T(x)) \quad \text{ή} \quad AH(x) = 0.0129 \cdot [T(x)]^2 + 0.42 \cdot T(x) + 4$$

Ειδικά για την υγροποίηση υδρατμών στην εσωτερική επιφάνεια των τοίχων, πρέπει να υπολογιστεί η θερμοκρασία στην επιφάνεια των τοίχων. Μεταξύ του τοίχου και του εσωτερικού χώρου του κτιρίου παρεμβάλλεται το οριακό στρώμα αέρα, το οποίο έχει μη μηδενική θερμική αντίσταση. Έτσι η θερμοκρασία στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου είναι η θερμοκρασία στην “εξωτερική” επιφάνεια του οριακού στρώματος. Θεωρώντας τον τοίχο ως πολυστρωματικό στοιχείο και το οριακό στρώμα ως την πρώτη στρώση του πολυστρωματικού στοιχείου, η θερμοκρασία υπολογίζεται:

$$T_1 = T_0 - \Delta T \frac{R_1}{R_{o\lambda}} \quad , \quad R_{o\lambda} = \sum_{k=1}^i R_k \quad , \quad \Delta T = T_n - T_0$$

Ας σημειωθεί ότι στον ΚΕνΑΚ η θερμική αντίσταση του εσωτερικού οριακού στρώματος (στο εσωτερικού του συμβολίζεται με R_i ($R_1=R_i$) και του εξωτερικού οριακού (μεταξύ του τοίχου και του εξωτερικού χώρου) με R_a .

Η απόλυτη υγρασία στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου είναι ίδια με αυτή του εσωτερικού χώρου του κτιρίου και υπολογίζεται από τη σχετική υγρασία του εσωτερικού χώρου του κτιρίου RH_0 :

$$AH_1 = AH_0 = RH_0 \cdot AH_{0,max} = RH_0 \cdot [0.0129 \cdot T_0^2 + 0.42 \cdot T_0 + 4]$$

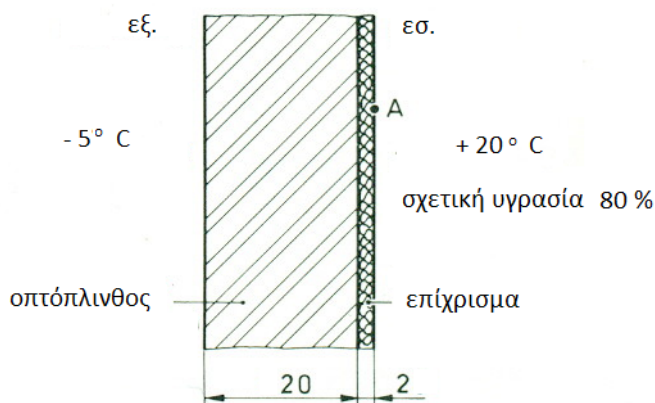
όπου T_0 είναι η θερμοκρασία στον εσωτερικό χώρο του κτιρίου. Η κορεσμένη υγρασία στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου υπολογίζεται:

$$AH_{1,max} = 0.0129 \cdot T_1^2 + 0.42 \cdot T_1 + 4 \quad , \quad T_1 = T_0 - \Delta T \cdot R_1/R_{0\lambda}$$

Αν $AH_1 > AH_{1,max}$ γίνεται υγροποίηση στην εσωτερική επιφάνεια των τοίχων.

1° ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Συνήθης μπιατικός τοίχος από οπτόπλινθους βαρέος τύπου έχει πάχος 0.20m και επίχρισμα μόνο στην εσωτερική επιφάνεια. Στο εσωτερικό του κτιρίου η θερμοκρασία είναι 20°C και η σχετική υγρασία 80%. Στον εξωτερικό χώρο η θερμοκρασία είναι -5°C. Να προσδιοριστεί αν στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου γίνει συμπύκνωση υδρατμών



Η θερμοκρασία στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου δεν είναι 20°C, διότι μεταξύ του τοίχου και του εσωτερικού χώρου του κτιρίου υπάρχει το οριακό στρώμα το οποίο έχει ισοδύναμη θερμική αντίσταση R_i . Συνεπώς η θερμοκρασία της εξωτερικής επιφάνειας του τοίχου θα πρέπει να βρεθεί η θερμοκρασία ως στο εξωτερικό μέρος της στρώσης του οριακού στρώματος.

