

Το κείμενο που ακολουθεί συμπληρώνει το Κεφάλαιο 8 του βιβλίου (το οποίο βασίζεται στον ΕΚΩΣ) προσαρμόζοντάς-το στον Ευρωκώδικα 2 (EC2). **Παραμένει η ανάγκη να διαβάσετε το θεωρητικό μέρος από το βιβλίο.**

1. Οι κυριότερες διαφορές μεταξύ ΕΚΩΣ και EC2 όσον αφορά την τέμνουσα:

- Δεν λαμβάνεται υπόψη η συμβολή των «λοιπών μηχανισμών» (δράση βλήτρου, τραχύτητα χειλέων ρωγμής, θλιβόμενη ζώνη) για την μείωση των συνδετήρων: $V_{cd}=0$ (ακόμη και χωρίς σεισμό)
- Σε στοιχεία με μεταβλητό στατικό ύψος, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση του κεκλιμένου πέλματος στην δρώσα τέμνουσα
- Μικρή αλλαγή στην πρόσθετη δύναμη του εφελκόμενου οπλισμού λόγω της λοξής ρηγμάτωσης (μετατόπιση του διαγράμματος των ροπών κάμψης κατά ΕΚΩΣ)
- Περιορίστηκε η γωνία κλίσεως των θλιπτήρων: $1 < \cot \theta < 2.5$ δηλαδή $21.8^\circ < \theta < 45^\circ$ (έναντι $0.4 < \cot \theta < 2.5$ δηλαδή $21.8^\circ < \theta < 68.2^\circ$) (δεν έχει ιδιαίτερη πρακτική σημασία)
- Διάτμηση στην διεπιφάνεια παλαιού και νέου σκυροδέματος
- Και βέβαια δεν υπάρχουν όλες εκείνες οι διατάξεις που αναφέρονται στον σεισμό (βλ. Ευρωκώδικα 8).
- Αλλαγές στους συμβολισμούς:

Μέγεθος	Σύμβολο	
	EC2	ΕΚΩΣ
Δρώσα τέμνουσα	V_{Ed}	V_{Sd}
Τέμνουσα Αντοχής άοπλου σκυρ/τος	$V_{Rd,c}$	V_{Rd1}
Τέμνουσα συνδετήρων	$V_{Rd,s}$	V_{wd}
Μέγιστη τέμνουσα	$V_{Rd,max}$	V_{Rd2}

2. Συνοπτική διαδικασία υπολογισμού έναντι τέμνουσας:

Συνοπτικά η διαδικασία υπολογισμού έχει ως εξής:

- Αν $V_{Ed} < V_{Rd,c}$ τότε δεν απαιτείται έλεγχος σε διάτμηση, αλλά τίθεται ένας ελάχιστος οπλισμός (με εξαίρεση τις πλάκες στις οποίες παραλείπεται ακόμη και ο ελάχιστος οπλισμός διατμήσεως).
- Αν $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ τότε ολόκληρη η τέμνουσα παραλαμβάνεται από συνδετήρες και θα πρέπει επίσης να εξασφαλισθεί ότι και το σκυρόδεμα δεν θα αστοχήσει από λοξή θλίψη, δηλαδή ταυτόχρονα πρέπει να ισχύουν:
 - ✓ $V_{Ed} < V_{Rd,max}$ (αν όχι, τότε αλλαγή διαστάσεων)
 - ✓ $V_{Ed} < V_{Rd,s}$ (υπολογίζονται οι συνδετήρες)

3. Τέμνουσα για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διατμήσεως, $V_{Rd,c}$:

Η τέμνουσα για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διατμήσεως δίνεται από την σχέση (προσοχή στις μονάδες: ο τύπος δεν είναι διαστατικά ομογενής):

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (1)$$

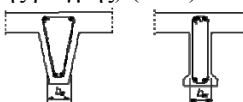
όπου:

f_{ck} σε MPa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (d \text{ σε mm})$$

$$\rho_l = A_{sl}/b_d \cdot d < 0.02$$

A_{sl} είναι το εμβαδόν του εφελκόμενου οπλισμού που εκτείνεται σε απόσταση μεγαλύτερη από $(l_{bd}+d)$ πέρα από τη θεωρούμενη διατομή (δηλαδή είναι ο οπλισμός ο οποίος διαπερνά την ρωγμή η οποία ξεκινά από την εξεταζόμενη θέση (A) και είναι καλά αγκυρωμένος πέραν της ρωγμής) (mm^2) (βλ. και Σχ. 1)



b_w είναι το **ελάχιστο** πλάτος της διατομής στην εφελκόμενη ζώνη [mm]

$$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c < 0,2 f_{cd} \quad [\text{MPa}]$$

N_{Ed} είναι η αξονική δύναμη στη διατομή [σε N] ($N_{Ed} > 0$ για θλίψη). Αν είναι θετική αγνοείται. Η επιρροή των επιβαλλόμενων παραμορφώσεων στην N_E μπορεί να αγνοείται.

