

1. Στο ιδεατό ρευστό (μία μόνο απάντηση είναι σωστή)
- (1) Η ταχύτητα είναι μηδέν σε σταθερό στερεό όριο
 - (2) Οι διατμητικές τάσεις είναι μηδενικές
 - (3) Η πίεση κατανέμεται υδροστατικά
 - (4) Όλα τα παραπάνω
 - (5) Τίποτε από τα παραπάνω
2. Σε ροή ασυμπίεστου Νευτώνειου πραγματικού ρευστού σταθερής θερμοκρασίας, κυκλώστε ποιές από τις παρακάτω προτάσεις ισχύουν.
- (1) Η συνεκτικότητα (ιξώδες) είναι σταθερή
 - (2) Οι διατμητικές τάσεις είναι μηδέν
 - (3) Η πίεση κατανέμεται υδροστατικά
 - (4) Σε ακίνητο στερεό όριο η ταχύτητα είναι μηδενική
 - (5) Η πυκνότητα είναι παντού ίδια
 - (6) Το μέτρο ελαστικότητας τείνει στο άπειρο
3. Οι συνιστώσες της ταχύτητας διδιάστατου πεδίου ροής είναι $u = 2x^2$ και $v = x(1 - 4y)$.
Να απαντήσετε (με τεκμηρίωση) τα παρακάτω ερωτήματα:
- (1) Η ροή είναι μόνιμη ή μη μόνιμη;
 - (2) Η ροή είναι ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη;
 - (3) Το πεδίο ροής είναι στροβιλό ή αστροβιλό
 - (4) Να υπολογίσετε τις συνιστώσες της επιτάχυνσης.
 - (5) Να βρείτε την εξίσωση της γραμμής ροής από το σημείο (1,1)

Απάντηση

- (1) $\frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0$ **Μόνιμη**
- (2) $u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2 \times 4x + x(1 - 4y) \times 0 = 8x^3 \neq 0$ **Ανομοιόμορφη**
- (3) $\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = x \neq 0$ **Στροβιλό**
- (4) $a_x = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2 \times 4x + x(1 - 4y) \times 0 = 8x^3 \neq 0$
 $a_y = u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 2x^2 + x(1 - 4y) \times (-4) = 16xy - 2x^2$

(5) Η εξίσωση των γραμμών ροής είναι

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{2x^2} = \frac{dy}{x(1-4y)} \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = 2 \frac{dy}{1-4y}$$

Ολοκλήρωση δίνει

$$\ln x = -\frac{1}{2} \int \frac{d(1-4y)}{1-4y} = -\frac{1}{2} \ln(1-4y) + C$$

Απολογαριθμίζοντας έχουμε ότι

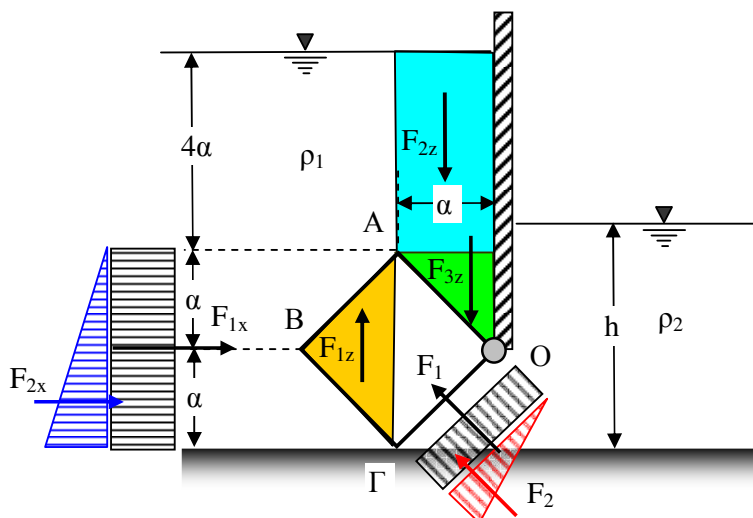
$$\exp(2 \ln x) = \exp(-\ln(1-4y) + C) \Leftrightarrow x^2 = \frac{C}{(1-4y)} \quad \text{ή} \quad x^2(1-4y) = C$$

Η γραμμή ροής από το σημείο (1,1) έχει σταθερά $C = -3$ και η εξίσωσή της είναι

$$x^2(1-4y) = -3$$

4. Στο διαχωριστικό τοίχωμα δύο δεξαμενών που περιέχουν υγρά με πυκνότητες ρ_1 και ρ_2 , υπάρχει ολόσωμο αβαρές θυρόφραγμα μοναδιαίου πλάτους, με τετραγωνική διατομή ΟΑΒΓ μήκους πλευράς $a\sqrt{2}$, που μπορεί να περιστραφεί περί το Ο. Να υπολογίσετε τη στάθμη h ($h > a$) του υγρού στα δεξιά πάνω από την οποία ανοίγει το θυρόφραγμα.

Δεδομένα: $\rho_1 = 1050 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_2 = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $a=1 \text{ m}$.



Απάντηση

Δυνάμεις από τα αριστερά.

$$p_A = 2a\rho_1 g, \quad p_\Gamma = 4a\rho_1 g$$

Δύναμη

Μοχλοβραχίονας

$$F_{1x} = 2a\rho_1 g \times 2a = 4\rho_1 g a^2$$

$$e_{1x} = 0$$

$$F_{2x} = \frac{1}{2} \rho_1 g (2a)^2 = 2\rho_1 g a^2$$

$$e_{2x} = a - \frac{2a}{3} = \frac{a}{3}$$

$$F_{1z} = \frac{1}{2} (2a \times a) \rho_1 g = \rho_1 g a^2$$

$$e_{1z} = a + \frac{a}{3} = \frac{4a}{3}$$

$$F_{2z} = (4a \times a) \rho_1 g = 2\rho_1 g a^2$$

$$e_{2z} = \frac{a}{2}$$

$$F_{3z} = \frac{1}{2} (a \times a) \rho_1 g = \frac{1}{2} \rho_1 g a^2$$

$$e_{3z} = \frac{a}{3}$$

Δυνάμεις από τα δεξιά

$$p_O = \rho_2 g (h - a), \quad p_\Gamma = \rho_2 g h$$

Δύναμη

Μοχλοβραχίονας

$$F_1 = \rho_2 g (h - a) a \sqrt{2}$$

$$e_1 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \rho_2 g a \times a \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_2 g a^2$$

$$e_2 = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

Οριακή ισορροπία θυροφράγματος

$$\sum_i F_i e_i = 0 \Rightarrow F_{2x} e_{2x} - F_{1z} e_{1z} + F_{2z} e_{2z} + F_{3z} e_{3z} - F_1 e_1 - F_2 e_2 = 0$$

$$2\rho_1 g \alpha^2 \frac{a}{3} - \rho_1 g \alpha^2 \frac{4a}{3} + 4\rho_1 g \alpha^2 \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \rho_1 g \alpha^2 \frac{a}{3} - \rho_2 g (h-a) a \sqrt{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_2 g \alpha^2 \frac{2a\sqrt{2}}{3} = 0$$

$$\rho_1 \frac{3a}{2} - \rho_2 (h-a) - \rho_2 \frac{2a}{3} = 0 \Rightarrow h = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{3a}{2} + \frac{a}{3}$$

Εφαρμογή

$$h = \frac{1050}{1000} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{3} = 1.91 \text{ m.}$$