

Θέμα 1°

α) Να δοθούν σύντομοι ορισμοί και σκαριφήματα για τα παρακάτω

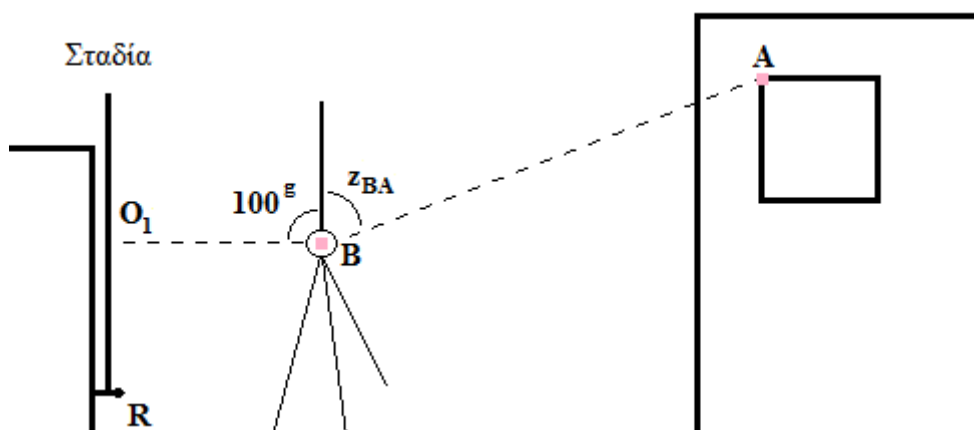
- i) Κεκλιμένο μήκος D_{AB}
- ii) Γεωμετρικό υψόμετρο h_A
- iii) Υψομετρική διαφορά ΔH_{AB}
- iv) Κλίση ευθείας i_{AB}

β) Για δύο σημεία A,B μετρήθηκε το (οριζόντιο) μήκος $S_{AB} = 25.98 \text{ m}$, με $\sigma_{S_{AB}} = \pm 1 \text{ cm}$, και προσδιορίστηκε η γωνία διεύθυνσης $\alpha_{AB} = 123.925^g$, με $\sigma_{\alpha_{AB}} = \pm 50^{cc}$. Να βρεθούν τα σ_{X_B} , σ_{Y_B} αν είναι γνωστό ότι $\sigma_{X_A} = \sigma_{Y_A} = \pm 1 \text{ cm}$.

(3 μονάδες)

Θέμα 2°

Ολοκληρωμένος γεωδαιτικός σταθμός, όταν η ζενίθια γωνία είναι 100^g βλέπει σε σταδία τοποθετημένη πάνω σε ρεπέρ την ένδειξη $O_1 = 1.254 \text{ m}$. Όταν σκοπεύτηκε το σημείο A, το κεκλιμένο μήκος ήταν $D_{BA} = 125.558 \text{ m}$ και οι ενδείξεις για τις κατακόρυφες γωνίες φαίνονται στον Πίνακα 1.¹



Σκαρίφημα 1

ΣΤΑΣΗ	ΣΚΟΠΕΥΣΗ ΠΡΟΣ	ΘΕΣΗ I	ΘΕΣΗ II	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος όρος
B	A	98.5540	301.4430		
	A	98.5520	301.4440		

Πίνακας 1

- Βρείτε την υψομετρική διαφορά ΔH_{BA}
- Βρείτε το H_A αν είναι γνωστό ότι $H_R = 100 \text{ m}$.

(3 μονάδες)

¹ Η διατύπωση ήταν πολύ καλύτερη στο διαγώνισμα

Θέμα 3^ο (ίδιο με το αντίστοιχο του Δεκέμβρη του 2013)

Τα σημεία 2 και 3 ορίζουν τον άξονα ενός αεροδιαδρόμου (βλ. σκαρίφημα 2)

