

5.1 Για τις διατομές των ανοικτών αγωγών του σχήματος και για παροχή $12 \text{ m}^3/\text{s}$ ζητούνται:

(α) Για κάθε διατομή να προσδιορίσετε με ακρίβεια τα διαγράμματα της ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης.

(β) Να προσδιορίσετε τα κρίσιμα βάθη (γραφικά) και ταχύτητες της κρίσιμης ροής και για τις δύο διατομές.

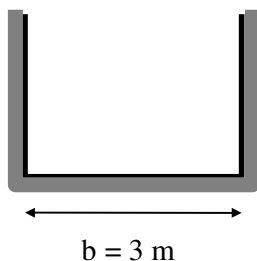
(γ) Να υπολογιστούν (γραφικά) τα $E_{\min}$ και $M_{\min}$ και για τις δύο διατομές.

(δ) Για τις παραπάνω διατομές και για ύψος ειδικής ενέργειας $E = 3.5 \text{ m}$, να υπολογιστούν εναλλακτά βάθη.

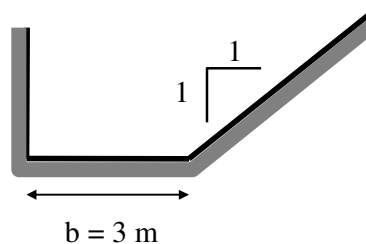
(ε) Για τις παραπάνω διατομές και για κάθε ένα εναλλακτό βάθος από τα παραπάνω να υπολογιστεί το συζυγές του.

(ζ) Για τις παραπάνω διατομές και για ύψος ειδικής ενέργειας $E = 4 \text{ m}$, να υπολογιστεί η μέγιστη παροχή (πρέπει $E_{\min} = 4 \text{ m}$).