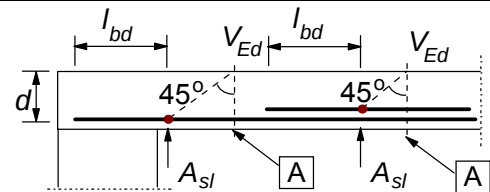
A_c είναι το εμβαδόν της διατομής του σκυροδέματος [mm^2]

$V_{Rd,c}$ σε [N]

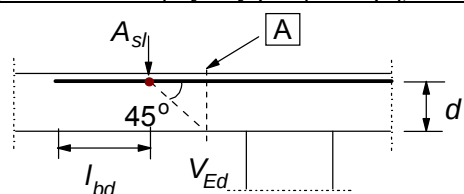
$$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c = 0.18/1.5 = 0.12$$

$$k_1 = 0.15$$

Ο 1ος όρος της (1): $C_{Rd,c} k [100 \rho_l f_{ck}]^{1/3}$ δεν χρειάζεται να είναι μικρότερος από: $v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$.



Σχ. 1a: Κάτω οπλισμός A_{sl} που λαβαίνεται υπόψη στην σχέση (1) (όπου A είναι η εξεταζόμενη διατομή)



Σχ. 1b: Άνω οπλισμός A_{sl} που λαβαίνεται υπόψη στην σχέση (1) (όπου A είναι η εξεταζόμενη διατομή)

Εφαρμογή:

Εστω δοκός με $b=250\text{mm}$, $d=500\text{mm}$, σκυρόδεμα C20/25 και χάλυβας B500C και οπλισμένη με $\rho_l=0.0013$ (είναι ο ελάχιστος διαμήκης οπλισμός) χωρίς αξονική δύναμη:

$$k = 1 + [200/d]^{0.5} = 1 + [200/500]^{0.5} = 1 + 0.632 = 1.632$$

$$C_{Rd,c} k [100 \rho_l f_{ck}]^{1/3} = 0.12 * 1.632 * [100 * 0.0013 * 20]^{1/3} = 0.269 \text{ MPa}$$

Η τιμή αυτή δεν χρειάζεται να είναι μικρότερη από:

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0.035 * 1.632^{3/2} * 20^{1/2} =$$

$$= 0.035 * 2.08 * 4.47 = 0.326 \text{ MPa}$$

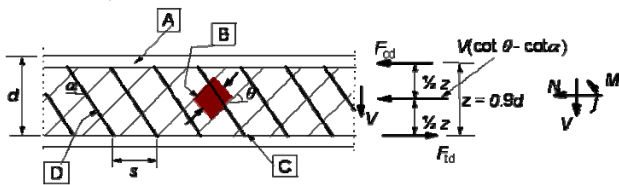
Αρα η τέμνουσα για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διατμήσεως είναι:

$$V_{Rd,c} = 0.326 * 250 * 500 = \mathbf{40750 \text{ N}} (=40.75 \text{ kN})$$

4. Στοιχεία για τα οποία απαιτείται οπλισμός διατμήσεως:

Ο σχεδιασμός βασίζεται σ' ένα γενικευμένο δικτύωμα **Moersch**,

- με **θλιβόμενες ράβδους σκυροδέματος** (γωνία κλίσεως θ : $21.8^\circ < \theta < 45^\circ$), η αντοχή των οποίων, $V_{Rd,max}$, καθορίζει την επάρκεια της διατομής (άλλως αλλάζουμε διαστάσεις). Ο έλεγχος γίνεται στην παρεία μιας **άμεσης στήριξης**
- με **εφελκόμενες ράβδους χάλυβα** (γωνία κλίσεως α : $45^\circ < \alpha < 90^\circ$), η αντοχή των οποίων, $V_{Rd,s}$, προσδιορίζει την απαιτούμενη ποσότητα του οπλισμού διατμήσεως. Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση d από την παρεία μιας **άμεσης στήριξης**.