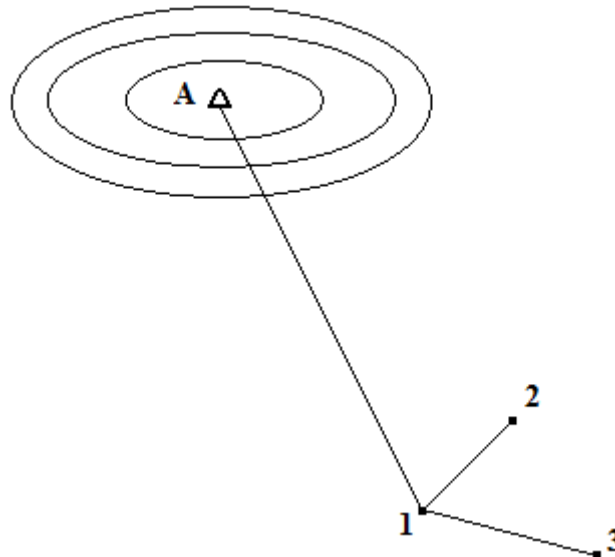
Με τη χρήση ολοκληρωμένου γεωδαιτικού σταθμού έγιναν μετρήσεις οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών από το γνωστό σημείο 1 (Πίνακας 2) και των κεκλιμένων μηκών $D_{12} = 235.754 \text{ m}$ και $D_{13} = 301.365 \text{ m}$.

Αν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των σημείων A και 1, $X_A = 1632.679 \text{ m}$, $Y_A = 2364.110 \text{ m}$ και $X_1 = 3385.472 \text{ m}$, $Y_1 = 852.910 \text{ m}$, να προσδιοριστούν:

- οι συντεταγμένες των σημείων 2 και 3 του άξονα
- οι γωνίες διεύθυνσης α_{23} και α_{32} του άξονα
- οι οριζόντιες γωνίες A23 και 132²

	ΣΤΑΣΗ	ΣΚΟΠΕΥΣΗ ΠΡΟΣ	ΘΕΣΗ I	ΘΕΣΗ II	Μέση τιμή	Μέση ανηγ τιμή	Γενικός Μέσος όρος
Οριζόντιες	1	A	0.0020	199.9990			
		2	62.4570	262.4500			
		3	130.0030	329.9980			
		A	99.9970	300.0020			
		2	162.4520	362.4480			
3		229.9990	30.0040				
Κατακόρυφες		2	98.7850	301.2180			
		3	101.2140	298.7820			
		2	98.7840	301.2160			
		3	101.2160	298.7880			

Πίνακας 2



Σκαρίφημα 2

(4 μονάδες)

² Το 2013 ζητούσαν μόνο μία οριζόντια γωνία

Θέμα 1°

α) ...

β) Από 1° θεμελιώδες έχουμε ότι $X_B = X_A + S_{AB} \times \sin \alpha_{AB}$ και $Y_B = Y_A + S_{AB} \times \cos \alpha_{AB}$
Σύμφωνα με το νόμο μετάδοσης σφαλμάτων ισχύει

$$\sigma_{X_B} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial X_B}{\partial X_A}\right)^2 \sigma_{X_A}^2 + \left(\frac{\partial X_B}{\partial S_{AB}}\right)^2 \sigma_{S_{AB}}^2 + \left(\frac{\partial X_B}{\partial \alpha_{AB}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{\alpha_{AB}}}{636620}\right)^2}$$

$$= \pm \sqrt{1 \times 0.01^2 + (\sin(123.925))^2 \times 0.01^2 + (25.98 \times \cos(123.925))^2 \times \left(\frac{50}{636620}\right)^2}$$

$$\approx \pm 0.01 \text{ m}$$

$$\sigma_{Y_B} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial Y_B}{\partial Y_A}\right)^2 \sigma_{Y_A}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial S_{AB}}\right)^2 \sigma_{S_{AB}}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \alpha_{AB}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{\alpha_{AB}}}{636620}\right)^2}$$

$$= \pm \sqrt{1 \times 0.01^2 + (\cos(123.925))^2 \times 0.01^2 + (-25.98 \times \sin(123.925))^2 \times \left(\frac{50}{636620}\right)^2}$$

$$\approx \pm 0.01 \text{ m}$$

Θέμα 2°

ΣΤΑΣΗ	ΣΚΟΠΕΥΣΗ ΠΡΟΣ	ΘΕΣΗ Ι	ΘΕΣΗ ΙΙ	Μέση Τιμή	Γενικός Μέσος όρος
B	A	98.5540	301.4430	98.5555	
	A	98.5520	301.4440	98.5540	98.5548