Ορθογωνική

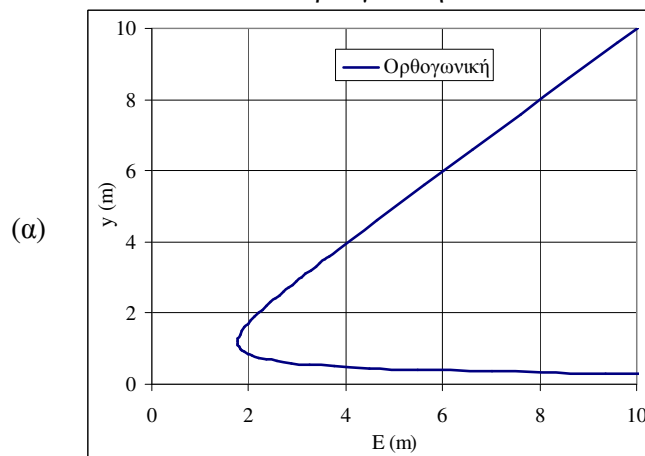


Ημιτραπεζοειδής

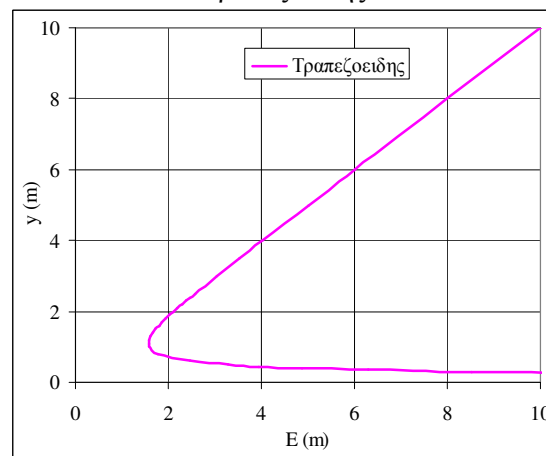


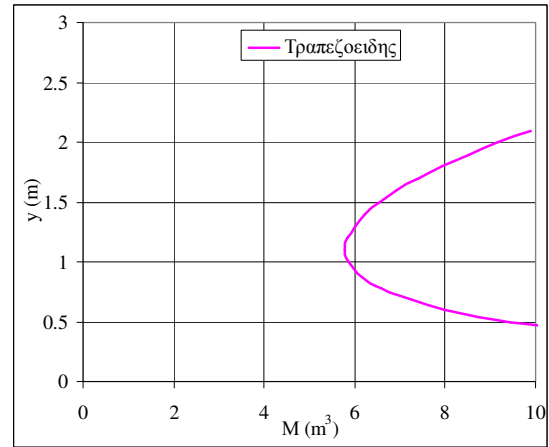
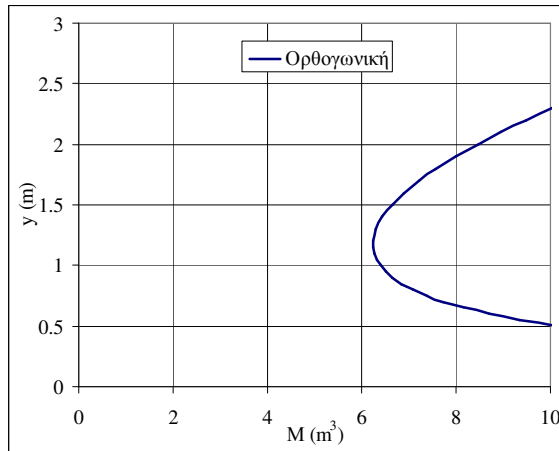
Απάντηση

Ορθογωνική



Τραπεζοειδής





(β) $y_c = 1.20 \text{ m}$, $V_c = Q/A_c = 3.33 \text{ m/s}$

(γ) $\min E = 1.75 \text{ m}$, $\min M = 6.25 \text{ m}^3$

(δ) $y_1 = 0.52 \text{ m}$, $y_2 = 3.43 \text{ m}$

(ε) $y_{1(\text{συζ})} = 2.25 \text{ m}$, $y_{2(\text{συζ})} = 0.26 \text{ m}$

(ζ) $\max Q = 40.92 \text{ m}^3/\text{s}$

$y_c = 1.10 \text{ m}$, $V_c = Q/A_c = 3.07 \text{ m/s}$

$\min E = 1.60 \text{ m}$, $\min M = 5.80 \text{ m}^3$

$y_1 = 0.48 \text{ m}$, $y_2 = 3.47 \text{ m}$

$y_{1(\text{συζ})} = 2.12 \text{ m}$, $y_{2(\text{συζ})} = 0.18 \text{ m}$

$\max Q = 54.40 \text{ m}^3/\text{s}$

Για την ημιτραπεζοειδή, έχουμε ότι $\min E = 4 \text{ m}$, δηλαδή

$$\min E = y_c + \frac{D_c}{2} = y_c + \frac{y_c}{2} \left(\frac{2b + Zy_c}{b + Zy_c} \right) = 4 \Leftrightarrow y_c + \frac{y_c}{2} \left(\frac{6 + y_c}{3 + y_c} \right) = 4$$

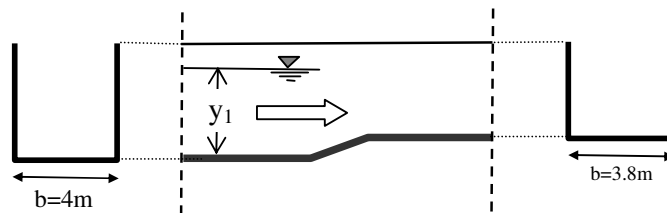
Απ' όπου με δοκιμές προκύπτει $y_c = 2.25 \text{ m}$. Επομένως $A_c = (2b + Zy_c)y_c/2 = 9.28 \text{ m}^2$, και

$$\max Q = A_c \sqrt{gD_c} = A_c \sqrt{2g(E - y_c)} = 54.40 \text{ m}^3/\text{s}.$$

5.2 Για την ορθογωνική διατομή ανοικτού αγωγού όπου το κρίσιμο βάθος στα ανάντη είναι $y_{c1}=2.37$ m, ζητούνται:

(α) Να προσδιορίσετε την παροχή του αγωγού.