Στην γενική περίπτωση οι αντίστοιχες τέμνουσες αντοχής δίνονται από τις σχέσεις:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta) \quad (2)$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (3)$$

όπου:

$\alpha_{cw} = 1$ για τα μη προενταταμένα στοιχεία

s η απόσταση των συνδετήρων κατά μήκος του στοιχείου

A_{sw} το **συνολικό** εμβαδόν των σκελών των συνδετήρων. Οι συνδετήρες μπορεί να είναι δίμητοι, τετράμητοι κλπ. Αρα, π.χ. για τετράμητο συνδετήρα Φ8 (με εμβαδόν 0.5cm^2) είναι:

$$A_{sw} = 4 \cdot 0.5\text{cm}^2 = 2.0\text{cm}^2$$

$z = 0.9d$ ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων

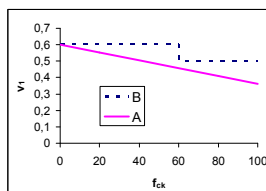
v_1 = μειωτικός συντελεστής που λαβαίνει υπόψη την μείωση της θλιπτικής αντοχής λόγω της ετερόσημης διαξονικής εντάσεως που επικρατεί στο σκυρόδεμα. Ο συντελεστής μπορεί να λαμβάνεται εναλλακτικά ως εξής:

- α) είτε $v_1 = v = 0.6 [1 - f_{ck}/250]$ (το f_{ck} σε MPa)
- β) είτε $v_1 = 0.9 - f_{ck}/200$ με $0.5 < v_1 < 0.6$

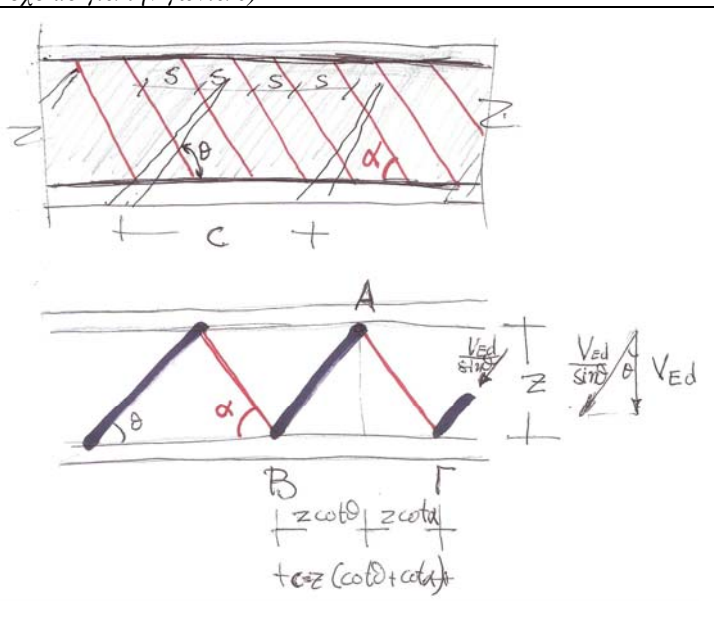
Στην δεύτερη όμως περίπτωση (β) θα πρέπει να μειωθεί η τάση των συνδετήρων σε $0.8f_{yk}$.

Σημείωση 1: Στην περίπτωση (α):

- είναι μεν ελαφρώς συντηρητικότερη η εκτίμηση της $V_{Rd,max}$
- αλλά οι συνδετήρες υπολογίζονται με ελαφρώς μεγαλύτερη τάση ($f_{yk}/1.15 = 0.87f_{yk} > 0.8f_{yk}$) και άρα μεγαλύτερη η $V_{Rd,s}$.



Η διαφορά είναι μικρής σημασίας δεδομένου μάλιστα ότι με την μεταβολή της γωνίας θ πετυχαίνονται μεγαλύτερες μεταβολές των $V_{Rd,max}$ και $V_{Rd,s}$ (βλ. σχόλιο για την γωνία θ)



Σχήμα 2. Απόδειξη των σχέσεων (2) και (3)