- Εφόσον το σημείο B δε βρίσκεται στο έδαφος αλλά στη σκοπευτική γραμμή ο τύπος της υψομετρικής διαφοράς απλοποιείται:

$$\Delta H_{BA} = D_{BA} \times \cos z_{BA} = 2.85 \text{ m}$$

- Αφού $z = 100^\circ$ είναι $H_B = H_R + O_1 = 101.254 \text{ m}$
 $\Delta H_{BA} = H_A - H_B \Leftrightarrow H_A = 104.104 \text{ m}$

Θέμα 3°

	ΣΤΑΣΗ	ΣΚΟΠΕΥΣΗ ΠΡΟΣ	ΘΕΣΗ Ι	ΘΕΣΗ ΙΙ	Μέση τιμή	Μέση ανηγ τιμή	Γενικός Μέσος όρος
Οριζόντιες	1	A	0.0020	199.9990	0.0005	0.0000	
		2	62.4570	262.4500	62.4535	62.4530	62.4518
		3	130.0030	329.9980	130.0005	130.0000	
		A	99.9970	300.0020	99.9995	0.0000	
		2	162.4520	362.4480	162.4500	62.4505	
		3	229.9990	30.0040	230.0015	130.0020	130.0010

Κατακόρυφος	1	2	98.7850	301.2180	98.7835		98.7838
		3	101.2140	298.7820	101.2160		
		2	98.7840	301.2160	98.7840		
		3	101.2160	298.7880	101.2140		101.2150

$$D_{12}^{OP} = D_{12} \times \sin z_{12} = 253.711 \text{ m}$$

$$D_{13}^{OP} = D_{13} \times \sin z_{13} = 301.310 \text{ m}$$

Από 2° θεμελιώδες έχουμε

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{|X_1 - X_A|}{|Y_1 - Y_A|} = 54.7035 \frac{\Delta X_{A1}(+)}{\Delta Y_{A1}(-)} > \alpha_{A1} = 200 - \alpha = 145.2965$$

Από 3° θεμελιώδες έχουμε

$$\alpha_{12} = \alpha_{A1} + 200 + (A12) - \kappa \times 400 \xrightarrow{\kappa=1} \alpha_{12} = 7.7483$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{A1} + 200 + (A13) - \kappa \times 400 \xrightarrow{\kappa=1} \alpha_{13} = 75.2975$$

Από 1° θεμελιώδες έχουμε

$$X_2 = X_1 + D_{12}^{OP} \times \sin \alpha_{12} = 3416.275 \text{ m}$$

$$Y_2 = Y_1 + D_{12}^{OP} \times \cos \alpha_{12} = 1104.744 \text{ m}$$

$$X_3 = X_1 + D_{13}^{OP} \times \sin \alpha_{13} = 3664.382 \text{ m}$$

$$Y_3 = Y_1 + D_{13}^{OP} \times \cos \alpha_{13} = 966.914 \text{ m}$$

Από 2° θεμελιώδες έχουμε

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{|X_3 - X_2|}{|Y_3 - Y_2|} = 67.7185 \frac{\Delta X_{23}(+)}{\Delta Y_{23}(-)} > \alpha_{23} = 200 - \alpha = 132.2815$$

Οι α_{23} και α_{32} διαφέρουν κατά 200^g άρα $\alpha_{32} = 332.2815$

$(A23) = \alpha_{23} - \alpha_{2A} = 193.1423$, διότι από 2° θεμελιώδες έχουμε

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{|X_A - X_2|}{|Y_A - Y_2|} = 60.8608 \frac{\Delta X_{2A}(-)}{\Delta Y_{2A}(+)} > \alpha_{2A} = 400 - \alpha = 339.1392$$

$$(132) = \alpha_{32} - \alpha_{31} = \alpha_{32} - (\alpha_{13} + 200) = 56.9840$$