(β) Εάν το βάθος ροής ανάντη είναι $y_1=3.5$ m, η ομαλή ανύψωση του πυθμένα είναι 0.20 m και η ομαλή στένωση από 4 σε 3.8 m, να προσδιορίσετε το βάθος ροής στην κατάντη διατομή.



(γ) Να προσδιορίσετε τη μέγιστη ομαλή ανύψωση του πυθμένα έτσι ώστε να διέρχεται η παροχή του ερωτήματος (α).

Απάντηση

$$(α) \quad y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \Rightarrow Q = (gb^2 y_c^3)^{1/2} = 45.71 \text{ m}^3/\text{s}$$

(β) Η ροή είναι υποκρίσιμη (γιατί;)

$$H_1 = H_2 \Leftrightarrow y_1 + \frac{Q^2}{2gb_1^2 y_1^2} = \Delta z + y_2 + \frac{Q^2}{2gb_2^2 y_2^2} \Rightarrow$$

$$3.5 + 0.54 = 0.20 + y_2 + \frac{7.375}{y_2^2}$$

Μετά από δοκιμές προκύπτει ότι $y_2=3.05$ m (ροή παραμένει υποκρίσιμη). Η λύση $y_2=2$ m απορρίπτεται γιατί η ροή για το βάθος αυτό είναι υπερκρίσιμη!

$$(γ) \text{ Ισχύει ότι } y_{c2} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb_2^2}} = 2.45 \text{ m} = y_2$$

$$H_1 = H_2 \Leftrightarrow 4.04 = \max \Delta z + y_{c2} + \frac{y_{c2}^2}{2} = \max \Delta z + \frac{3}{2} y_{c2}$$

$$\Rightarrow \max \Delta z = 4.04 - \frac{3}{2} y_{c2} = 0.365 \text{ m}$$

6.1 Για παροχές 0.8 m³/s και 2 m³/s:

(α) Να υπολογιστούν τα κρίσιμα βάθη σε ορθογωνικό αγωγό με πλάτος πυθμένα 1.0 m.

(β) Να υπολογιστούν τα κρίσιμα βάθη σε τραπεζοειδή αγωγό με πλάτος πυθμένα 0.50 m και κλίση πρανών 3:2 ($Z = 1.5$).

(γ) Να υπολογιστούν τα κρίσιμα βάθη σε κυκλικό αγωγό διαμέτρου 1.5 m.

Απάντηση

(α) Ορθογωνικός $y_c = \sqrt[3]{Q^2 / gb^2}$,

$Q=0.8 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.40 \text{ m}$, και $Q=2 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.74 \text{ m}$.

(β) Τραπεζοειδής: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$y_c = \frac{1}{(b + Zy_c)} \left(\frac{Q^2}{g} (b + 2Zy_c) \right)^{1/3} = \frac{1}{(0.50 + y_c)} \left(\frac{Q^2}{9.81} (0.50 + 3y_c) \right)$$

y_{c1}	Q	b	g	Z	y_{c2}
1.00	0.8	0.5	9.81	1.5	0.31
0.31	0.8	0.5	9.81	1.5	0.47
0.47	0.8	0.5	9.81	1.5	0.41
0.41	0.8	0.5	9.81	1.5	0.43
0.43	0.8	0.5	9.81	1.5	0.43

$Q=0.8 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.43 \text{ m}$

y_{c1}	Q	b	g	Z	y_{c2}
1.00	2	0.5	9.81	1.5	0.56
0.56	2	0.5	9.81	1.5	0.72
0.72	2	0.5	9.81	1.5	0.65
0.65	2	0.5	9.81	1.5	0.68
0.68	2	0.5	9.81	1.5	0.67

$Q=2 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.67 \text{ m}$

(γ) Κυκλικός: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$\theta = \sin \theta + \frac{8}{d^{5/3}} \left(\frac{Q^2 \sin(\theta/2)}{g} \right)^{1/3} \quad \text{όπου} \quad y = [1 - \cos(\theta/2)] \frac{d}{2}$$