Για την απόδειξη των σχέσεων (2) και (3) παρατηρούμε τα εξής: Στο πάνω μέρος του σχήματος 2 βλέπουμε ότι έχουν ανοίξει διατμητικές ρωγμές με γωνία κλίσεως θ σε οριζόντιες αποστάσεις c. Ανάμεσα στις ρωγμές έχουμε το θλιβόμενο σκυρόδεμα (επίσης με γωνία κλίσεως θ). Στο πάνω μέρος έχουμε το θλιβόμενο (από την κάμψη) πέλμα, ενώ στο κάτω μέρος είναι ο οριζόντιος οπλισμός λόγω κάμψεως. Τέλος, βλέπουμε τον οπλισμό διατμήσεως με γωνία κλίσεως α σε οριζόντιες αποστάσεις s. Στο κάτω μέρος του σχήματος 2 έχουμε σχηματίσει ένα προσομοίωμα θλιπτήρων ελκυστήρων: ο θλιπτήρας AB ολοκληρώνει τις λοξές θλιπτικές τάσεις επί μήκους c (ανάμεσα από 2 ρωγμές). Ομοίως ο ελκυστήρας ΑΓ αθροίζει τις δυνάμεις των συνδετήρων στο ίδιο μήκος c. Τέλος έχουμε το άνω (θλιβόμενο) πέλμα και το κάτω (εφελκυσμένο) πέλμα τα οποία απέχουν απόσταση z. Η οριζόντια απόσταση c μεταξύ των θλιπτήρων είναι:

$$c = z \cot \theta + z \cot \alpha = z (\cot \theta + \cot \alpha)$$

Σκυρόδεμα: Η δρώσα τέμνουσα V_{Ed} παραβαλλομένη στην διεύθυνση των λοξών θλιπτήρων γίνεται $V_{Ed}/\sin \theta$. Ο λοξός θλιπτήρας έχει διαστάσεις διατομής: $(b_w) \cdot (c \cdot \sin \theta)$, άρα στον θλιπτήρα AB αναπτύσσονται τάσεις:

$$\sigma_c = V_{Ed} / [b_w \cdot c \cdot \sin^2 \theta]$$

Η τάση αυτή δεν πρέπει να υπερβαίνει την (μειωμένη λόγω ετερόσημης έντασης) αντοχή του σκυροδέματος: $v_1 f_{cd}$.

Αντικαθιστώντας την παραπάνω τιμή του c και ενθυμούμενοι ότι $\sin^2 \theta \cdot (1 + \cot^2 \theta) = 1$ έχουμε ότι:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha) / (1 + \cot^2 \theta)$$

Συνδετήρες: Η κατακόρυφη προβολή της δύναμης του ελκυστήρα ΑΓ πρέπει να αναλαμβάνει την δρώσα τέμνουσα V_{Ed} . Το εμβαδόν του ελκυστήρα είναι: το εμβαδόν του ενός συνδετήρα, A_{sw} , επί το πλήθος μέσα στο μήκος c: c/s . Αρα η δύναμη του ελκυστήρα ΑΓ είναι $A_{sw} \cdot c \cdot f_{ywd}/s = A_{sw} \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot f_{ywd}/s$. Η προβολή αυτής της δύναμης στον κατακόρυφο άξονα είναι:

$$A_{sw} \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha / s$$

η οποία είναι η τέμνουσα αντοχής των συνδετήρων:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha$$

Σημείωση 2: Επίδραση της γωνίας θ: Από την σχέση της $V_{Rd,s}$ προκύπτει ότι οικονομικότερη είναι η επιλογή της γωνίας $\theta = 22^\circ$ (2.5 φορές μεγαλύτερη) αλλά για αυτήν την γωνία η $V_{Rd,max}$ λαμβάνει την μικρότερη τιμή (32% μικρότερη). Αρα για την οικονομικότερη επιλογή των συνδετήρων, ελέγχουμε κατ' αρχάς ποια είναι η ελάχιστη γωνία θ για την οποία ικανοποιείται η $V_{Rd,max}$ (συνήθως θα είναι $\theta = 22^\circ$) και για την γωνία αυτή υπολογίζουμε τους συνδετήρες¹.

Σημείωση 3: Στην περίπτωση κατακόρυφων συνδετήρων ($\alpha = 90^\circ$) και γωνία κεκλιμένων ράβδων σκυροδέματος $\theta = 45^\circ$, οι σχέσεις γίνονται ίδιες με του ΕΚΩΣ:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / 2 \quad (4)$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \quad (5)$$

Και στον ΕΚΩΣ προβλεπόταν η μεταβλητή γωνία κλίσεως των θλιπτήρων, μόνο που τα όρια ήταν $21.8^\circ < \theta < 68.2^\circ$