Οι στρώσεις είναι: Εσωτερικό οριακό στρώμα, επίχρισμα, οπτόπλινθοι, εξωτερικό οριακό στρώμα με αντίστοιχες θερμικές αντιστάσεις R_i , R_1 , R_2 , R_a . Η θερμοκρασία στο εξωτερικό μέρος της στρώσης του οριακού στρώματος θα είναι:

$$T_i = T_0 + \Delta T \cdot R_i / R_{ολ}$$

Για τοίχο με εξωτερικό αέρα παίρνουμε τιμές: $R_i=0.13 \text{ m}^2\text{K/W}$ και $R_a=0.04 \text{ m}^2\text{K/W}$. Από τον πίνακα 4 της Τ.Ο. του ΤΕΕ παίρνουμε: $\lambda_1=0.87 \text{ W/(mK)}$ και $\lambda_2=0.64 \text{ W/(mK)}$. Έτσι:

$$R_{\text{ολ}} = R_i + d_1/\lambda_1 + d_2/\lambda_2 + R_a = 0.13 + 0.02/0.87 + 0.20/0.64 + 0.04 = 0.505 \text{ m}^2\text{K/W}$$

και

$$\Delta T = -5 - 20 = -25 \text{ }^\circ\text{C} \quad , \quad T_i = 20 - 25 \cdot 0.13 / 0.505 = 13.6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Στον εσωτερικό χώρο έχουμε σχετική υγρασία $RH_0=80\%$ και θερμοκρασία $T_0=20^\circ\text{C}$. Για 20°C από το διάγραμμα Molier βρίσκουμε:

$$AH_{0,\text{max}} = 0.0129 \cdot 20^2 + 0.42 \cdot 20 + 4 = 17.5 \text{ g/m}^3$$

Και έτσι: $AH_0 = RH_0 \cdot AH_{0,\text{max}} = 0.80 \cdot 17.5 = 14 \text{ g/m}^3$

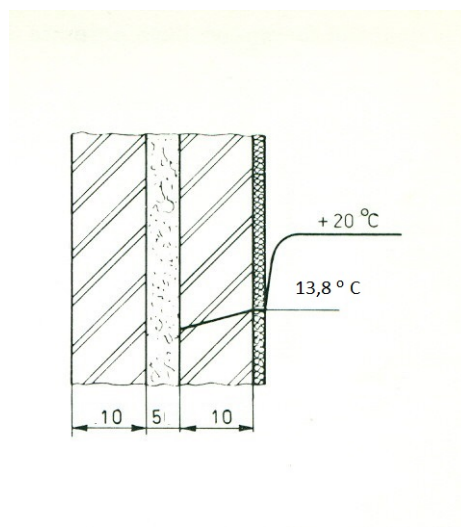
Στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου (δηλαδή στο εξωτερικό μέρος της στρώσης του οριακού στρώματος) έχουμε $T_i = 13.6 \text{ }^\circ\text{C}$ και από διάγραμμα Molier βρίσκουμε:

$$AH_{i,\text{max}} = 0.0129 \cdot 13.6^2 + 0.42 \cdot 13.6 + 4 = 12.1 \text{ g/m}^3$$

Δηλαδή η μέγιστη περιεκτικότητα σε υδρατμούς στο σημείο αυτό είναι 12.1 g/m^3 ενώ η περιεκτικότητα του αέρα του κτιρίου σε υδρατμούς είναι $AH_0 = 14 > AH_{i,\text{max}} = 12.1$. Συνεπώς στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου θα γίνει συμπύκνωση υδρατμών.

2° ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Τοίχος αποτελείται από 2 παράλληλους δομικούς τοίχους πάχους 0.10 m από οπτόπλινθους βαρέος τύπου, μεταξύ των οποίων υπάρχει μία στρώση τσιμεντοκονίας πάχους 0.05m. Ο τοίχος έχει επίχρισμα 0.02 m και στις δύο επιφάνειες. Στο εσωτερικό του κτιρίου η θερμοκρασία είναι 20°C και η σχετική υγρασία 80%. Στον εξωτερικό χώρο η θερμοκρασία είναι -5°C. Να προσδιοριστεί αν στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου γίνει συμπύκνωση υδρατμών.



Από τον πίνακα 4 της Τ.Ο. του ΤΕΕ παίρνουμε $\lambda_{\text{τσιμ}}=1.4 \text{ W/(mK)}$. Οι υπόλοιπες τιμές λαμβάνονται από το προηγούμενο παράδειγμα.

$$R_{\text{ολ}} = 0.13 + 0.02/0.87 + 0.10/0.64 + 0.05/1.4 + 0.10/0.64 + 0.02/0.87 + 0.04 = 0.524 \text{ m}^2\text{K/W}$$

και

$$\Delta T = -5 - 20 = -25 \text{ } ^\circ\text{C} \quad , \quad T_i = 20 - 25 \cdot 0.13 / 0.524 = 13.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Δηλαδή η προσθήκη της τσιμεντοκονίας πολύ μικρή επίδραση είχε στην ολική θερμική αντίσταση.