$(\theta_1 + \theta_2)/2$	Q (m ³ /s)	g (m/s ²)	d (m)	θ_2	y_c
3.142	0.8	9.81	1.5	1.638	0.238
2.390	0.8	9.81	1.5	2.282	0.438
2.336	0.8	9.81	1.5	2.315	0.449
2.325	0.8	9.81	1.5	2.321	0.451

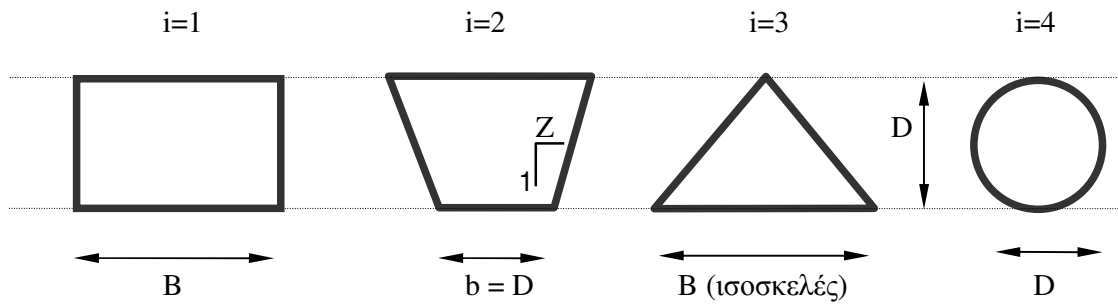
$Q=0.8 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.45 \text{ m}$

$\theta_1 + \theta_2 / 2$	Q (m ³ /s)	g (m/s ²)	d (m)	θ_2	y_c
3.142	2	9.81	1.5	3.018	0.704
3.080	2	9.81	1.5	3.079	0.727
3.080	2	9.81	1.5	3.080	0.727

$Q=2 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c=0.73 \text{ m}$

6.2 Δίδονται οι κλειστές διατομές των παρακάτω σχημάτων.

Δεδομένα: $B = 4 \text{ m}$, $D = b = 3 \text{ m}$, $Z = 1$, $n = 0.016$ (σκυρόδεμα), $J_o = 0.005$



(α) Για κάθε διατομή που εικονίζεται παραπάνω να προσδιορίσετε την **παροχή πλήρωσης** της $Q_{i\pi}$, $i=1 - 4$.

(β) Εάν $Q_i = Q_{i\pi}/2$, να υπολογίσετε τα **ομοιόμορφα** βάθη σε κάθε ένα αγωγό.

Απάντηση

(α) Ισχύει η σχέση του Manning $Q = \frac{A}{n} R^{2/3} J^{1/2}$

	A	P	R	n	Jo	Q
Ορθογώνιο	12.00	14.00	0.86	0.016	0.005	47.85
Τραπέζιο	18.00	20.49	0.88	0.016	0.005	72.98
Τρίγωνο	6.00	11.21	0.54	0.016	0.005	17.48
Κύκλος	7.07	9.42	0.75	0.016	0.005	25.79

(β) Ορθογώνιο: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$y = \frac{1}{b} \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} (b + 2y)^{2/3} \right]^{3/5}$$

y_1	Q	b	n	J	y_2
1	23.925	4	0.016	0.005	1.41
1.410	23.925	4	0.016	0.005	1.48
1.484	23.925	4	0.016	0.005	1.50
1.497	23.925	4	0.016	0.005	1.50

Τραπέζιο: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$y = \frac{1}{b + zy} \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} (b + 2y\sqrt{1+z^2})^{2/3} \right]^{3/5}$$

y_1	Q	b	Z	n	J	y_2
1	36.49	3	1	0.016	0.005	1.80
1.80	36.49	3	1	0.016	0.005	1.71
1.71	36.49	3	1	0.016	0.005	1.72
1.72	36.49	3	1	0.016	0.005	1.72