Σημείωση 4: Όσον αφορά την γωνία κλίσεως των συνδετήρων, α, βλέπουμε ότι η μείωση της γωνίας έχει διπλή δράση: μια μειωτική δράση ($\sin \alpha$) λόγω προβολής στην κατακόρυφο, και μια αυξητική δράση λόγω αύξησης του μήκους c και άρα του πλήθους των συνδετήρων που ενεργοποιούνται από μια ρωγμή. Συνολικά το αποτέλεσμα της μείωσης της γωνίας είναι αυξητικό, και αν σκεφτούμε επιπλέον ότι για γωνία $\alpha = 45^\circ$ ο οπλισμός είναι κάθετος στις ρωγμές και άρα μειώνει αποτελεσματικότερα το εύρος των ρωγμών, θα έλεγε κανείς ότι «συμφέρει» να οπλίζουμε με γωνία

¹ Σημειώνεται πάντως ότι κατά τον EC8 και για κατασκευές ΚΠΥ, η γωνία λαμβάνεται 45° προκειμένου περί υποστρωμάτων

$\alpha=45^\circ$, ωστόσο επειδή υπό σεισμικές δράσεις η τέμνουσα μπορεί να αλλάξει πρόσημο αλλά και για κατασκευαστικούς λόγους προτιμούμε να οπλίζουμε υπό γωνία $\alpha=90^\circ$.

5. Ελάχιστο και μέγιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως:

Προβλέπεται ένα **ελάχιστο** ποσοστό οπλισμού διατμήσεως για την αποφυγή ψαθυρής αστοχίας. Είναι:

$$\rho_{w,min}=A_{sw,min}/[b_w s]=0.08\sqrt{(f_{ck})/f_{yk}}$$

Στον επόμενο πίνακα συνοψίζονται τα ελάχιστα ποσοστά για τις διάφορες ποιότητες σκυροδέματος και χάλυβα B500C.

Πίνακας 1: Ελάχιστα ποσοστά οπλισμού διατμήσεως

f_{ck}	16	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{wmin} (‰)	0,64	0,72	0,80	0,88	0,95	1,01	1,07	1,13

Εφαρμογή: για C20/25 και B500C έχουμε: $\rho_{w,min}=0.08\sqrt{(f_{ck})/f_{yk}}=0.08\sqrt{(20)/500}=0.08*4.47/500=0.72‰$. π.χ για δοκό 250/500 προκύπτει για (έστω) Φ8 ($A_s=2*0.5=1\text{cm}^2$) απόσταση $s=1/[25*0.00072]=555\text{mm}$, δηλαδή **Φ8/55**

Εκτός από το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως ορίζεται και **μέγιστο** ποσοστό οπλισμού διατμήσεως (νέα διάταξη, δεν υπάρχει αντίστοιχη στον ΕΚΩΣ):

$$\rho_{w,max}=A_{sw,max}/[b_w s]=0.5\alpha_{cw}v_l f_{cd}/f_{yd}$$

Εφαρμογή: για C20/25 και B500C έχουμε:

$$\rho_{w,max}=0.5*1*[0.6(1-20/250)]*20*1.15/[500*1.5]=8.5‰$$

π.χ για δοκό 250/500 προκύπτει για έστω Φ10 ($A_s=2*0.79=1.58\text{cm}^2$) απόσταση $s=1.79/[25*0.0085]=74\text{mm}$, δηλαδή **Φ10/7**

Σημείωση 5: Η τέμνουσα που αντιστοιχεί στο μέγιστο ποσοστό οπλισμού διατμήσεως είναι:

$$V_{Rd,s,max}=\frac{A_{sw,max}}{s}zf_{ywd}=\rho_{w,max}b_wzf_{ywd}=\frac{0.5\alpha_{cw}v_l f_{cd}}{f_{ywd}}b_wzf_{ywd}$$

Η οποία είναι ίση με την $V_{Rd,max}$ για $\theta=45^\circ$ και $\alpha=90^\circ$ (βλ σχέση (4)). Δηλαδή για την συνήθη περίπτωση ($\theta=45^\circ$ και $\alpha=90^\circ$) η διάταξη αυτή είναι ανενεργή.

6. Επίδραση της λοξής ρηγματώσεως στον διαμήκη οπλισμό.