Στον εσωτερικό χώρο έχουμε σχετική υγρασία $RH_0=80\%$ και θερμοκρασία $T_0=20^\circ\text{C}$. Για 20°C από το διάγραμμα Molier βρίσκουμε $AH_{0\text{max}} = 17.5 \text{ g/m}^3$ και συνεπώς $AH_0 = RH_0 \cdot AH_{0\text{max}} = 0.80 \cdot 17.5 = 14 \text{ g/m}^3$

Στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου (δηλαδή στο εξωτερικό μέρος της στρώσης του οριακού στρώματος) έχουμε $T_i = 13.8^{\circ}\text{C}$ και από διάγραμμα Molier βρίσκουμε:

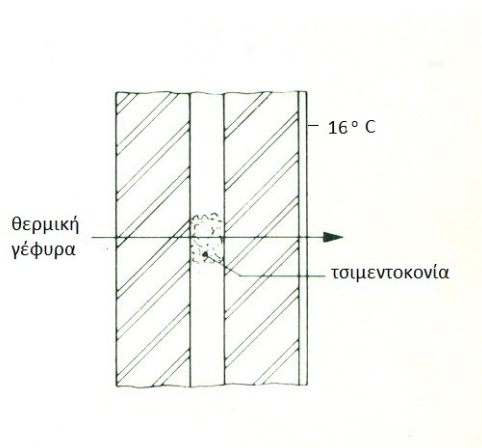
$$AH_{i,\max} = 0.0129 \cdot 13.8^2 + 0.42 \cdot 13.8 + 4 = 12.2 \text{ g/m}^3$$

και συνεπώς:

$$AH_0 = 14 > AH_{i,\max} = 12.2 \Rightarrow \text{στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου θα γίνει συμπύκνωση υδρατμών.}$$

3° ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Στον τοίχο του προηγούμενου παραδείγματος η στρώση τσιμεντοκονίας αντικαθίστανται από διάκενο πάχους 0.05m. Να προσδιοριστεί αν στην εσωτερική επιφάνεια του τοίχου γίνει συμπύκνωση υδρατμών.



Η ισοδύναμη θερμική αντίσταση R_δ του διαύκενου πάχους $d=0.05\text{m}$ για οριζόντια ροή θερμότητας δίνεται από:

$$R_\delta = 0.063 + 0.011 \cdot d - 0.00026 \cdot d^2 \leq 0.18 \text{ m}^2\text{K/W} , d \text{ σε mm και } d \leq d_i/10 , d \leq d_a/10 , d \text{ σε mm}$$

όπου d_i και d_a το πάχος του τοίχου από το διάκενο προς το εσωτερικό και το εξωτερικό αντίστοιχα:

$$d_i = d_a = 0.02 + 0.10 = 0.12 \text{ m} = 120 \text{ mm}$$

Αλλά:

$$d = 50 \text{ mm} > d_i/10 = 120/10 = 12 \text{ mm} \Rightarrow d = 12 \text{ mm}$$

Έτσι:

$$R_\delta = 0.063 + 0.011 \cdot 12 - 0.00026 \cdot 12^2 = 0.158 \leq 0.18 \text{ m}^2\text{K/W} , \text{εντάξει}$$

Η ολική θερμική αντίσταση είναι:

$$R_{\text{ολ}} = 0.13 + 0.02/0.87 + 0.10/0.64 + 0.158 + 0.10/0.64 + 0.02/0.87 + 0.04 = 0.805 \text{ m}^2\text{K/W}$$

και

$$T_i = 20 - 25 \cdot 0.13 / 0.805 = 16 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Από διάγραμμα Molier δια $T_i = 16 \text{ } ^\circ\text{C}$ βρίσκουμε:

$$AH_{i,\max} = 0.0129 \cdot 16^2 + 0.42 \cdot 16 + 4 = 14 \text{ g/m}^3$$

και $AH_0 = 14 \leq AH_{i,\max} = 14$, δηλαδή οριακά δεν θα γίνει συμπύκνωση.

Από τα δύο παραδείγματα βγαίνει το συμπέρασμα ότι η ολική θερμική αντίσταση πρέπει να είναι μεγάλη σε σχέση με την R_i προκειμένου η θερμοκρασία T_i να μην είναι πολύ μικρότερη της T_0 και έτσι να μην γίνεται συμπύκνωση (υγροποίηση των υδρατμών). Επίσης αν σε κάποια θέση του διάκενου τοποθετηθεί τσιμεντοκονία όπως φαίνεται στο σχήμα, πιθανώς για να στηρίξει τους δύο δρομικούς τοίχους, στη θέση αυτή και θα δημιουργηθεί θερμογέφυρα και επίσης θα γίνει υγροποίηση υδρατμών.