Τρίγωνο: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$y = \frac{1}{b - zy} \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} \left(b + 2y\sqrt{1 + z^2} \right)^{2/3} \right]^{3/5}$$

y ₁	Q	b	Z	n	J	y ₂
1	8.74	4	-0.667	0.016	0.005	0.95
0.95	8.74	4	-0.667	0.016	0.005	0.93
0.93	8.74	4	-0.667	0.016	0.005	0.93

Κύκλος: Λύση με διαδοχικές δοκιμές από την επαναληπτική σχέση

$$\theta = \left[\frac{Qn}{J^{1/2}} \frac{\theta^{2/3}}{(d/2)^{8/3}} \right]^{3/5} + \frac{\sin \theta}{2} + \frac{\theta}{2} \quad \text{όπου} \quad y = \frac{d}{2} [1 - \cos(\theta/2)]$$

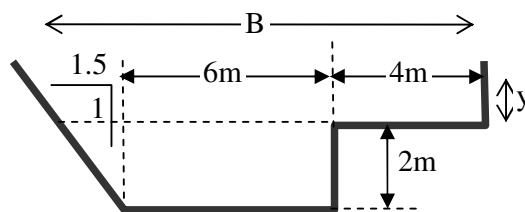
θ ₁	Q	d	n	J	θ ₂	y ₂
2.00	12.89	3.00	0.016	0.005	2.77	1.22
2.77	12.89	3.00	0.016	0.005	3.06	1.44
3.06	12.89	3.00	0.016	0.005	3.12	1.49
3.12	12.89	3.00	0.016	0.005	3.14	1.50
3.14	12.89	3.00	0.016	0.005	3.14	1.50

6.3 Η διώρυγα που εικονίζεται παρακάτω έχει συντελεστή τραχύτητας $n = 0.015$ κλίση πυθμένα $J = 0.002$.

Ζητούνται:

- (α) Να προσδιορίσετε την παροχή όταν η βαθιά κοίτη ρέει πλήρης.
(β) Σε περίπτωση που η παραπάνω παροχή που μεταφέρει η βαθιά κοίτη τριπλασιαστεί, να προσδιορίσετε το ομοιόμορφο βάθος ροής όταν θεωρήσουμε **ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας** στη διατομή.

(γ) Να χαρακτηρίσετε τη ροή και για τις δύο περιπτώσεις.



Απάντηση

(α) $A = (2b + Zy)y / 2 = 15 \text{ m}^2$.

$$P = b + y + y\sqrt{1 + Z^2} = 11.61 \text{ m}$$

$$R = A/P = 1.29 \text{ m}$$

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} J^{1/2} = 53.06 \text{ m}^3/\text{s}.$$

(β) $B = 4 + 6 + 2Z = 13 \text{ m}$ (πλάτος διατομής σε βάθος 2 m)

$$A = 15 + (2B + Zy)y / 2 = 15 + (26 + 1.5y)y / 2 \quad (y \text{ πάνω από τον πυθμένα της ευρείας κοίτης})$$

$$P = B + 2 + 2\sqrt{1 + Z^2} + y + y\sqrt{1 + Z^2}$$

$$R = A/P$$

$$Q_1 = 3Q = 159.18 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Με δοκιμές προκύπτει $y = 1.48 \text{ m}$, επομένως το ολικό βάθος είναι $y = 3.48 \text{ m}$.

(γ) $V_1 = \frac{Q}{A} = 3.54 \text{ m/s}$, $T = b + 2Z = 9 \text{ m}$, $D = A/T = 1.66 \text{ m} \rightarrow Fr = \frac{V_1}{\sqrt{gD}} = 0.874$ (υποκρίσιμη

ροή)

$$V_2 = \frac{Q}{A} = 4.44 \text{ m/s}, T = B + Z \times 1.48 = 15.22 \text{ m}, D = A/T = 2.36 \text{ m} \rightarrow Fr = \frac{V_2}{\sqrt{gD}} = 0.92$$

(υποκρίσιμη ροή)