Οι λοξές ρωγμές λόγω της διατμήσεως κοντά στα στηρίγματα έχουν ως συνέπεια και την αύξηση των δυνάμεων οι οποίες εφελκούν τους οπλισμούς κάμψεως της περιοχής εκείνης. Πράγματι, από την ισορροπία του τμήματος έχουμε ότι:

$$M_2=F_{s1}z$$

$$F_{s1}=M_2/z$$

Δηλαδή η δύναμη του οπλισμού στην θέση 1 εξαρτάται από την ροπή στην θέση 2 ($M_2>M_1$). Έτσι για τον έλεγχο της κάμψεως θα πρέπει να μετατοπισθεί το διάγραμμα ροπών προς τα σημεία μηδενισμού κατά ένα μήκος a_1 .

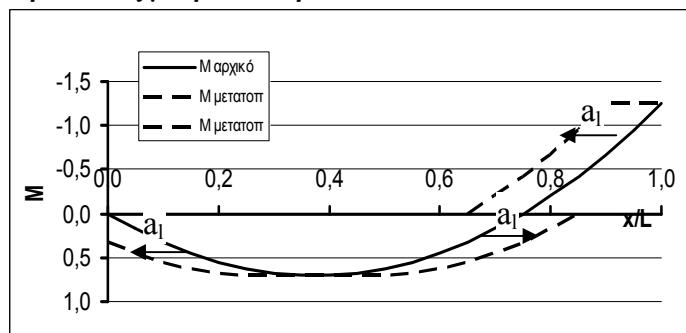
Ο EC2 διατυπώνει την απαίτηση αυτή με έναν διαφορετικό τρόπο: προβλέπει έναν **πρόσθετο** διαμήκη οπλισμό, για την ανάληψη της πρόσθετης εφελκυστικής δύναμης ΔF_{td} που οφείλεται στην λοξή ρηγματώση λόγω της διάτμησης. Ο εν λόγω οπλισμός μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\Delta F_{td}=0.5V_{Ed}(\cot\theta-\cot\alpha)$$

χωρίς όμως η τιμή $(M_{Ed}/z)+\Delta F_{td}$ να ξεπερνά την τιμή $(M_{Ed,max}/z)$. Αυτό σημαίνει ότι πρακτικώς δεν τίθεται περισσότερος οπλισμός από αυτόν που απαιτεί η μέγιστη δρώσα ροπή ($M_{Ed,max}$), απλώς επηρεάζονται οι θέσεις στις οποίες μπορεί να σταματήσει μέρος του διαμήκους οπλισμού (κλιμάκωση του οπλισμού). Η σχέση

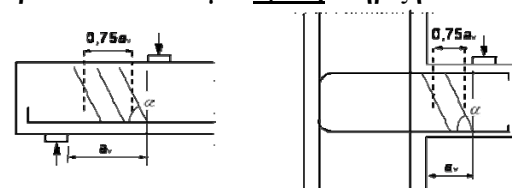
K. Τρέζος, 29/10/2015, 4^ο μάθημα

αυτή πρακτικώς ισοδυναμεί με μετατόπιση του διαγράμματος ροπών κάμψεως κατά: $a_1=0.5z(\cot\theta-\cot\alpha)$. Σε όλες τις περιπτώσεις μπορεί να λαβαίνεται απλουστευτικά: $a_1=d$



7. Συγκεντρωμένα φορτία «κοντά» σε μια έμμεση στήριξη.

Η συμβολή στην τιμή της δρώσας τέμνουσας V_{Ed} , που έχει ένα συγκεντρωμένο φορτίο «κοντά» ($a_v<2d$) σε μια έμμεση στήριξη μπορεί να πολλαπλασιάζεται επί τον μειωτικό συντελεστή $\beta=a_v/2d>0.25$.



Στην περίπτωση έμμεσης στήριξης δεν γίνεται μείωση.

Η μείωση αυτή λαμβάνεται υπόψη κατά τον έλεγχο της $V_{Rd,c}$.

Η τέμνουσα V_{Ed} , που προκύπτει μετά τη μείωση πρέπει να πληροί την συνθήκη: $V_{Ed}\leq A_{sw}f_{ywd}\sin\alpha$

όπου $A_{sw}f_{ywd}$ είναι η αντοχή του οπλισμού διάτμησης που τέμνει τις λοξές διατμητικές ρωγμές μεταξύ των φορτιζόμενων περιοχών. Θα λαμβάνεται υπόψη μόνο ο οπλισμός διάτμησης που βρίσκεται στο κεντρικό $0.75a_v$ της περιοχής. Η μείωση κατά β επιτρέπεται να γίνεται μόνο για τον υπολογισμό του οπλισμού διάτμησης και ισχύει μόνο όταν ο διαμήκης οπλισμός αγκυρώνεται πλήρως στη στήριξη.

